

Logika és számításelmélet

pótzárthelyi dolgozat, számításelmélet

1. feladat. [5 pont]

1. Mely n egész számokra teljesül az $n^{32} \leq 2^{\frac{n}{32}}$ egyenlőtlenség?
2. Tekintsük az $f(n) = n^2$ és a $g(n) = n(\log n)(\log n)$ függvényeket. Az $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$, $f(n) = \Omega(g(n))$, $f(n) = \Theta(g(n))$ állítások közül melyik igaz? A választ indokold is!

2. feladat. [5 pont] Legyen M az a Turing gép, melynek bemenő szimbólumai rendre a és b , szalagszimbólumai a , b , \sqcup , állapotai pedig q_0 , q_1 , q_i és q_n . A gép átmeneti függvényét pedig az alábbi bitsorozat kódolja (a kódolás a fenti felsorolásoknak megfelelően történt és feltesszük, hogy a fej irányai az L, R, S sorrendben vannak kódolva):

01010101001101001001001001100101001010011

00100101010011010001000010001000110010001000010001000

Mit csinál M , ha a szalagján az *abba* szóval indítjuk? Mit csinál M egy tetszőleges bemenetre?

3. feladat. [5 pont] Adj meg egy olyan egyszalagos determinisztikus Turing-gépet, ami a következő nyelvet dönti el: $L = \{u\#v \mid u, v \in \{a, b\}^*, 2l(u) = l(v)\}$. (Tehát a nyelvben olyan szavak vannak, melyekben van pontosan egy $\#$ szimbólum, továbbá a $\#$ -tól jobbra kétszer annyi betű van, mint balra.)

Mekkora lesz a megadott gép időigénye?

4. feladat. [5 pont] Vázlatosan ismertesd azt a Turing-gépet, ami az $L = \{0^n 1^{2n} \mid n \geq 0\}^*$ nyelvet dönti el. A leírásból derüljön ki, hogy milyen algoritmus szerint működik a gép és hogyan manipulálja a szalagjait. Hogyan módosítanád a megadott gépet ahhoz, hogy az L nyelv eldöntése logaritmikus tárral működjön?

5. feladat. [4 pont] Add meg a Post Megfelelkezési Probléma egy dominókészletét úgy, hogy az legalább három dominóból álljon, legyen megoldása, és a dominók egyike sem tartalmazza ugyanazt a szót alul és felül!

6. feladat. [6 pont] Mit jelent az, hogy az L_u probléma visszavezethető az $L_{\text{HALT}} = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ megáll a } w \text{ bemeneten}\}$ problémára? Hogyan lehet megvalósítani ezt a visszavezetést? Ezek alapján eldönthető-e az L_{HALT} nyelv!