5. SOR

A sor adatszerkezet is ismerős a mindennapokból, például a várakozási sornak számos előfordulásával van dolgunk, akár emberekről akár tárgyakról (pl. munkadarabokról) legyen szó. A sor adattípus informatikai alkalmazásai talán nem annyira sokszínűek, mint a verem felhasználásai, de a lényegesebbek között említhető a fák és a gráfok szélességi bejárása. Ezzel azonban majd a későbbi fejezetekben találkozunk.

5.1. A sor absztrakt adattípus

Az E alaptípus feletti *sorok* $S = S(E)$ halmazát azon sorok alkotják, amelyek véges sok E-beli elemet tartalmaznak. Ide soroljuk az *üres sort* is, amely nem tartalmaz elemet; ezt ennek ellenére, mint S(E)-beli sort, típusosnak tekintjük. A sor *műveletei* között szerepel az üres sor létrehozása (*Üres*), a sor üres állapotának a lekérdezése (*Üres-e*), adat betétele (*Sorba*), adat kivétele (*Sorból*) és annak az elemnek a lekérdezése (*Első*), amely kivételre következik.

Az utóbbi művelet neve (*Első*) utal arra, amit intuitív módon tudunk a sorról: az először, azaz legrégebben behelyezett elemet lehet kivenni, amely a sorban elől áll, vagyis az első elem. A sorból való kivétel és az első elem lekérdezésének műveletét ahhoz az *előfeltételhez* kötjük, hogy a sor nem üres. Absztrakt szinten úgy tekintünk a sorra, akár csak a veremre, mint amelynek befogadóképessége nincs korlátozva, így a *Tele-e* lekérdezést itt nem vezetjük be.

A sor adattípus absztrakt leírása során *nem* támaszkodhatunk szerkezeti összefüggésekre, ezért azok nélkül kell specifikálnunk ezt az adattípust is. A specifikációnak itt is ugyanazt a kétféle módját ismertetjük, amelyeket már láttunk a veremnél.

5.1.1. Algebrai specifikáció

Megadjuk a sor műveleteit, mint leképezéseket. Az *Üres* művelet egyrészt *létrehoz* egy sort, amely nem tartalmaz elemeket (lásd: deklaráció a programnyelvekben), másrészt az *üres sor konstans* neve is. Az *Üres* egy nulla argumentumú leképezés. Az alábbi műveleteket vezetjük be.

Üres: $\rightarrow S$	Üres sor konstans; az üres sor létrehozása
Üres-e: $S \rightarrow L$	A sor üres voltának lekérdezése
Sorba: $S \times E \rightarrow S$	Elem betétele a sorba
Sorból: $S \rightarrow S \times E$	Elem kivétele a sorból
Első: $S \rightarrow E$	A sor első elemének lekérdezése

Ha a *Sorból* műveletet úgy definiálnánk, hogy a kivett elemet nem adja vissza, hanem „eldobja” be, akkor ez a törlésre szorítkozna. Ebben az esetben az első elem előzetes lekérdezésével ismerhetnék meg a sor elejéről törölt elem értékét.

A leképezések *megszorításaihoz* tartozik, hogy a *Sorból* és az *Első* műveletek nem értelmezhetők az üres sorra:

$$D_{Sorból} = D_{Első} = S \setminus \{Üres\}$$

Az *algebrai specifikáció* logikai axiómák megadását jelenti. A veremhez hasonlóan, itt is sorra vesszük a lehetséges művelet-párokat és mindkét sorrendjükről megnézzük, hogy értelmes

állításhoz vezetnek-e. A következő *axiómákat* írjuk fel. az 1-es, illetve a 2-es index a pár első, illetve második komponensét jelöli: rendre egy sort, illetve egy elemet.

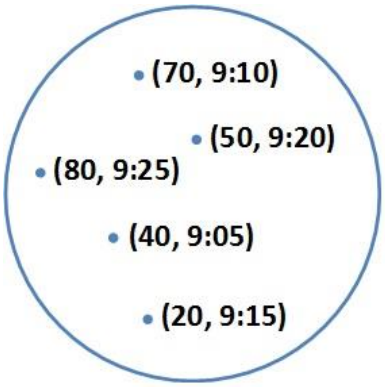
1. *Üres-e* (*Üres*) vagy $s = Üres \rightarrow$ *Üres-e* (*s*)
2. *Üres-e* (*s*) $\rightarrow s = Üres$
3. ¬*Üres-e* (*Sorba* (*s*,*e*))
4. *Sorból* (*Sorba* (*Üres*,*e*)) = (*Üres*, *e*)
5. ¬*Üres-e* (*s*) $\rightarrow$ *Sorból* (*Sorba* (*s*,*e*))$_2$ = *Sorból* (*s*)$_2$
6. ¬*Üres-e* (*s*) $\rightarrow$ *Sorba* (*Sorból* (*s*)$_1$, *e*) = *Sorból* (*Sorba* (*s*, *e*))$_1$
7. *Első* (*s*) = *Sorból* (*s*)$_1$

Az 1. axióma azt fejezi ki, hogy az üres sor konstansra teljesül az üresség predikátuma. Ezt változó használatával, egyenlőségjelesen is megfogalmaztuk. A 2. axióma az üres sor egyértelműségéről szól. A 3. állítás szerint, ha a sorba beteszünk egy elemet, akkor az már nem üres. A 4. axiómával ki tudjuk venni a következő két állítás értelmezési tartományából azt az esetet, amikor az egymás után alkalmazott műveletpár üres sorból indul ki. Az 5-6. axiómapár a nem üres sorba történő elhelyezés és az elem kivétel egymásutánját írja le, mindkét irányból. Végül, az utolsó állítás az első elem és a sorból való kivétel kapcsolatát adja meg.

A helyesség, a teljesség és a redundancia kérdésében itt is érvényes az, amit a verem algebrai specifikációjánál mondtunk.

5.1.2. Funkcionális specifikáció

A *funkcionális specifikáció* módszerével, amely pusztán *matematikai eszközöket* használ, hasonló sor-fogalmat vezetünk be ahhoz, mint a verem esetében. Absztrakt szinten úgy tekinthetjük a sort, mint (*elem*, *idő*) rendezett párok halmazát. Az időpontok azt jelzik, hogy az egyes elemek mikor kerültek a sorba. Kikötjük, hogy az időpontok mind *különbözők*. Ezek után tudunk a legrégebben bekerült elemre hivatkozni. A 4.1. ábrán szereplő absztrakt sor megegyezik a verem ADT 4.1. ábráján láthatóval. A sornak öt eleme van és először (legrégebben) a 40-es érték került a sorba. Az absztrakt reprezentáció formálisan ugyanaz, vagyis megegyezik a veremre és a sorra, de a műveletek különbséget tesznek közöttük. A verem esetén azt az elemet választjuk ki, amelyikhez a legnagyobb időpont tartozik, a sor esetében viszont éppen a legkisebb időponttal rendelkező érték az, amely aktuálisan kivételre kerül.



5.1. ábra. A sor, mint érték-időpont párok halmaza (ADT)

Formálisan ez például a következőképpen írható le:

$$s = \{(e_i, t_i) | i \in \{1, \dots, n\} \wedge n \geq 0 \wedge \forall i, j \in \{1, \dots, n\} : i \neq j \rightarrow t_i \neq t_j\}$$

Ha a sor *műveleteit* szeretnék specifikálni, akkor azt most már külön-külön egyesével is megtehetjük, nem kell az egymásra való hatásuk axiómáiban gondolkodni. Definiáljuk például a *Sorból* műveletet. A programozás módszertanából ismert *elő-, utófeltételes* specifikációval írjuk le formálisan, hogy ez a művelet a sorból az előkét betett elemet veszi ki, vagyis azt, amelyikhez a legkisebb időérték tartozik. (Ha az olvasónak nem lenne ismerős az alábbi jelölésrendszer, akkor elég, ha a módszer lényegét informális módon érti meg.)

A = $\underset{s}{S} \times \underset{e}{E}$

B = $\underset{s}{S}$

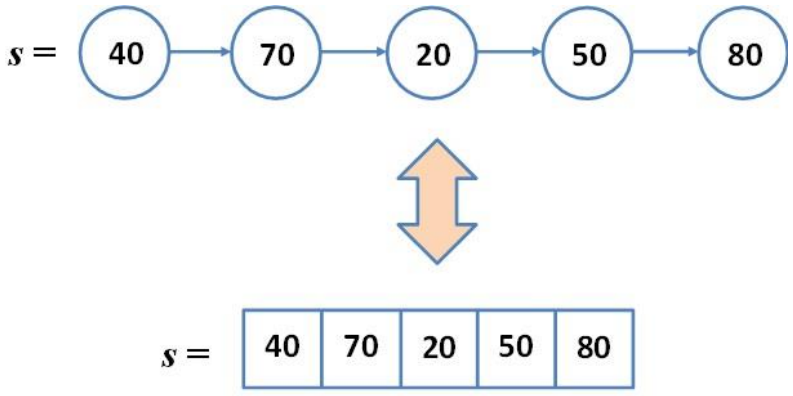
Q = $(s = s' \wedge s' \neq \emptyset)$

R = $(s = s' \setminus \{(e_j, t_j)\} \wedge e = e_j \wedge (e_j, t_j) \in v' \wedge \forall i ((e_i, t_i) \in v' \wedge i \neq j) : t_j < t_i)$

A sor fenti absztrakt reprezentációja matematikai jellegű és nem tartalmaz semmiféle utalást a sor adattípus implementálásának a módjára.

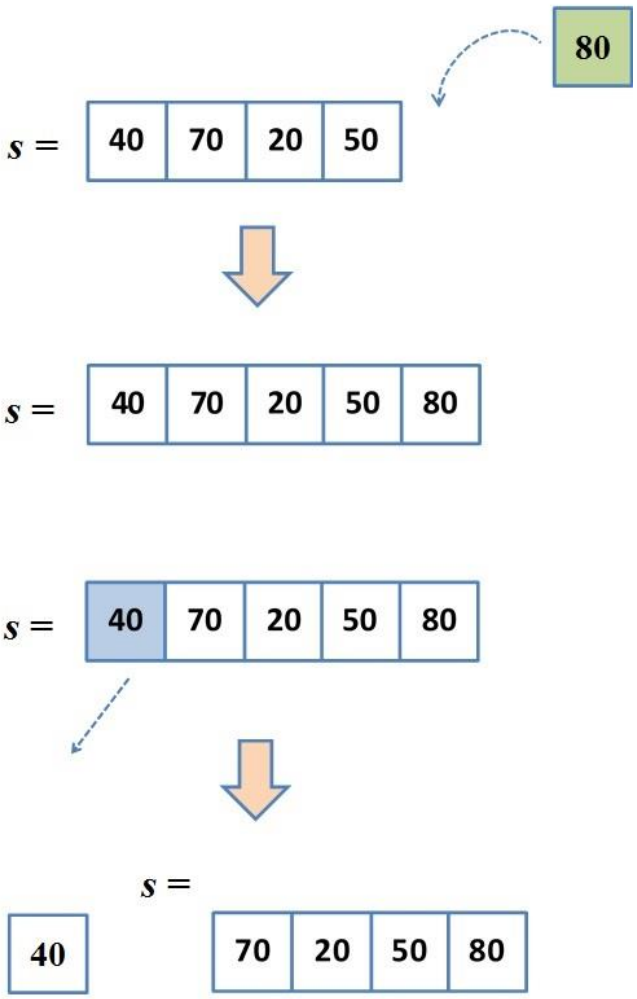
5.2. A sor absztrakt adatszerkezet

A sor *absztrakt szerkezete* elemeinek *lineáris* struktúrájaként jelenik meg. Az 5.2. ábra úgy szemlélteti a sor ADS-t, mint egy speciális lineáris gráfot. Az ábrán az a megjelenési forma is látható, ahogyan a sor gondolatainkban jelentkezik, ahogyan a szakmai kommunikációban hivatkozunk rá. A két absztrakt szerkezet nyilvánvalóan megfeleltethető egymásnak.



5.2. ábra. A sor, mint rákövetkező elemek speciális gráfja (ADS)

Az ADT szinten bevezetett műveletek az ADS szinten természetesen is változatlanul jelen vannak. Az a lényeget kifejező ábrázolási mód, amely ennek a szintnek a sajátja, jól használható arra, hogy a műveletek eredményét szemléletesen bemutassuk. Az 5.3. ábra a *Sorba* és a *Sorból* műveletek hatását illusztrálja.



5.3. ábra. Sor-műveletek szemléltetése (ADS)

5.3. A sor reprezentációja

A sor adattípust egyaránt lehetséges *tömbösen* és *láncoltan* ábrázolni. Alább ismertetjük ezt a két reprezentálási módot.

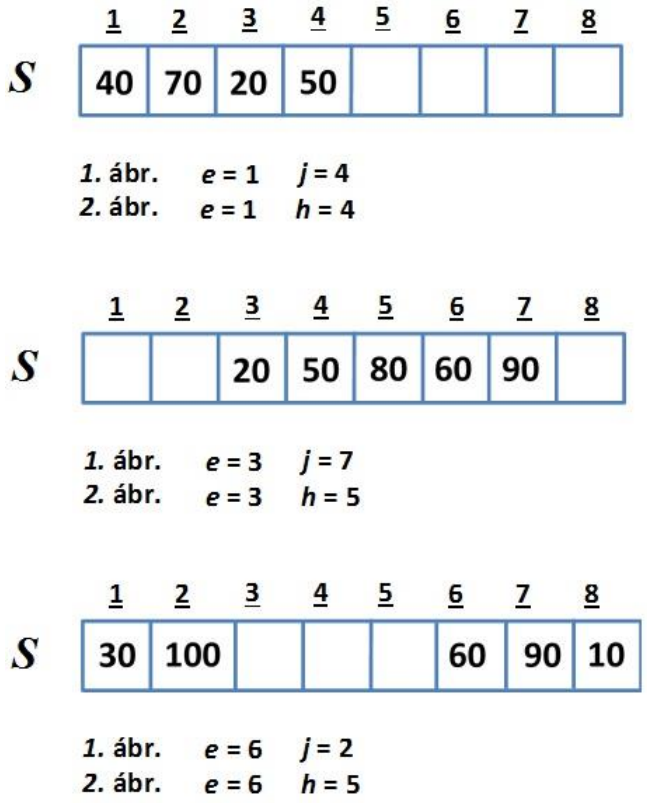
5.3.1. Tömbös ábrázolás

Ha az 5.4. ábrára tekintünk, akkor egy sor három állapotát láthatjuk. Kezdetben a sor a tömb elején kezdődik, később azonban, ahogy kiveszünk belőle elemeket, a tömb „belsejébe húzódik", majd elérve a tömb végét, a beszúrás ciklikusan folytatódik a tömb elején. Ennek megfelelően kétféle megoldás adódik a tömb eleje és vége jelzésére.

(1) Kézenfekvő az, hogy jelölje két index a sor elejét és végét. Ábráinkon *e* és *j* ez a két index. Ennek az ábrázolásnak az a hátránya, hogy az üres sor és a tele sor nem különböztethető meg a két index alapján. Ezen például úgy lehet segíteni, hogy a tömbben egy elemet kötelezően üresen hagyunk, vagyis a sor kapacitása egy elemmel kevesebb lesz, mint a tömb mérete.

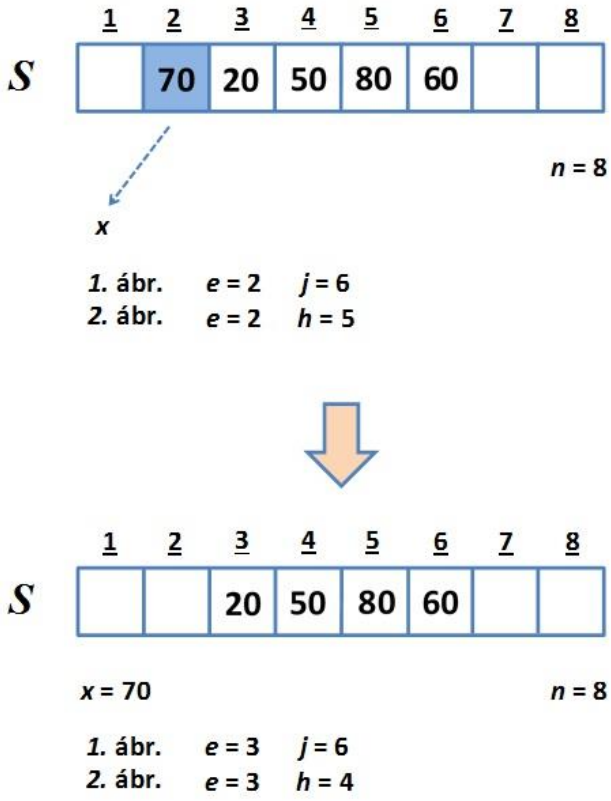
(2) Egy másik lehetőség az, ha egy index jelzi a sor elejét és emellett megadjuk a sor hosszát. Ábráinkon *e* és *h* jelzi ezt a két értéket. Ekkor nem veszítünk elemet a tömbből.

A sor *tömbös ábrázolásában* az *s*[1..*n*] tömb mellett tehát (1) az első és utolsó elem indexét vagy (2) az első elem indexét és a sorhosszat használjuk, valamint a *hiba* logikai változót is a reprezentáció részének tekintjük. A sor *s* jelölése ezeket a komponenseket együttesen jelenti. Az 5.4. ábrán látható sor néhány állapotának tömbös ábrázolásban, a sor határainak mindkét fajta jelzése mellett.

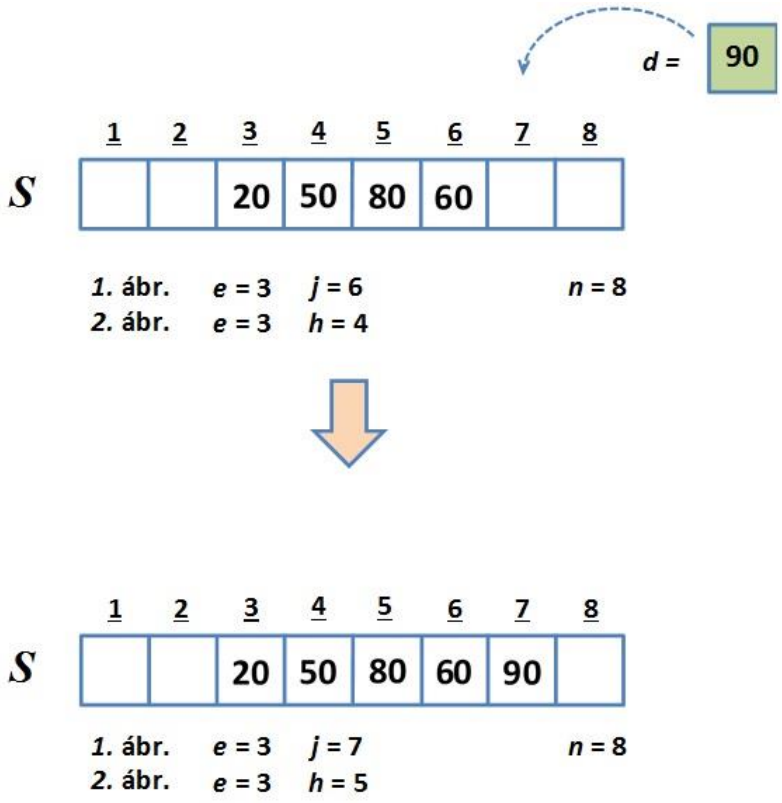


5.4. ábra. Sor tömbös reprezentálása

Az ADS szintű ábra mellett a tömbös reprezentáció is alkalmas a műveletek hatásának bemutatására. Az 5.5.a és az 5.5.b ábra a *Sorból* és a *Sorba* műveletek eredményét illusztrálja szemléletes módon.

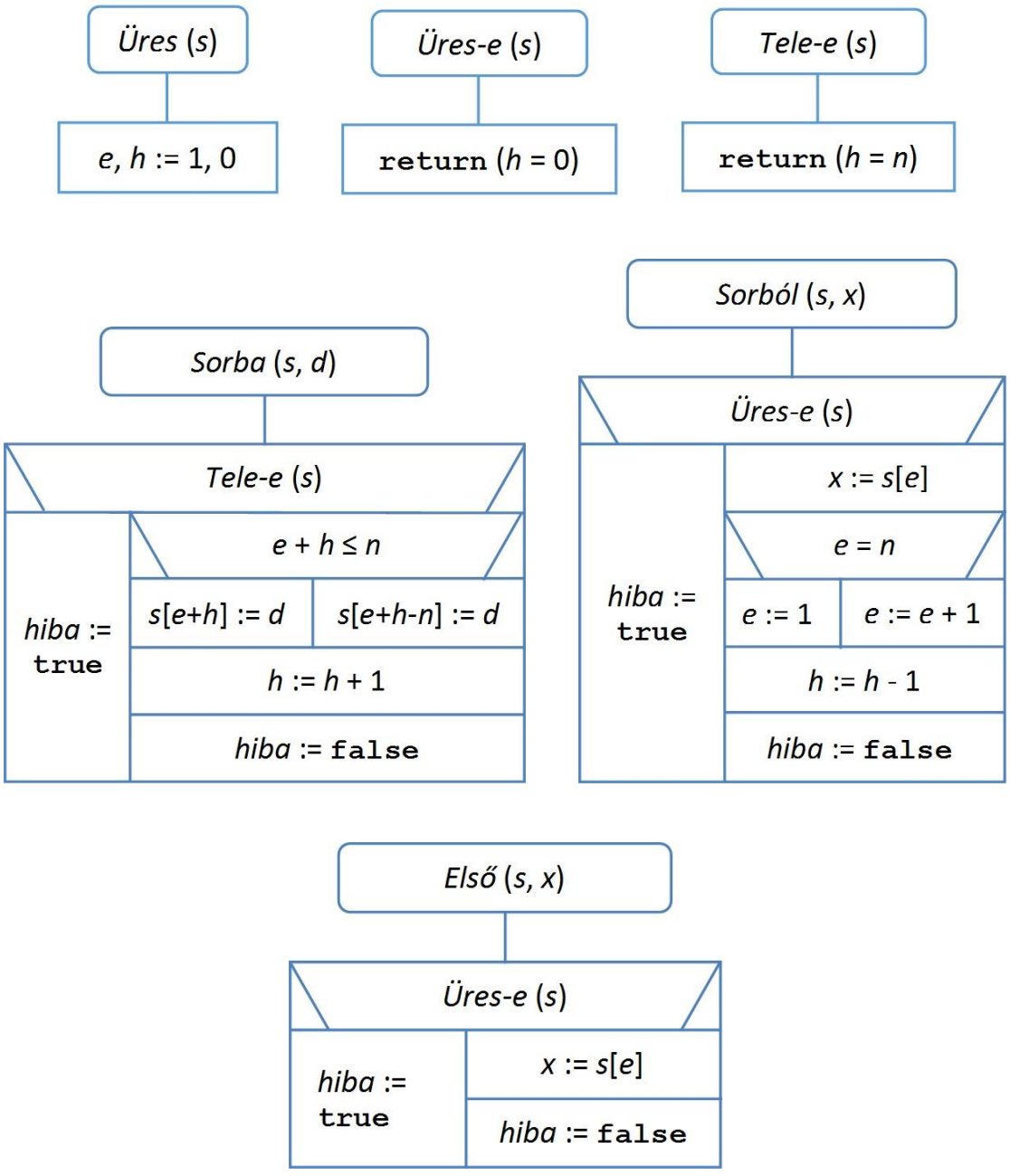


5.5.a. ábra. Sor-műveletek szemléltetése: *Sorból* (tömbös reprezentáció)



5.5.b. ábra. Sor-műveletek szemléltetése: *Sorba* (tömbös reprezentáció)

Megadjuk a sor műveleteinek algoritmusait a tömbös reprezentációra. Ezen belül az első elem indexét és a sorhosszat használjuk a sor tömbbeli elhelyezkedésének azonosítására. Mivel az elemeket tároló tömb betelhet, ezért bevezetjük a *Tele-e* műveletet is, amely még ADT és ADS szinten nem szerepelt. Az üres vermet $h = 0$ jelenti, míg $h = n$ utal a tele veremre. A műveletek elvégzése után a *hiba* változó mindig értéket kap, sikeres művelet esetén *hamisat*, ellenkező esetben pedig a hibára utaló *igaz* értéket. A műveletek algoritmusai az 5.6. ábrán láthatók.



5.6. ábra. Sor műveletei tömbös reprezentáció esetén

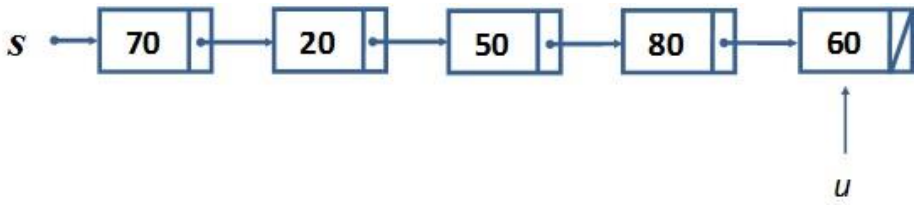
Látható, hogy a tömbös reprezentációban a sor bármely – *op*-pal jelölt – művelete, függetlenül a sor méretétől, konstans időben végrehajtható:

$$T_{op}(n) = \Theta(1)$$

5.3.2. Láncolt ábrázolás

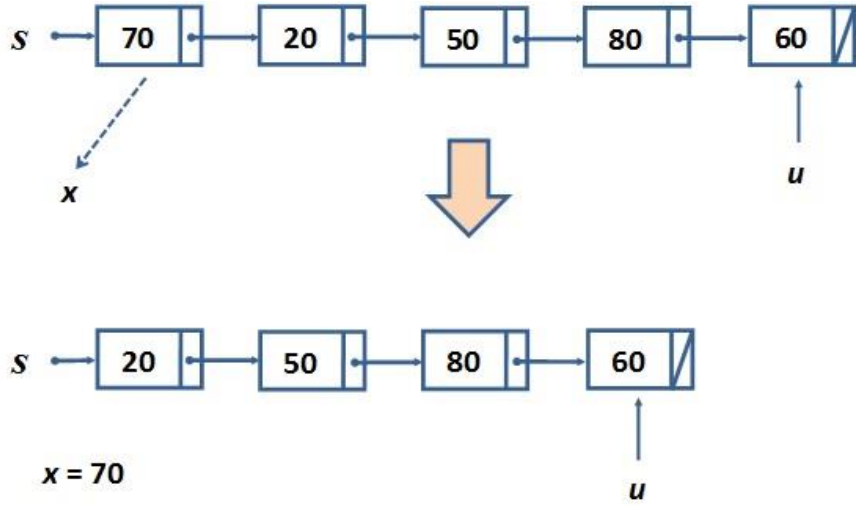
A sor láncolt reprezentációjában a *s* pointer típusú változó nem csak az adatstruktúrához biztosít hozzáférést, hanem egyben a sor *első elemére* is mutat. Ezért nem kell külön bevezetni egy első elem mutatót. Üres verem esetén *s* = NIL.

Az *s* pointer mellett bevezetjük az *u* pointert is, amely a sor *utolsó* elemére mutat. Ez azért hasznos, mert ekkor egy új elem befűzéséhez nem kell *s*-től indulni, hanem közvetlenül, konstans időben elvégezhető a *Sorba* művelet is.

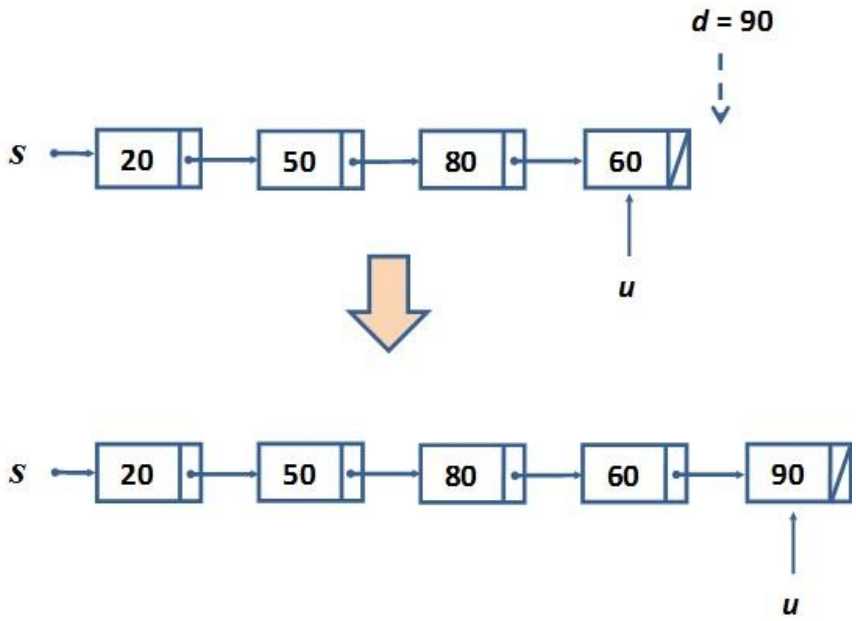


5.7. ábra. Sor láncolt ábrázolása

Az 5.7. ábrán látható sor megegyezik azzal, amelyet absztrakt szinten, illetve tömbösen vezettünk be. Az elemek sorrendje értelemszerűen olyan, hogy a verem utoljára betett felső eleme a lánc elején található. A kivétel ilyen módon mindig a lista első elemére vonatkozik, a beszúrás viszont az utolsó elem után fűzi be az új elemet. Ennek a két műveletnek a hatását mutatja be az 5.8.a és a 5.8.b ábra. A szemléletes képre gyakran szükség van a pointeres algoritmusok megírásakor.

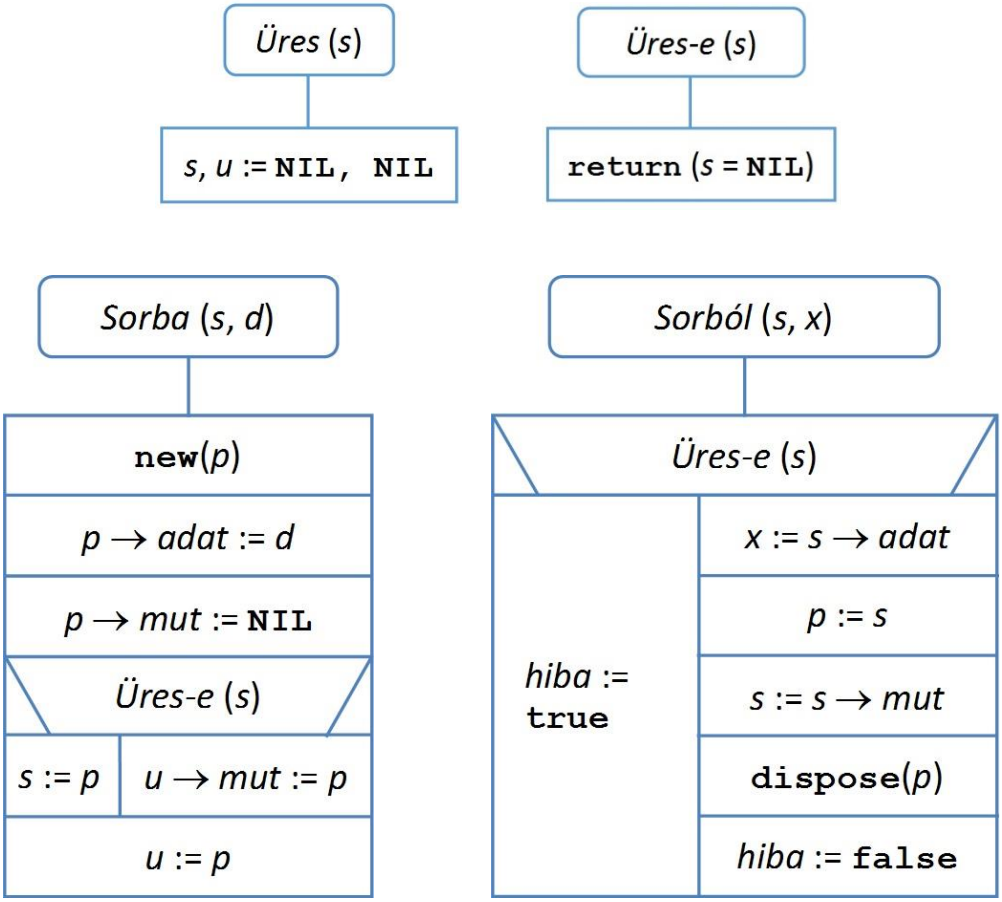


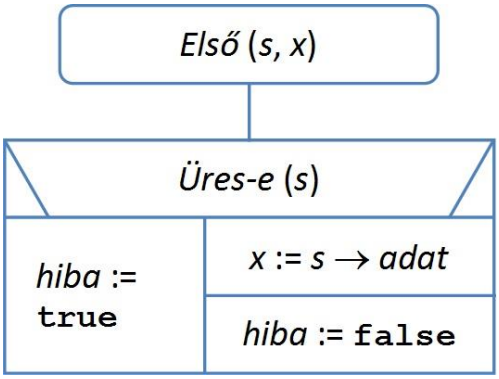
5.8.a. ábra. Sor-műveletek szemléltetése: *Sorból* (láncolt ábrázolás)



5.8.b. ábra. Sor-műveletek szemléltetése: *Sorba* (láncolt ábrázolás)

Megadjuk a láncolt ábrázolású sor műveleteinek algoritmusait. A műveletek között ismét *nem* szerepel a *betelt* állapot lekérdezése, mivel ebben a reprezentációban nem számolunk a tárolókapacitás gyakorlati felső korlátjával.





5.9. ábra. A sor műveletei láncolt ábrázolás esetén

Az 5.9. ábrán látható algoritmusokban a sorba beszúrandó értéket adjuk meg a *Sorba* utasítás paramétereként, illetve a kiláncolt első elem értékét kapjuk meg a *Sorból* utasítás paraméterében. Ennek megfelelően a műveletek részeként a beszúrandó listaelemet létre kell hozni (*new*), illetve a kiláncolt listaelemet fel kell szabadítani (*dispose*).

Az utóbbi két műveletet úgy is meg lehet írni, hogy a *Sorba* egy *kész listaelem* pointerét kapja meg, míg a *Sorból* a *kiláncolt* listaelem mutatóját adja vissza. Ezzel a paraméter átadás-átvételi móddal majd a bináris keresőfa műveleteinél találkozunk.

A láncolt ábrázolás esetén is fennáll az, hogy a sor minden művelete – függetlenül a sor méretétől – konstans időben végrehajtható:

$$T_{op}(n) = \Theta(1)$$

ahol *op* a sor műveleteinek bármelyikét jelentheti.

5.4. A sor alkalmazásai

A sor adatszerkezet alkalmazásai közül kiemeljük a *bináris fák szintfolytos* és a *gráfok szélességi bejárását*. A sor adatszerkezet arra szolgál, hogy ezekben a struktúrákban a gyökértől, illetve a startcsúcstól induló és az élek mentén távolodó bejárást mintegy arra *ortogonális* irányúvá módosítsa. Ezzel a két algoritmussal későbbi fejezetekben találkozunk.