

1. A FUZZY LOGIKA RÖVID ISMERTETÉSE

A fuzzy logikát alapvetően azért találták ki, hogy pontatlan vagy bizonytalan információkat, ismereteket, vagy rugalmasan kezelhető határfeltételeket is matematikai formába lehessen önteni, azokat kvantitatíve kezelni lehessen.

1.1 Fuzzy halmazok

A „fuzzy halmaz” a megszokott számhalmazfogalom („éles halmaz”) általánosítása. Egy „éles” halmaznak egy szám vagy eleme vagy nem; ezt a relációt jellemezhetjük az alábbi (ún. karakterisztikus) függvénnyel:

$$\mu(x) = 1, \quad \text{ha } x \text{ eleme } X\text{-nek, ill.}$$

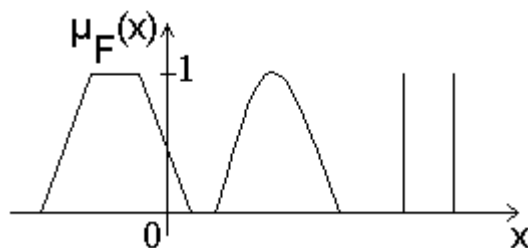
$$\mu(x) = 0, \quad \text{ha } x \text{ nem eleme } X\text{-nek.}$$

Ennek alapján kézenfekvő a halmazfogalom általánosítása: egy

$$F = \{ (x, \mu_F(x)) : x \in X \}$$

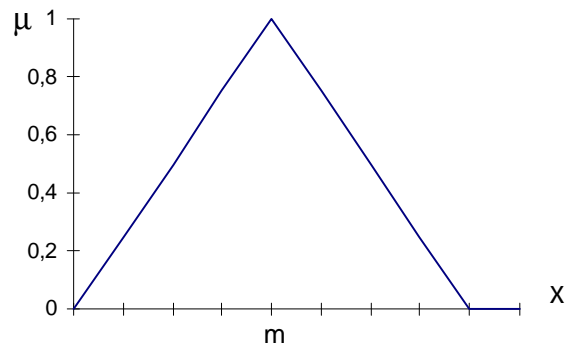
halmazt „X feletti fuzzy halmaznak” nevezünk, ahol az x elemek az X halmazzal egy 0 és 1 közötti számmal jellemezhető kapcsolatban állnak, ezt a kapcsolatot adja meg az ún. „tagsági függvény” (ez a kifejezés honosodott meg a magyar szaknyelvben a karakterisztikus függvény helyett; az angol megfelelője a „membership function”, a német pedig „Zugehörigkeitsfunktion”):

$$\mu_F(x): X \longrightarrow [0,1] \quad (\text{mostantól } X \subset \mathbf{R}).$$



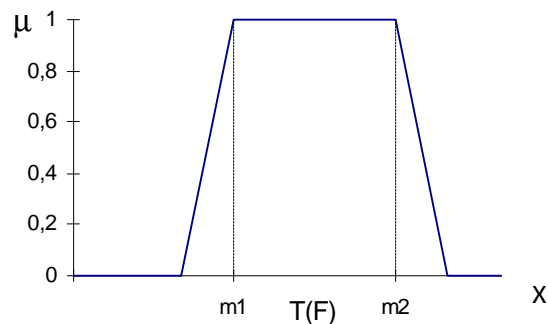
1. ábra Példa tagsági függvényekre

Szabályzástechnikában a túlzott számítás elkerülése véget egyszerű függvényeket használnak, mint például:



- ahol m neve: „modális” érték.
- Normális fuzzy halmaz definíciója: Legyen F fuzzy halmaz értelmezve X -en és ha létezik $H(F) = \max_{x \in X} \mu_F(x)$, $x \in X$ és $H(F) = 1$, akkor F normált fuzzy halmaz, egyéb esetben szubnormális.
- Support, tolerancy: F fuzzy értelmezve van X halmazon, ekkor $S(F) = \{x \in X \mid \mu_F(x) > 0\}$ mind „támogatják” a fuzzy halmazt, ezek F „supportjai”.
 $T(F) = \{x \in X \mid \mu_F(x) = 1\}$ a „tolerancia” tartalmazza az összes 1 tagsági fokú halmazelemet.

A klasszikus halmazelméletben $S(F) = T(F)$.



1.2 Műveletek fuzzy halmazokon

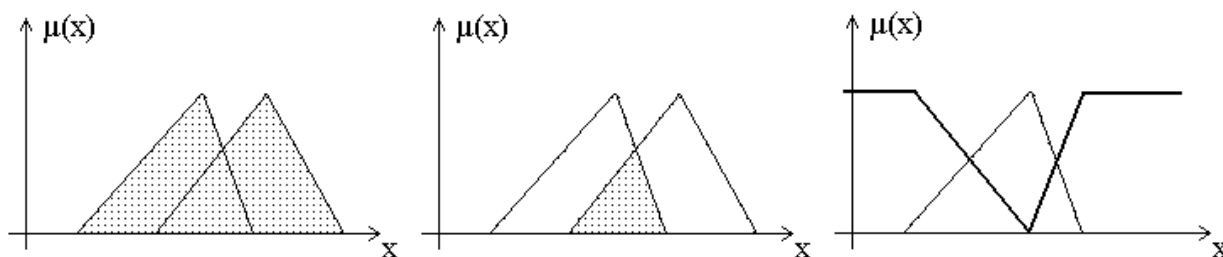
Fuzzy halmazok között is értelmezhetők műveletek, még hozzá többféleképpen is:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mathbf{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ vagy } \mathbf{MIN}(1, \mu_A(x) + \mu_B(x)), \text{ stb ...}$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mathbf{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ vagy } \mu_A(x) * \mu_B(x), \text{ stb ...}$$

$$\mu_{\neg A}(x) = \mathbf{1} - \mu_A(x). \quad (\text{komplementer})$$

(A következőkben a vastagon szedett operátorokat használjuk.)



2. ábra Példa műveletekre: unió, metszet, komplementer

Bevezethető a **reláció** fogalma, az éles halmazokon értelmezett relációkhoz hasonlóan:
Emlékeztetőül: hagyományos halmazelméletben

$$R : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \longrightarrow \{0,1\}$$

Pl.: $R: x < y$

R	3	4	5	6
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	0	1	1	1
4	0	0	1	1

a reláció mátrix:
$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Fuzzy halmazok elméletében:

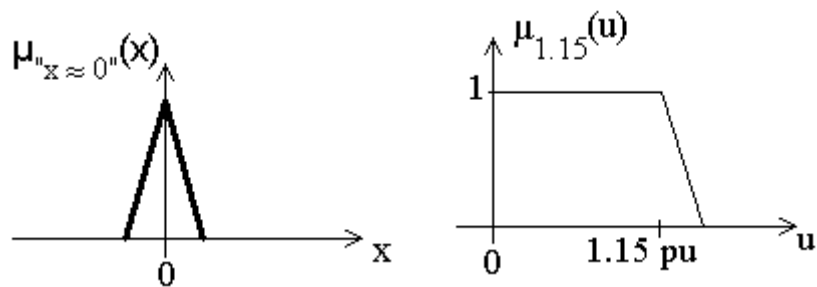
$$\mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \longrightarrow [0,1] .$$

Pl. az $x \approx y$ (közelítőleg egyenlő) reláció $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ és $y \in \{3, 4, 5, 6\}$ esetén az pl. alábbi lehet:

	3	4	5	6
1	0.4	0.1	0	0
2	0.7	0.4	0.1	0
3	1	0.7	0.4	0.1
4	0.7	1	0.7	0.4

1.3 Fuzzy következtetés, fuzzy logika

Egy $F = \{ (x, \mu_F(x)) : x \in X \}$ fuzzy halmazt tekinthetünk úgy, mint egy X halmaz x elemeire megfogalmazott állítást, ahol a $\mu_F(x)$ tagsági függvény megadja az állítás igazságtartalmának a mértékét. Tehát pl. az „ x körülbelül 0” ill. a „feszültség nem nagyon haladja meg 1.15 pu-t” állításnak megfelelhetnek az alábbi fuzzy halmazok:



3. ábra Példa fuzzy logikai állításokra

Mármost ahhoz, hogy felépíthessünk egy fuzzy logikai következtetési sémát, definiálnunk kell a logikai operátorokat. A klasszikus halmazelmélet és az „éles logika” közti kapcsolat analógiájára a VAGY operátor megegyezik az unió, az ÉS a metszet, a negáció pedig a komplementer operátorral.

Úgyszintén definiálni kell a fuzzy implikációt (ez egy reláció, jele \Rightarrow), ami a HA...AKKOR... típusú szabályok kezelésére alkalmas. Ezt sokféleképpen megtehetjük, pl. az éles logikai implikáció alapján:

$$a \Rightarrow b \quad \Leftrightarrow \quad \neg a \vee b, \text{ és}$$

$$\neg A \rightarrow 1 - \mu_A(x), \text{ továbbá}$$

$$A \vee B \rightarrow \text{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ így tehát}$$

$$A \Rightarrow B \rightarrow \text{MAX}(1 - \mu_A(x), \mu_B(x))$$

de használatosak a

$$\text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \text{ és a}$$

$$\mu_A(x) * \mu_B(x)$$

operátorok is.

(A fuzzy halmazelméletben és logikában a klasszikus elméletekkel ellentétben nem egyértelmű az operátorok „működése”, tehát hogy pl. a VAGY művelet hogyan állítsa elő a két operandusból az eredményt. Ennek okairól ld. **Bothe, H. H., 1993**)

Az operátorok választásánál többféle szempont vehető figyelembe:

- közel álljon a szemléletünkhöz, (pl. egy HA...AKKOR... szabály igazságtartalma ne legyen nagyobb a premisszájának az igazságtartalmánál) – ezért alkalmazzuk a MIN ill. a PROD operátort
- az éles logika tulajdonságai, azonosságai közül minél többet megőrizzen,
- minél kevesebb legyen a számításigénye – ezért alkalmazzuk a MIN és a MAX operátorokat.)

Kompozíció.

Legyen A egy X feletti fuzzy halmaz, és R egy kétértékű fuzzy reláció $X \times Y$ felett. Ekkor A és R kompozíciója (A o R) egy B fuzzy halmaz Y felett:

$$\mu_{A \circ R}(y) = \mu_B(y) = \max_{x \in X} \min(\mu_A(x), \mu_R(x, y))$$

Ez a szabály megadja, hogy hogyan kell kiértékelni egy, az R reláció által reprezentált
 HA $x = A$ AKKOR $y = B$

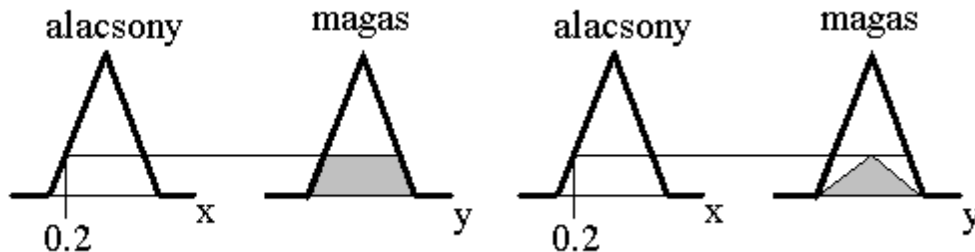
szabályt egy A bemeneti fuzzy halmaz esetén.

A fuzzy szabályozók szempontjából a kompozíciónak erre az általános esetére nincs is szükség, mert ott a bemenetek nem fuzzy halmazok, hanem „éles” értékek. Ekkor a bemeneti A fuzzy halmaz csak egyetlen x' pontban nemnulla, ezért ebben az esetben a fenti összefüggés az alábbira egyszerűsödik:

$$\mu_B(y) = \mu_R(x', y)$$

Ezekután lássunk egy példát a fuzzy következtetési (vagy „inferencia”-) mechanizmusra:

legyen az állítás: R : HA x „alacsony” AKKOR y „magas” ,
 és legyen $x' = 0.2$



4. ábra Fuzzy inferencia a) MIN

b) PROD (szorzás) operátor alkalmazásával

Látható, hogy az inferencia eredménye egy fuzzy halmaz, amely megadja az állítás igazságértékét y függvényében az $x' = 0.2$ helyen. Mármost ha a fenti állítás igazságtartalmára vagyunk kíváncsiak egy konkrét y' helyen, akkor az adott y' értéket az állításba „behelyettesítjük”, vagyis megnézzük az imént kapott fuzzy halmaz tagsági függvényének értékét az y' helyen.

(Megjegyzés: Ha több állításunk van, és mindegyiknek a premisszája és a konklúziója ugyanazokra a változókra vonatkozik, akkor – mivel ebben az esetben az állítások között lényegében VAGY kapcsolat van – az összesített konklúziót az egyes részkonklúziók uniójaként állítjuk elő.)

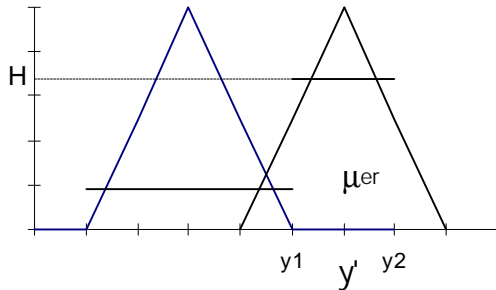
1.4 A fuzzy szabályozó

A fuzzy szabályozó esetén azonban nem az állításaink igazságértékére vagyunk kíváncsiak, hanem a felállított szabályrendszerrel elvárjuk, hogy minden bemenet esetén előállítson valamilyen kimenetet.

Ehhez a következtetés eredményeképp adódott fuzzy halmazt „defuzzifikálni” kell, vagyis a fuzzy halmazból egy „éles” értéket kell előállítani.

Feladat: A $m_{er}(y)$ karakterisztikus függvényből a lehető legértelmesebb konkrét értéket y' -t létrehozni.

A) Maximum módszerek



1) Középvérték módszer

$$y' = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

2) Első maximum választás (First of Maxima)

$$y' = y_1$$

3) Utolsó maximum választás (Last of Maxima)

$$y' = y_2$$

B) Súlypont módszer

1) Integrál módszer

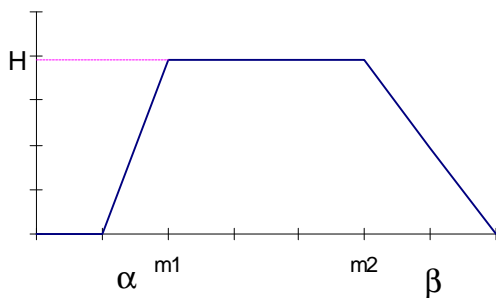
$$y' = \frac{\int y m_{er}(y) dy}{\int m_{er}(y) dy}$$

2) Súlypont módszer SUM-MIN következtetéssel

Összegezzük az egyedi $m_{B_j}(y)$ értékeket a MAX operátor helyett:

$$m_{er}(y) = \sum_{j=1}^m m_{B_j}(y)$$

$$y' = \frac{\int y \sum_{j=1}^m m_{B_j}(y) dy}{\int \sum_{j=1}^m m_{B_j}(y) dy} = \frac{\sum_{j=1}^m \int y m_{B_j}(y) dy}{\sum_{j=1}^m \int m_{B_j}(y) dy} = \frac{\sum_{j=1}^m M_j}{\sum_{j=1}^m A_j}, \quad \text{ahol } M_j \text{ momentum, } A_j \text{ felület.}$$



$$M = \frac{H}{6}(3m_2^2 - 3m_1^2 + \mathbf{b}^2 - \mathbf{a}^2 + 3m_2\mathbf{b} + 3m_1\mathbf{a})$$

$$A = \frac{H}{2}(2m_2 - 2m_1 + \mathbf{a} + \mathbf{b})$$

3) Magasság módszer (súlypont módszer singleton-okra)

Ha a nyelvi fogalmak kimenő értékei (y) singleton-ként vannak definiálva:

$$y' = \frac{\sum_{j=1}^m y_j H_j}{\sum_{j=1}^m H_j}$$

Ha nem singleton az y, akkor közelítő eredményt ad, ha modál értékével helyettesítjük.

A fuzzy szabályozó működéséről és az eddig elmondottokról áttekintést ad az 5. ábra.

Legyen a konkrét bemenőjel: $\underline{x}' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$, ekkor a következtetési mechanizmus az alábbi:

1) A teljesülés fokának megállapítása szabályonként (feltételenként)

$$H_1 = \text{MIN}(m_{A_{11}}(x'_1), m_{A_{12}}(x'_2) \dots m_{A_{1n}}(x'_n))$$

.

$$H_m = \text{MIN}(m_{A_{m1}}(x'_1), m_{A_{m2}}(x'_2) \dots m_{A_{mn}}(x'_n))$$

A szabályok $H_j > 0$ esetén aktívak.

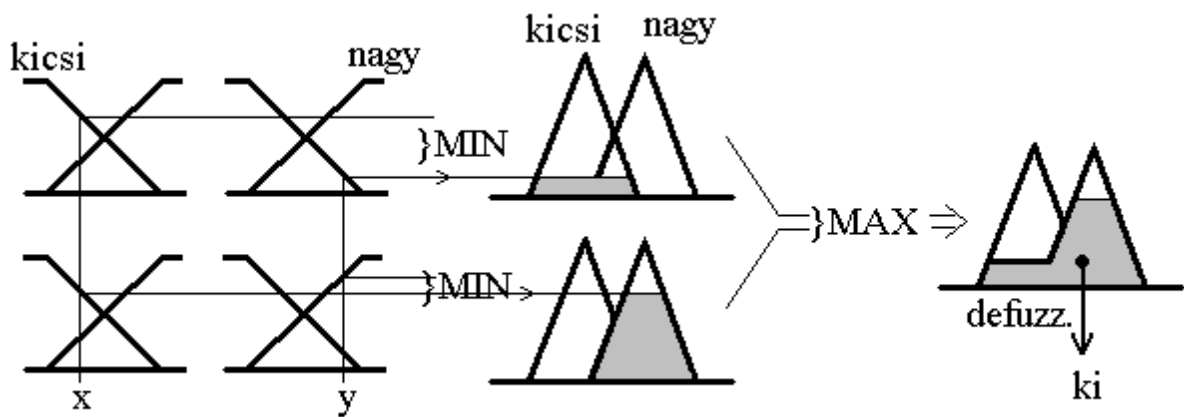
2) Feltételenként az eredmény Fuzzy-halmaz, B'_j meghatározása. Úgy adódik, hogy MAXMIN következtetési módszer esetén a B_j eredmény Fuzzy halmazt elvágjuk H_j teljesülési értéknél.

$$m_{B'_j}(y) = \text{MIN}(H_j, m_{B_j}(y))$$

3) Az eredmény Fuzzy halmaz B' meghatározása a 2. lépésben meghatározott $B'_1 \dots B'_m$ részeredmények uniójaként a MAX operátorral.

$$m_{er}(y) = m_{B'}(y) = \text{MAX}(m_{B'_1}(y) \dots m_{B'_m}(y)) = \text{MAX}_{j=1,m} m_{B'_j}(y)$$

4) Defuzzifikálás.



HA x „kicsi” ÉS y „kicsi” AKKOR ki „kicsi”
 HA x „kicsi” ÉS y „nagy” AKKOR ki „nagy”

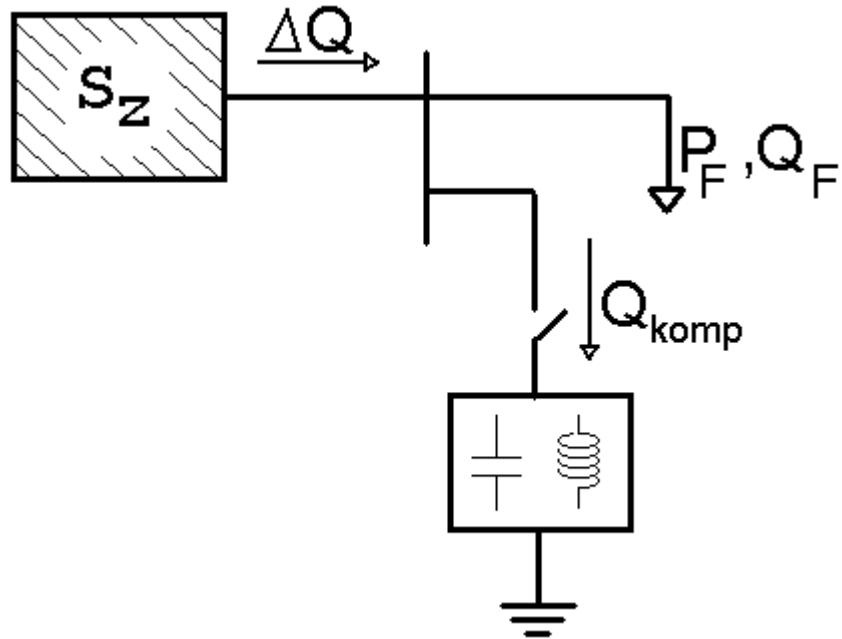
5. ábra Fuzzy inferencia áttekintése (MAX-MIN inferencia)

2. A MÉRÉS LEÍRÁSA

A mérés során a hallgatók megismerkednek a fuzzy szabályozók ...és maguk is...

2.1 Feladat: Gyors feszültség-meddő szabályozás

A mérés során az alábbi hálózat feszültség-meddő viszonyait vizsgáljuk:



A kompenzátor célja, hogy a teljesítményáramlások feszültség-befolyásoló hatását kiegyenlítse a ... sínen. A mérési feladat során csak a meddőáramlásokat vesszük figyelembe, és a .. sínen a feszültség változását a

$$\Delta U \approx -U \frac{\Delta Q}{S_Z}$$

képlettel közelítjük, ahol

ΔQ a gyűjtősínen átáramló **összes** meddőteljesítmény (tehát $\Delta Q = Q_F + Q_{\text{komp}}$),

S_Z a gyűjtősín zárlati teljesítménye,

U a gyűjtősín névleges feszültsége,

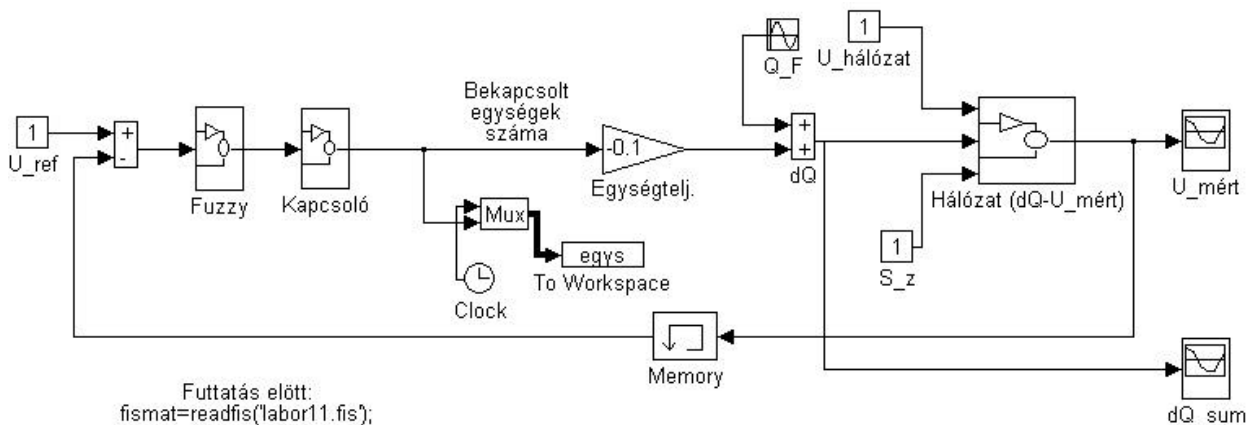
ΔU pedig a gyűjtősín feszültségének változása a ΔQ meddőáramlás hatására.

A sín pillanatnyi feszültsége a névleges feszültség és a feszültség-változás összege: $U = U_n + \Delta U$.

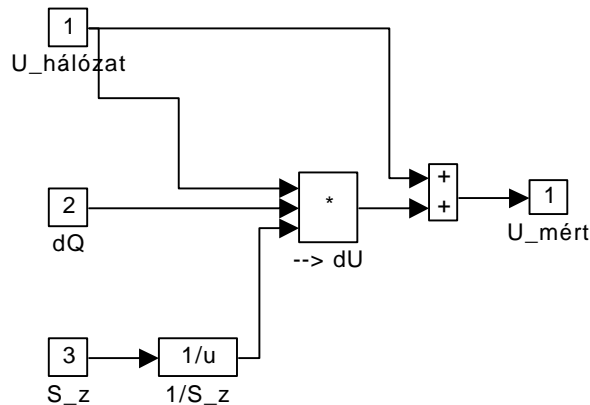
2.2 A kompenzáció szimulációja Matlab/Simulink segítségével

A „Matlab 4.2c” program elindítása után.....

A labor1 nevű Simulink-modell az alábbi ábrán látható:



A bekapcsolt kompenzáló egységek száma megszorozva az egységteljesítményükkel megadja a kompenzátor által termelt (fogyasztott) meddőteljesítményt. (Ha a bekapcsolt egységek száma pozitív, akkor kondenzátorok vannak bekapcsolva, ha pozitív, akkor fojtók. Az egységteljesítmény negatív szám, mert kondenzátorokra vonatkozik.) Ehhez hozzáadva a fogyasztó meddőigényét megkapjuk a sínen átáramló összes meddőteljesítményt, ΔQ -t. A „Hálózat” elem modellezi a hálózat viselkedését a ... és a ... képlet szerint:



A kompenzátor szabályozójának bemenete a sín feszültség-alapjeléből és a mért feszültségből képzett hibajel.

A fuzzy szabályozó a „labor11.fis” file-ban van letárolva, ezt a szimuláció indítása előtt a `fismat=readfis('labor11.fis');`

utasítással kell betölteni.

A fuzzy szabályozó tulajdonságainak (tagsági függvények, szabálybázis, operátorok, stb.) megtekintése és szerkesztése, módosítása a „Fuzzy Logic Toolbox” segítségével végezhető, ennek ismertetésére a következő fejezetben kerül sor.

A szabályozó a kimenetén egy -1 és 1 közötti számot állít elő. A „+1” kimenet egy fojtó kikapcsolását, ill. (ha már az összes ki van kapcsolva) egy kondenzátoregység bekapcsolását; a „-1” kimenet pedig egy kondenzátor kikapcsolását, ill. (ha már az összes ki van kapcsolva) egy fojtó bekapcsolását kezdeményezi. A tényleges kapcsolást (a sínre kapcsolt meddőkompenzátor eszközök számlálását) a modellben a „Kapcsoló” egység végzi:

Ha tehát ennek bemenete eléri az 1 -et, akkor a bekapcsolt egységek száma eggyel növekszik, ha a bemenet eléri a -1 -et, akkor a bekapcsolt egységek száma eggyel csökken. (A „Memory” elem az ún. „algebrai hurkok”, vagyis az **önmagába való visszacsatolások** elkerülését szolgálja.)

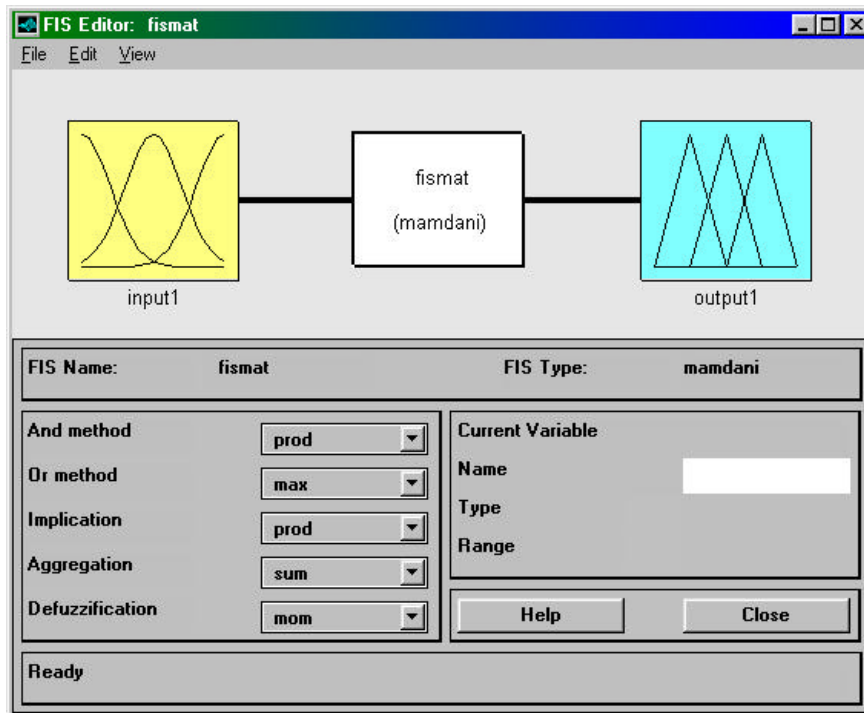
2.3 A Fuzzy Logic Toolbox rövid ismertetése

(A teljes ismertető megtalálható a http://www.cesga.es/matlab/pdf_doc/fuzzy/fuzzy_tb.pdf file-ban.)

A

`fuzzy(fismat);`

utasítás beírása után megjelenik egy grafikus felület, amely a `fismat` változóban tárolt fuzzy szabályozó tulajdonságait mutatja:



Mint látható, a szabályozónak egy bemenete és egy kimenete van, az ÉS operátort, valamint az implikációt a szorzás (**prod**), a VAGY operátort a **maximum**, a részkonklúziók egyesítését az összeadás (**sum**) műveletekkel végezzük, a defuzzifikálást pedig a **mean of maxima** (maximumok középértéke) eljárással.

A File menu parancsainak segítségével lehet betölteni ill. elmenteni egy fuzzy szabályozót, úgy lemezre, mint a Matlab változói közé. Innen indítható egy teljesen új szabályozó szerkesztése is.

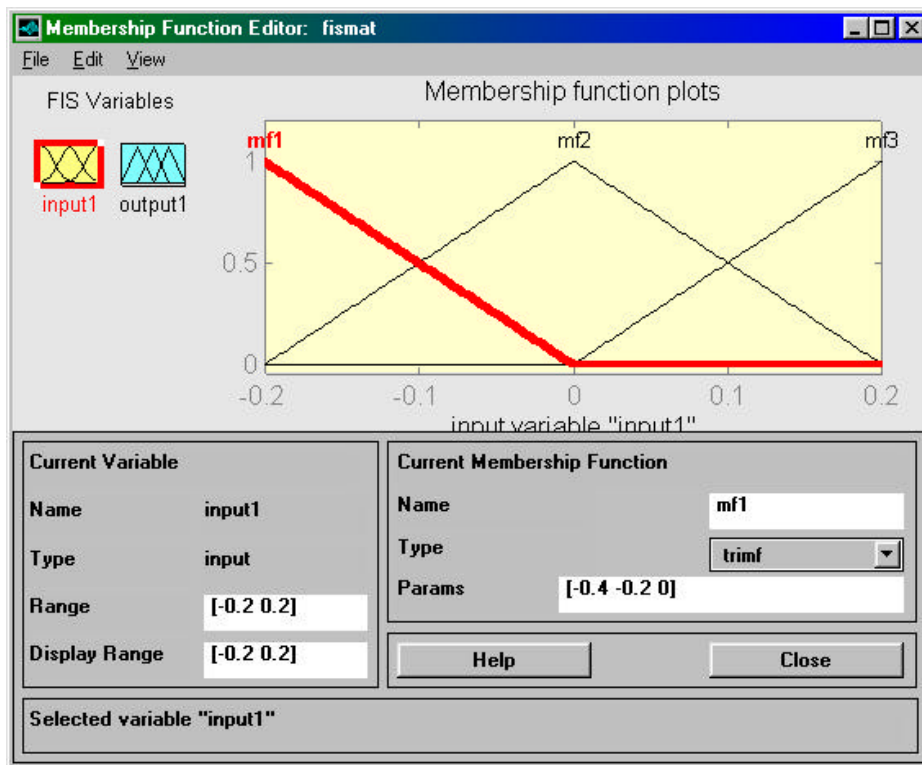
Az Edit menü alatti utasításokkal adhatunk a szabályozónak további bemeneteket ill. kimeneteket, ill. a fenti grafikus felületen kijelölt bemeneti vagy kimeneti változókat eltávolíthatjuk.

A View menüpont alatti parancsok lehetőséget nyújtanak

- az egyes be/kimeneti változókhoz rendelt tagsági függvények szerkesztésére
- a szabálybázis szerkesztésére
- a szabályozó viselkedésének grafikus megjelenítésére különböző bemeneti értékek hatására
- a bemenet-kimenet függvény hiperfelületének megjelenítésére

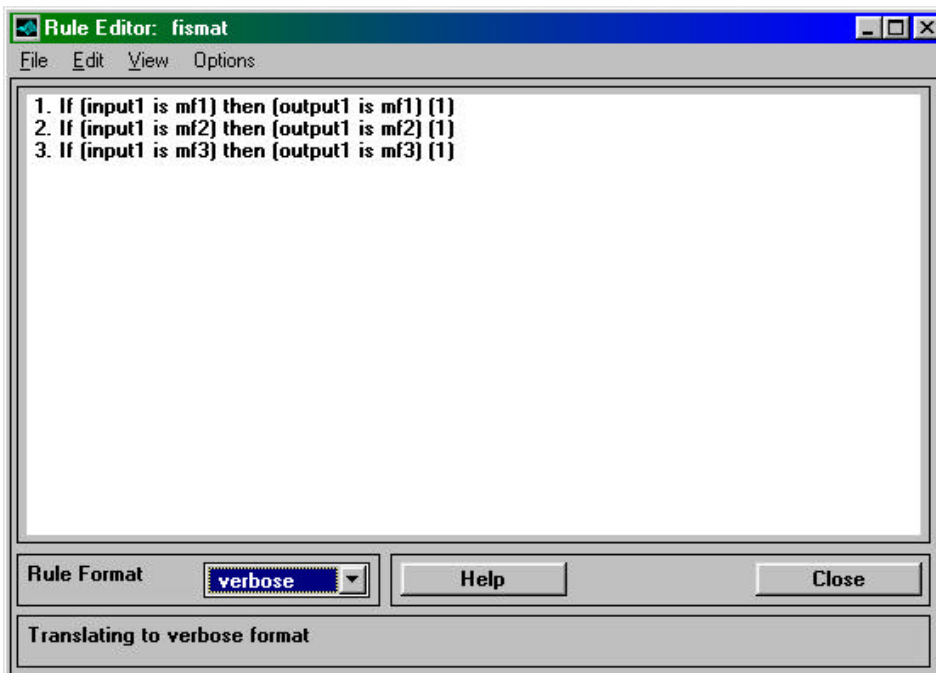
Az alábbiakban ezek rövid részletezése következik:

- Membership Function Editor



Az Edit menüpont parancsai szolgálnak új tagsági függvények hozzárendelésére, ill. tagsági függvények eltávolítására. A „FIS Variables” felirat alatt a megfelelő változóra kattintva megjelennek az ahhoz rendelt tagsági függvények, illetve (a „Current variable” ablakrészben) a változó értelmezési tartománya. Egy tagsági függvény grafikonjára kattintva pedig a „Current membership function” ablakrész mutatja annak tulajdonságait. (Pl. „trimf”: háromszög-alakú tagsági függvény, supportja a $[-0.4 \ 0]$ intervallum, modális értéke 0.2)

b) Rule Editor



A szabálybázis 3 nézetben tekinthető meg (ld. Rule Format): “verbose” (ld. az ábrát; a zárójelbe tett számok az egyes szabályok súlyát jelentik, esetünkben az mindig 1.), “symbolic”:

1. (input1==mf1) => (output1=mf1) (1)
2. (input1==mf2) => (output1=mf2) (1)
3. (input1==mf3) => (output1=mf3) (1)

és “indexed”:

- 1, 1 (1) : 1
- 2, 2 (1) : 1
- 3, 3 (1) : 1

(Itt a kettőspont utáni egyeseknek nincs jelentősége.)

Legáttekinthetőbb a „verbose” nézet, viszont a szabálybázis szerkesztése legkönnyebben az „indexed” nézetben végezhető.

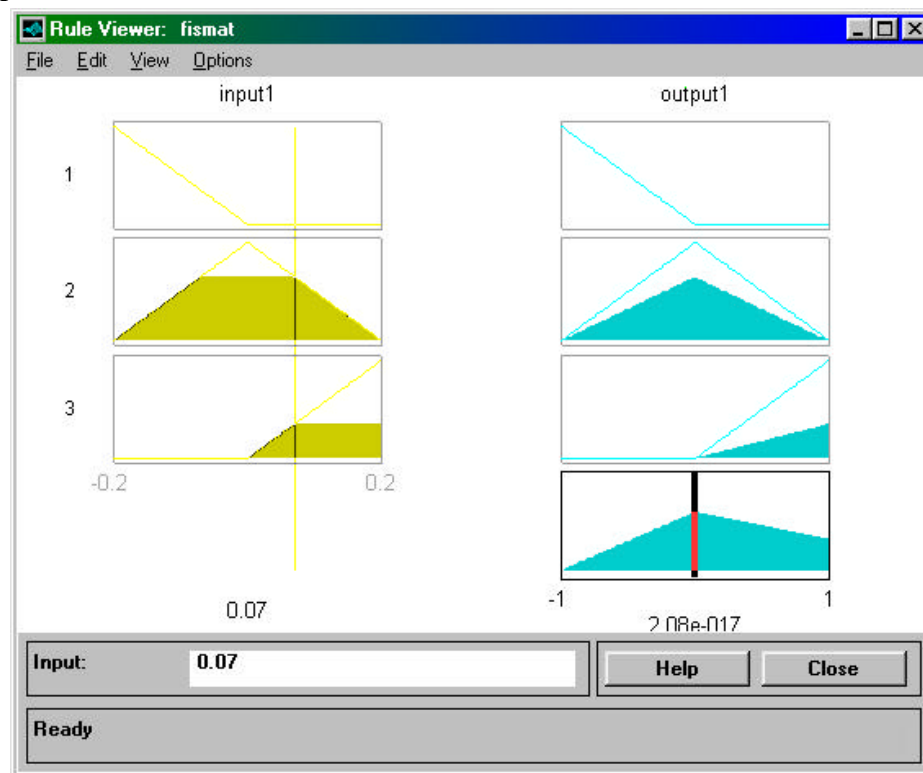
Több bemeneti változó esetén egy szabály pl. az alábbi lehetne:

Verbose: If (input1 is mf2) and (input2 is mf1) then (output1 is mf3) (1)

Symbolic: (input1==mf2) & (input2==mf1) => (output1=mf3) (1)

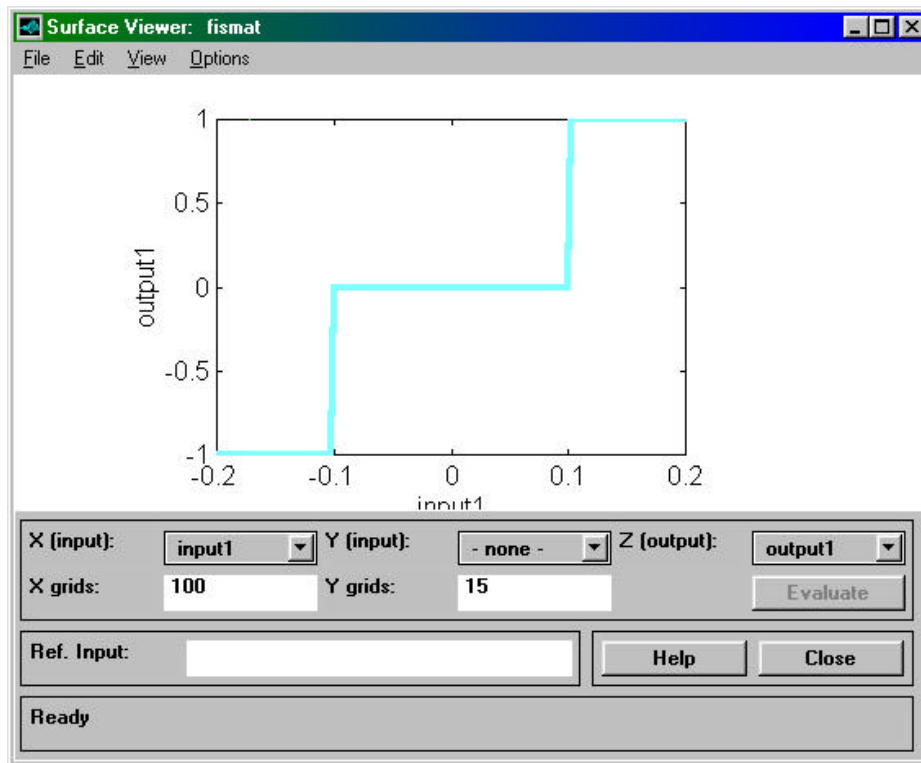
Indexed: 2 1, 3 (1) : 1

c) Rule Viewer



Ebben az ablakban látható a három szabály, az egyes szabályok premisszáinak teljesülési értékei (körülbelül) az „Input” mezőben megadható bemenet esetén, a részkonklúziók, azok egyesítése, végül pedig a kimeneti érték (esetünkben 2.08e-17, ami ≈0.)

d) Surface Viewer



Itt látható a szabályozó kimenete a bemeneteinek függvényében.

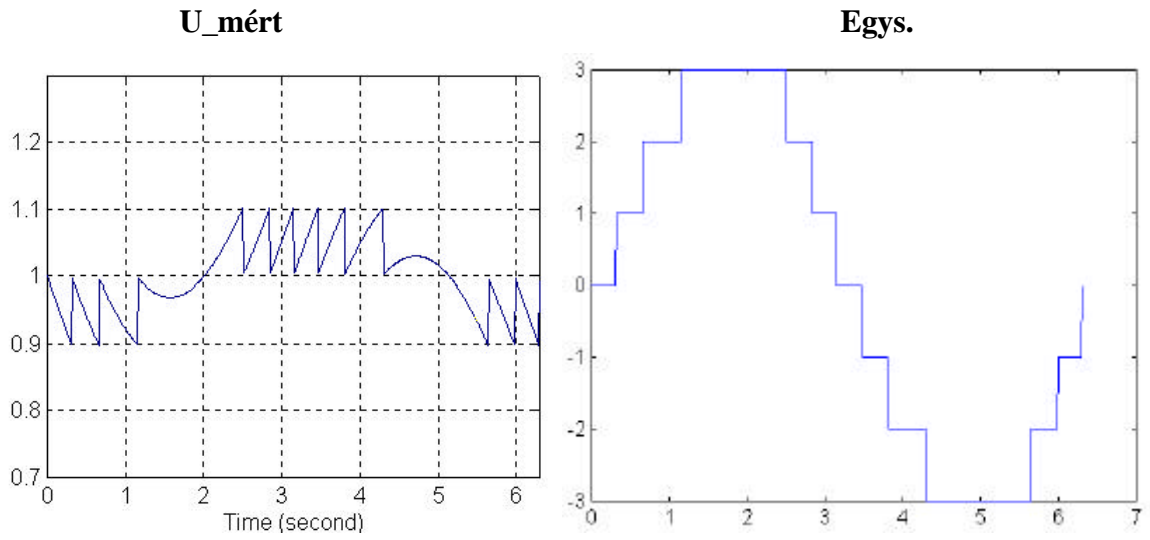
3. FELADATOK

- I. Minden mérőcsoport hozzon létre egy könyvtárat (...alakú néven, hol?), másolja át abba a labor1.m és a labor11.fis file-okat, és a továbbiakban abba a könyvtárba mentse a munkáját.
- II. A labor1 modellen a szimuláció lefuttatása, eredmények dokumentálása: $U_{mért}$, dQ_{sum} , és Egys. időfüggvények, azok közti összefüggések magyarázata. A fuzzy szabályozó működésének (feszültségghatárainak) magyarázata (segítség: Rule Viewer).
- III. Növeljék meg a hálózat rövidzárlati teljesítményét, és dokumentálják, ill. magyarázzák a tapasztaltakat!
- IV. A fuzzy szabályozót módosítsák az alábbiak szerint: Hozzanak létre egy új bemenetet, kössék rá a mért feszültség deriváltját. (Ne közvetlenül, hanem egy „Rate Limiter”-en keresztül.) Ennek a bemeneti változónak az értelmezési tartományát 0.4 pu. dQ_F amplitúdóra méretezzék (1 pu. frekvencia esetén). Ez a bemeneti mennyiség csupán módosítani hivatott az eddigi szabályozóműködést. Az új szabályozótól elvárjuk, hogy „nagy” feszültségderivált esetén már a 10%-os feszültségghatár elérése előtt kompenzáljon, „elegendően kis” derivált esetén azonban „kissé” engedje túllőni a feszültséget. Ha azonban a feszültség már pl. túllépte a 10%-ot, de a deriváltja elég nagy (tehát várható,

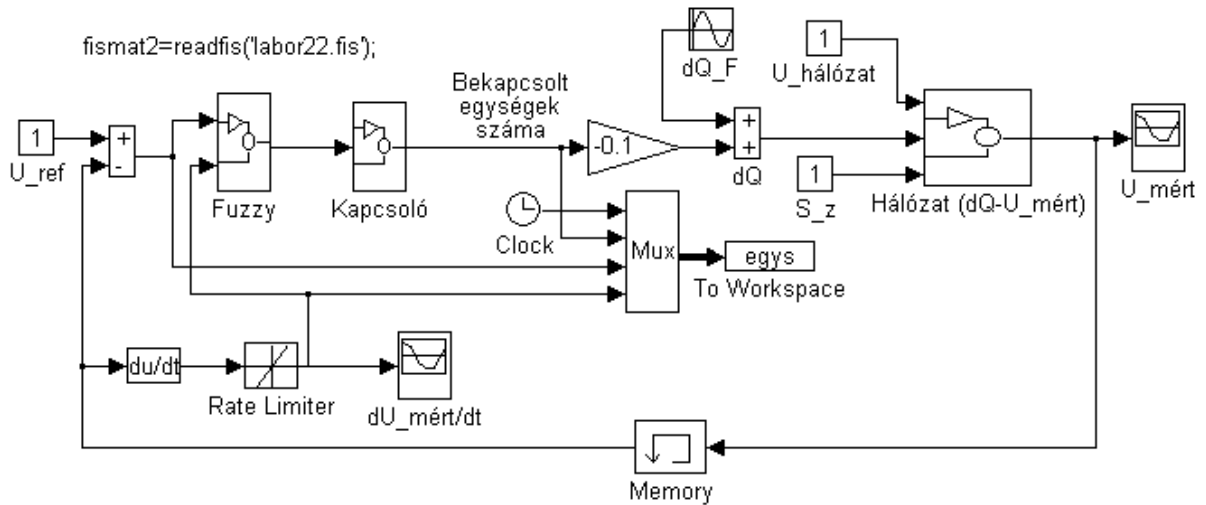
hogy a feszültség hamar visszatér a toleranciasávba), akkor – a feleslegesen nagy kapcsolási számok elkerülése végett – már nem szükséges kompenzálni.

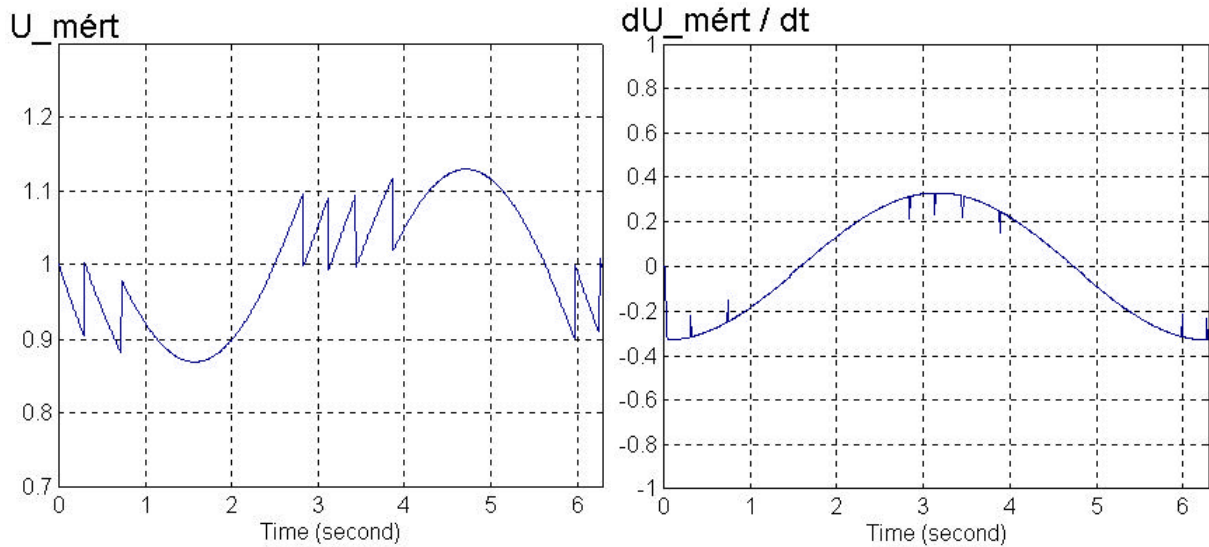
- V. A tagsági függvényeket úgy próbálják beállítani, hogy a 10%-os toleranciasávot a feszültség kb. 0.3-as dU/dt értéknél lépje át. Az eredményt grafikusán és a kapcsolásokkor mérhető feszültség ill. dU/dt értékek feltüntetésével dokumentálják. (labor2, rangeu 0.35?, range dU 1)
- VI. Minden egyes lépést dokumentáljanak, és magyarázzák is meg.

A II. pont eredménye:



IV. és V. pont elvárt eredménye kb:

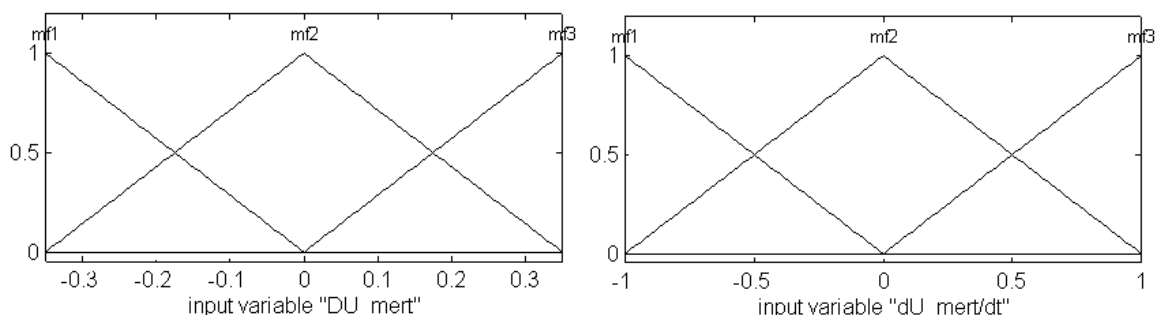




Ez utóbbi ábrán megfigyelhető, hogy a kapcsolások alkalmával a deriváltban milyen ugrások következnek be. Ha nem lenne a „Rate Limiter”, akkor ezek az ugrások sokkal nagyobbak lennének, és „megbolondulhatna” a szabályozó. (A „Rate Limiter” slew rate paraméterei jelen esetben 10 és -10, de lehet kisebb abszolút értéket is beállítani, mert akkor ezek az ugrások kisebbek lesznek.)

A fenti eredményt előállító fuzzy szabályozó jellemzőit az alábbiakban foglaljuk össze:

1. (DU_mert==mf1) & (dU_mert/dt==mf1) => (output1=mf2) (1)
2. (DU_mert==mf1) & (dU_mert/dt==mf2) => (output1=mf1) (1)
3. (DU_mert==mf1) & (dU_mert/dt==mf3) => (output1=mf1) (1)
4. (DU_mert==mf2) & (dU_mert/dt==mf1) => (output1=mf3) (1)
5. (DU_mert==mf2) & (dU_mert/dt==mf2) => (output1=mf2) (1)
6. (DU_mert==mf2) & (dU_mert/dt==mf3) => (output1=mf1) (1)
7. (DU_mert==mf3) & (dU_mert/dt==mf1) => (output1=mf3) (1)
8. (DU_mert==mf3) & (dU_mert/dt==mf2) => (output1=mf3) (1)
9. (DU_mert==mf3) & (dU_mert/dt==mf3) => (output1=mf2) (1)



A kimeneti tagsági függvények nem változnak.