Név (olvashatóan):__________________ NEPTUN kód: __________

Logika és számításelmélet zárthelyi dolgozat (logika rész, CS10, A csoport)

A feladatok megoldására 80 perc áll rendelkezésre. A megoldásokat ezzel a feladatsorral együtt adják le (erre a papírra is lehet dolgozni)!

---

1. feladat [8 pont] Legyen $F = \{X \supset Y, Y \supset Z, Z \supset \neg X\}$. Adjon egy minimális hosszúságú formulát, melyet hozzávéve F-hez egy kielégíthetetlen formulahalamazt kapunk! A megoldást igazságtáblával igazolja is!

2. feladat [8 pont] Tekintsük az $A = ((X \vee Y) \wedge (X \supset Z) \wedge (Y \supset Z)) \supset Z$ formulát. Igazságértékelés fával döntse el, hogy az A kielégíthető, kielégíthetetlen, vagy tautológia-e!

3. feladat [10 pont] Mutassa meg rezolúcióval, hogy az alábbi formula tautológia:

$$((X \vee Y) \supset Z) \supset ((X \wedge Y) \supset Z).$$

4. feladat [10 pont] Legyen $A = \forall x P(x, f(x)) \wedge \forall x \neg P(x, x) \wedge \forall x \forall y (P(x, y) \supset \exists z (P(x, z) \wedge P(z, y))$. Adjon egy olyan interpretációt, ami kielégíti az A-t! A megoldást röviden indokolja is!

5. feladat [7 pont] Formalizálja a gyakorlaton látott $I = \langle \mathbb{N}_0, =, s, *, +, \mathbf{0} \rangle$ aritmetikai struktúrában azt az állítást, hogy „Egy természetes szám csak akkor osztható néggyel, ha osztható kettővel is”.

6. feladat [7 pont] Tekintsük azt az elsőrendű nyelvet, melyben a predikátumszimbólumok halmaza $\{P, B, R\}$, a függvényszimbólumoké és a konstansszimbólumoké üres; $\nu_1(P) = 2$ és $\nu_1(B) = \nu_1(R) = 1$. Legyen $I = \langle U, P^I, B^I, R^I \rangle$ az az interpretáció, ahol U a sárkányok halmaza, P^I a „gyermeke” reláció (azaz $P^I(m, n)$ igaz $\Leftrightarrow$ n az m gyermeke), B^I a „boldog” reláció, R^I pedig a „tud repülni” reláció. Formalizálja I-ben azt az állítást, hogy „Minden sárkány boldog, ha az összes gyereke tud repülni”.
