

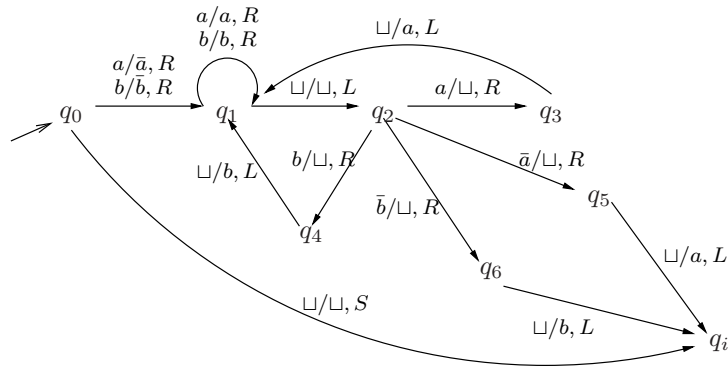
# Logika és számításelmélet

## Pótzárthelyi dolgozat (számításelmélet rész)

**1. feladat.** [5 pont]

1. Mely  $n$  egész számokra teljesül az  $n^8 \leq 2^{\frac{n}{8}}$  egyenlőtlenség?
2. Tekintsük az  $f(n) = (\log_2 n)^2$  és a  $g(n) = n$  függvényeket. Közülük melyik nő gyorsabban? A választ indokold is!

**2. feladat.** [5 pont] Mi lesz az alábbi Turing gép szalagján amikor  $q_i$ -ben megáll, ha a gépet egy  $u \in \{a, b\}^*$  szóval a bemenetén indítjuk el? A választ indokold is! Mutasd meg a gép működését (konfiguráció átmeneteit) az  $abb$  szóval indítva!



**3. feladat.** [5 pont] Adj meg egy olyan Turing-gépet, ami a következő nyelvet dönti el:  $L$  azon  $\{a, b, c\}$ -feletti szavak halmaza, melyekben középen egy  $c$  betű van.

Mekkora lesz a megadott gép időigénye?

**4. feladat.** [5 pont] Vázlatosan ismertesd azt a Turing-gépet, ami azt az  $L$  nyelvet dönti el melyben olyan szavak vannak, melyekben különböző számú  $a$  és  $b$  betű van. A leírásból derüljön ki, hogy milyen algoritmus szerint működik a gép és hogyan manipulálja a szalagjait. Hogyan módosítanád a megadott gépet ahhoz, hogy az  $L$  nyelv eldöntése logaritmikus tárral működjön?

**5. feladat.** [5 pont] Tekintsük a Post Megfelelkezési Probléma egy alábbi dominókészletét:

$$\left\{ \frac{00}{01}, \frac{11}{1}, \frac{1}{0}, \frac{100}{110} \right\}.$$

Van-e ennek a dominókészletnek megoldása? Ha nincs megoldás, akkor módosítsd az egyik dominót úgy, hogy legyen megoldása a kapott készletnek! A megoldásokat indokold is!

**6. feladat.** [5 pont] Legyen  $M$  az a Turing gép, melynek szalagszimbólumai rendre  $a, b, \sqcup$ , állapotai pedig  $q_0, q_1, q_i$  és  $q_n$ . A gép átmeneti függvényét pedig az alábbi bitsorozat kódolja (a kódolás a fenti felsorolásoknak megfelelően történt és feltesszük, hogy a fej irányai az  $L, R, S$  sorrendben vannak kódolva):

010101001001101001001001001100101001010011  
0010010100100110100010001000100011001000100010001000

Add meg  $M$  konfiguráció átmeneteit, ha a szalagján az  $ababa$  szóval indítjuk? Mit csinál  $M$  egy tetszőleges bemenetre?