

Logika és számításelmélet

Első zárthelyi dolgozat

1. feladat. [4 pont]

Legyenek A_1, A_2, A_3 és B zérusrendű formulák. Bizonyítsd be, hogy $\{A_1, A_2, A_3\} \models_0 B$ akkor és csak akkor teljesül, ha $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \neg B$ kielégíthetetlen!

2. feladat. [4 pont]

Tekintsük az $A = X \wedge \neg(Y \supset (Z \supset (X \vee Z)))$ formulát. Igazságértékelés fával dönts el, hogy az A kielégíthető, kielégíthetetlen, vagy tautológia-e!

3. feladat. [3 pont]

Dönts el, hogy az alábbi formulák nyíltak vagy zártak és jelöld meg a szabad változókat, valamint azt, hogy melyik kvantornak meddig tart a hatásköre!

1. $\forall x \exists y Q(x, y) \wedge \exists x \forall z R(x, y, z),$
2. $\forall y \exists z (R(x, y, z) \supset \exists x Q(z, x)),$
3. $\exists x \forall y (P(x) \wedge R(x, f(y))) \supset \exists z Q(x, z)).$

4. feladat. [6 pont]

Formalizáld első rendben az alábbi állításokat!

1. Az f egy olyan egyváltozós függvény, hogy az alaphalmaz minden elemének pontosan két különböző őse van az f szerint.
2. A P egy olyan kétváltozós predikátum ami reflexív, de nem szimmetrikus.

5. feladat. [5 pont]

Mutasd meg, hogy a következő formula nem tautológia!

$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \supset \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$$

6. feladat. [8 pont]

Formalizáld 0-ad rendben az alábbi állításokat és a rezolúció segítségével mutasd meg, hogy az A_1, A_2, A_3, A_4 formulák logikai következménye a B formula!

1. A_1 : Ha a vállalatvezetés makacs, akkor a kormány katonaságot küld az üzembe.
2. A_2 : Ha a kormány katonaságot küld az üzembe, akkor a sztrájk nem állítható meg.
3. A_3 : A sztrájk megállítható.
4. A_4 : A vállalatvezetés makacs.
5. B : Ha a vállalatvezetés makacs, akkor a kormány nem küld katonaságot az üzembe és megállítja a sztrájkot.