

# Logika és számításelmélet

## Második zárthelyi dolgozat, A

### 1. feladat. [5 pont]

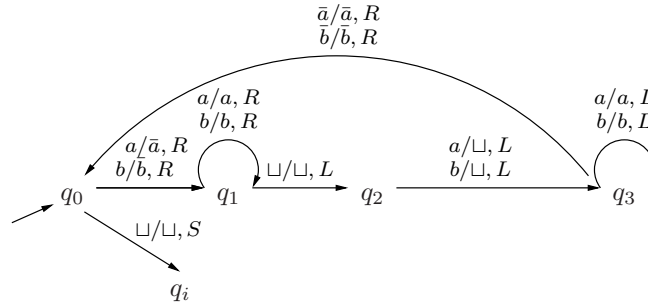
Tekintsük az alábbi  $f(n)$  és a  $g(n)$  függvényeket. Az  $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$ ,  $f(n) = \Omega(g(n))$ ,  $f(n) = \Theta(g(n))$  állítások közül melyik igaz? A választ indokold is!

1.  $f(n) = n^2$  és a  $g(n) = n \log n$ ,

2.  $f(n) = n^n$  és a  $g(n) = 2^{2^n}$ .

**2. feladat.** [5 pont] Mutasd meg az alábbi Turing-gép működését az  $abab$  és az  $bab$  szavakon (írd le a gép konfigurációátmeneteit ezeken a szavakon)!

Általánosan, mikor áll meg  $q_i$ -ben az alábbi Turing gép (ha a gépet egy  $u \in \{a, b\}^*$  szóval a bemeneten indítjuk el) és mi lesz akkor a gép szalagján? A választ indokold is!



**3. feladat.** [5 pont] Adj meg egy olyan egyszalagos determinisztikus Turing-gépet, ami a következő nyelvet dönti el:  $L = \{u\#v \mid u, v \in \{0, 1\}^+, l(u) = 2l(v)\}$ .

Mekkora lesz a megadott gép időigénye?

**4. feladat.** [5 pont] Vázlatosan ismertesd azt a Turing-gépet, ami az  $L = \{a^n b^{2^n} \mid n \geq 0\}$  nyelvet dönti el. A leírásból derüljön ki, hogy milyen algoritmus szerint működik a gép és hogyan manipulálja a szalagjait. Hogyan módosítanád a megadott gépet ahhoz, hogy az  $L$  nyelv eldöntése logaritmikus tárral működjön?

**5. feladat.** [5 pont] Adj meg egy olyan dominokészletet, amelynek nincs a Post Megfelelkezési Probléma szerint megoldása, de ha a készletben egy dominóban megcseréljük a szavakat (az alsó megy felülre és fordítva), akkor már van a készletnek megoldása! A megoldást igazold is!

**6. feladat.** [5 pont] Legyen  $L_{\text{HALT}} = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ megáll a } w \text{ bemeneten}\}$ . Mutasd meg, hogy  $L_{\text{HALT}}$  egy eldönthetetlen nyelv!