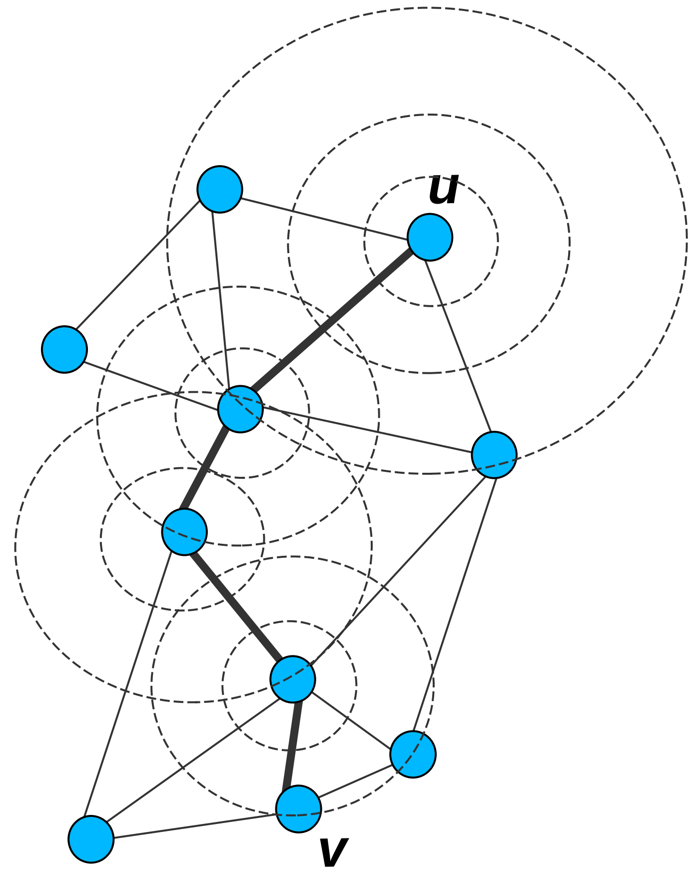
Hálózati Algoritmusok

Topológia felügyelet és routing ad hoc hálózatokban

Topológia felügyelet (Topology Control)

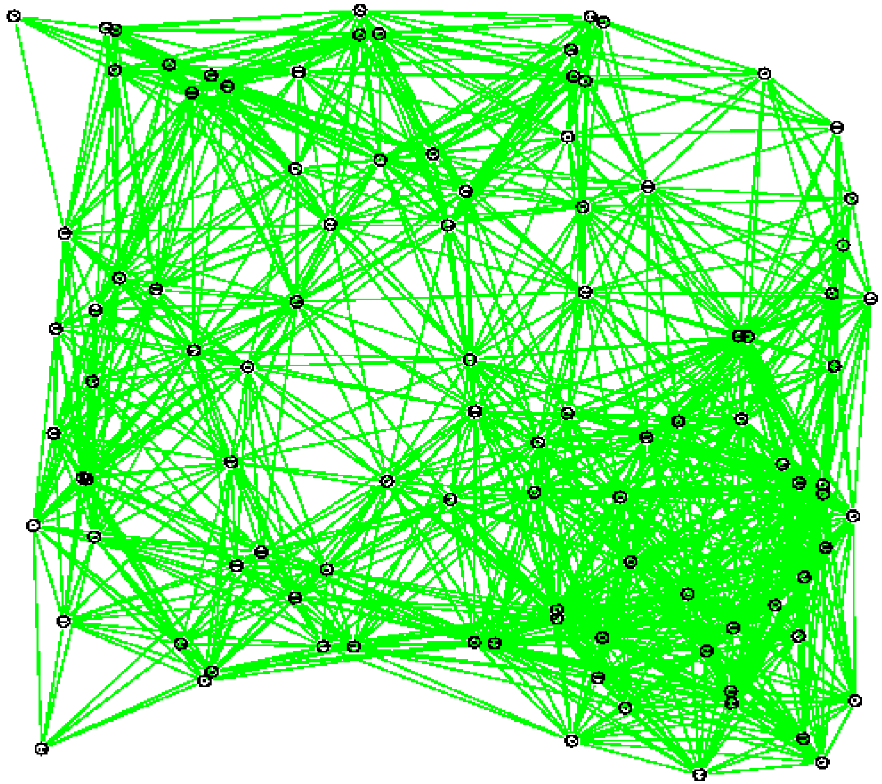
- Ritka topológiák, alacsony fokszám
  - tár hatékonyság
- Rövid és alacsony energiájú utak
  - Energia: akumulátor élete
    egészségi okok
- Alacsony maximális terhelés
- Hatékony elosztott konstrukció
  és fenntartás
  skálázhatóság
  hibatolerancia



Topology Control

Példa, ha nincs topológia felügyelet

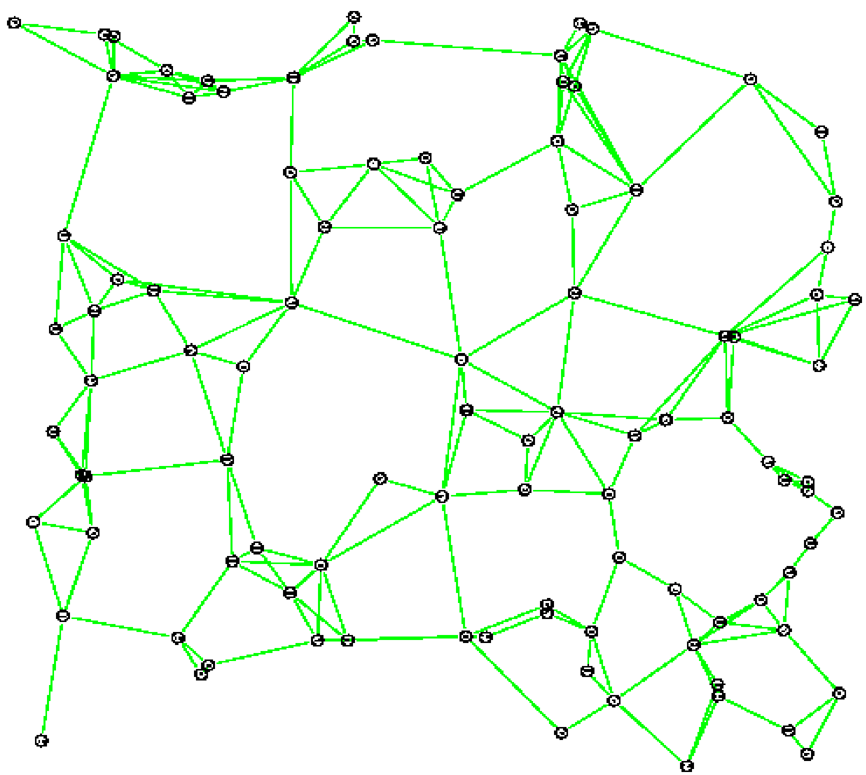
Maximális átviteli távolság *R*



- Magas energiaigény
- Magas interferencia
- Alacsony átvitel

Topology Control

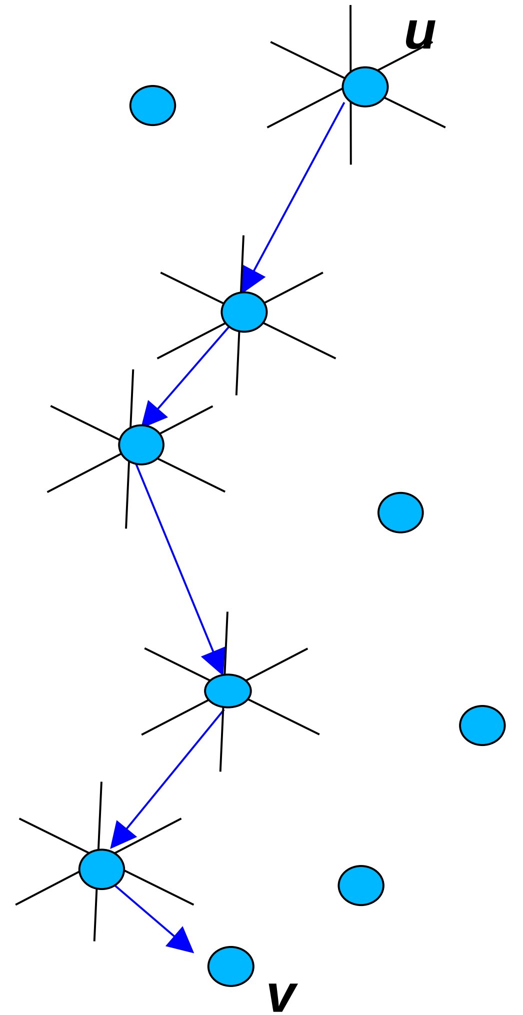
Példa, ha van topológia felügyelet



- Globális összefüggőség
- Alacsony energiaigény
- Alacsony interferencia
- Magas átvitel

Pozicó Alapú Routing

- A csomagokat „röptében” továbbítjuk a köv. csomópontok földrajzi poziciója alapján
  - aktuális csomópont,
  - az aktuális csomópont szomszédai,
  - cél csomópont
- Routing tábla nem kell
  - Tár-hatékonyság, alacsony aktualizálási költség
- Különösen alkalmas olyan hálózatokhoz, ahol
  - a csomópontok gyorsan mozognak
  - gyakori a topológia változás
- Közvetlenül támogatja a routingot egy
  - földrajzi régióba
  - pozicióhoz (pozicióhoz közeli csomópontba)
- Hogy lehet kideríteni a cél csomópont pozicióját?



Elosztott Helymeghatározó Szervíz

Centralizált megoldás problémái

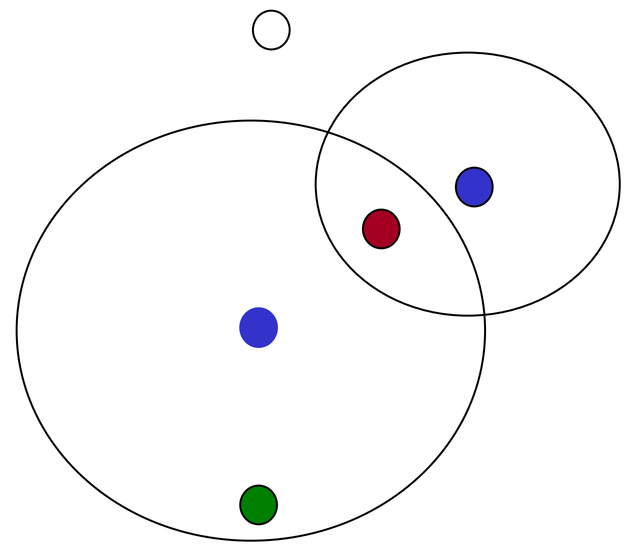
- Minden csomópontnak ismerni kell azoknak a csomópontoknak a pozicióját, amelyek a helymeghatározó szervízt rendelkezésre bocsájtják (tyúk-vagy-a-tojás-probléma)
- Nagyon nagy forgalom a helymeghatározó szervereken és azok környezetében

Elosztott helymeghatározó szerviz megkívánt tulajdonságai

- A terhelés egyenletesen oszlik el a csomópontokon
- Alacsony tár és kommunikációs költség
- Rövid utak a helmeghatározáshoz
- hibatolerancia

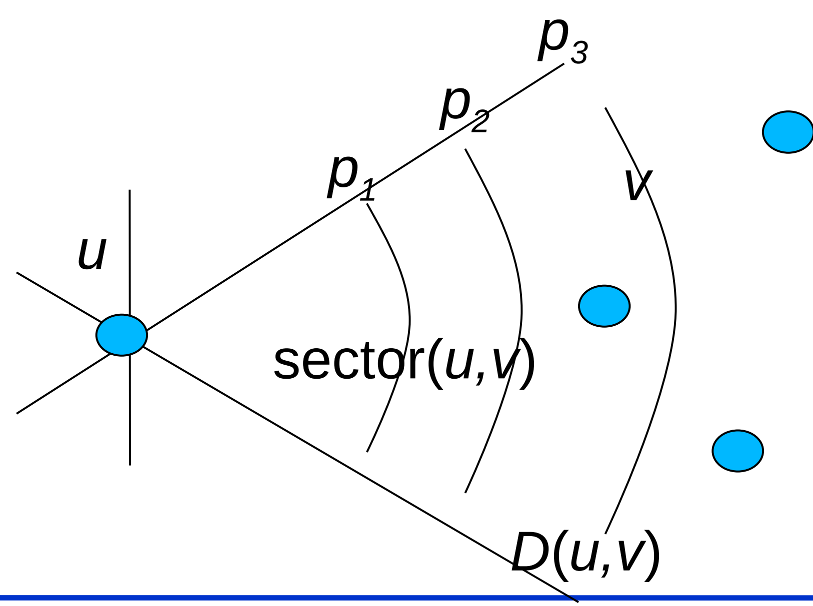
Egy egyszerű fizikai hálózat modell

- Homogén hálózat, amely
  - n vezeték nélküli állomásból $s_1,..,s_n$ áll a síkon elhelyezve
- Vezeték nélküli átvitel
  - Egy frekvencia (csatorna)
  - Állítható átviteli hatótávolság
    - Max. hatótávolság > max. távolság az állomások között
    - A küldő hatótávolsági területén belül: tiszta jel vagy interferencia
    - Kívül: nincs jel
  - A csomagok egységnyi méretűek



Hardware Modell

- Állítható átviteli energia
- *k* küldésre és fogadásra alkalmas antenna csomópontonként
  - Egymástól függetlenül tudnak működni
  - Szektorokat definiálnak



Gráf Modell

Definíciók: Legyen V csomópontok halmaza a síkon, $G=(V,E)$ egy gráf

- G egy ***c*-spanner**, ha $\forall\, u,v \in V \;\; \exists$ egy P út u-tól v-hez, úgy hogy

  $\|P\|_2 := \sum_{e \in P} \|e\|_2 \leq c\, \|u,v\|_2$

Gráf Modell

Definíciók: Legyen *V* csomópontok halmaza a síkon, *G*=(*V*,*E*) egy gráf

- *G* egy ***c*-spanner**, ha $\forall\, u,v \in V \;\; \exists$ egy *P* út *u*-tól *v*-hez, úgy hogy
  $\|P\|_2 := \sum_{e\in P} \|e\|_2 \le c\, \|u,v\|_2$

- *G* egy **weak *c*-spanner**, ha $\forall\, u,v \in V \; \exists$ egy *P* út *u*-tól *v*-hez amely teljesen belül van a körlapon, melynek középpontja *u* és sugara $c\, \|u,v\|_2$

Gráf Modell

Definíciók: Legyen V csomópontok halmaza a síkon, $G=(V,E)$ egy gráf

- G egy ***c*-spanner**, ha $\forall\, u,v \in V \;\; \exists$ egy P út u-tól v-hez, úgy hogy
  $$\|P\|_2 := \sum_{e\in P} \|e\|_2 \leq c\, \|u,v\|_2$$

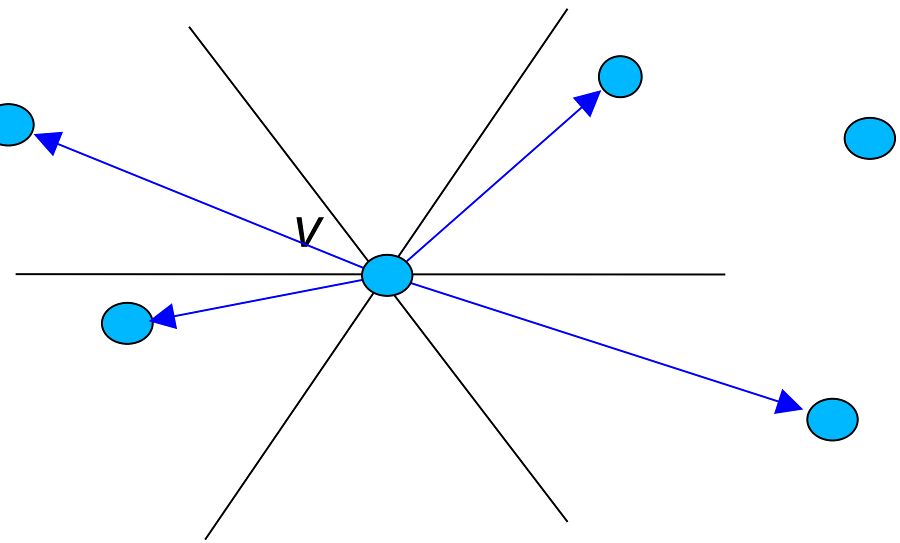
- G egy **weak *c*-spanner**, ha $\forall\, u,v \in V \;\; \exists$ egy P út u-tól v-hez amely teljesen belül van a körlapon, melynek középpontja u és sugara $c\, \|u,v\|_2$

- G is a **(*c*,*d*)-energia spanner**, ha $\forall\, u,v \in V \;\; \exists\, P = (u=u_1, \ldots, u_m=v)$ út u-tól v-hez G-ben, úgy hogy
  .
  $$\sum_{1\leq i<m} (\|u_i,u_{i+1}\|_2)^d \leq c \sum_{1\leq i<k} (\|v_i,v_{i+1}\|_2)^d ,$$
  ahol $(u=v_1, \ldots, v_k=v)$ egy minimális energiájú út u-tól v-vez a teljes gráfban

- G egy **energia spanner**, ha minden $d > 1$ esetén van egy olyan konstans c, hogy G egy(c,d)-energia spanner.

Topológiák

Yao gráf [Yao 82]: Minden $v \in V$ csomópont körül felosztjuk a síkot egyforma $\theta \leq \pi/3$ fokú nyílásszögű szektorokra



Minden csomópont össze van kötve egy éllel a legközelebbi csomóponttal minden szektorban:

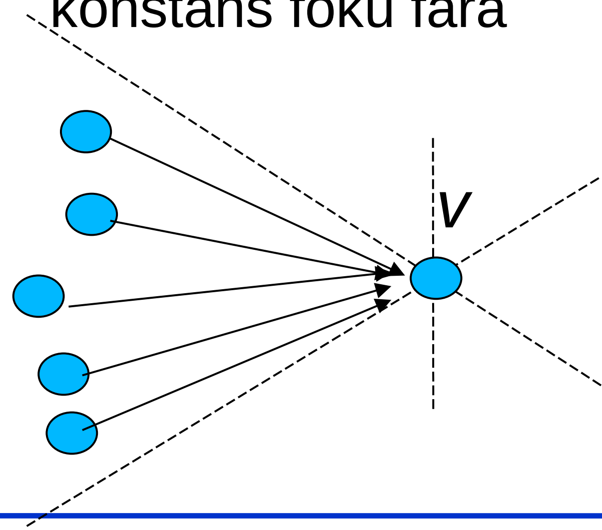
$E := \{(u,v) \mid \forall\, w \neq v : \mathrm{sector}(u,v) = \mathrm{sector}(u,w) \Rightarrow D(u,v) < D(u,w)\}$

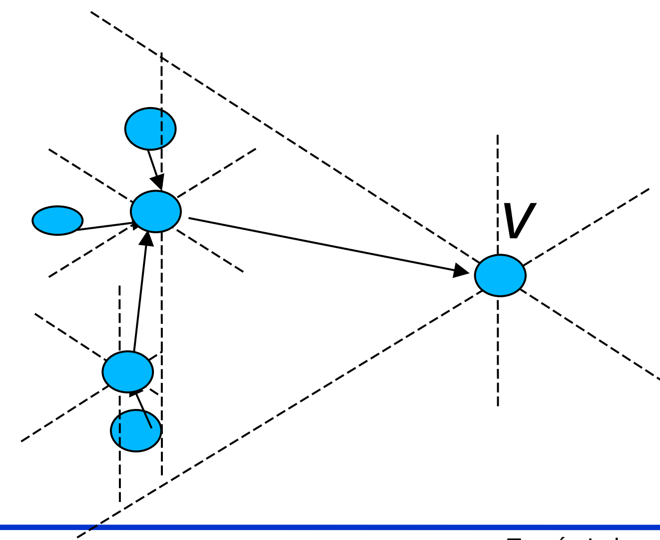
Topológiák

Legyen G_Y a Yao gráf.

A **Fok-korlátos Yao gráf (BoundY)** [Arya et al. 95] a következő procedúra által definiált:

- <u>For each</u> *v* in *V* és <u>for each</u> *v* körüli szektorra <u>do</u>
  - $N(v) := \{ w \mid (w,v) \in E(G_Y)$ and $w \in \text{sector}(v) \}$
  - cseréljük ki a $\{ (w,v) \mid w \in N(v) \}$ csillagot egy bizonyos konstans fokú fára



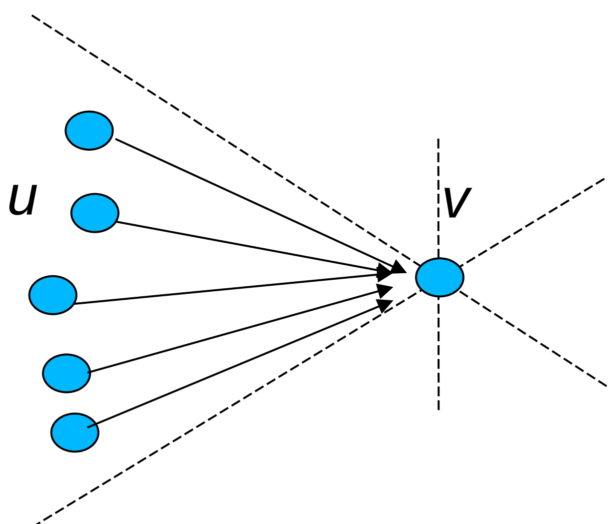


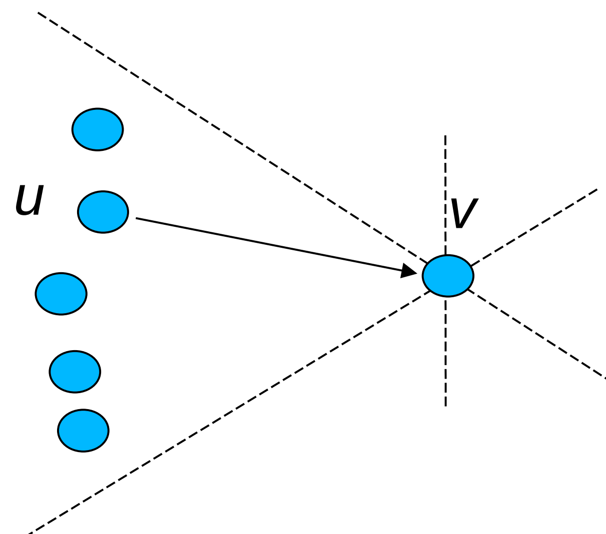
Topológiák

Legyen G_Y a Yao gráf.

A **Ritkított Yao gráf (SparsY)** [Li et al. 01] a következő irányított élhalmaz által definiált:

$$E := \{ (u,v) \in E(G_Y) \mid \forall w : (w,v) \in E(G_Y) \text{ and } \text{sector}(v,w) = \text{sector}(v,u) \Rightarrow D(v,u) < D(v,w) \}$$



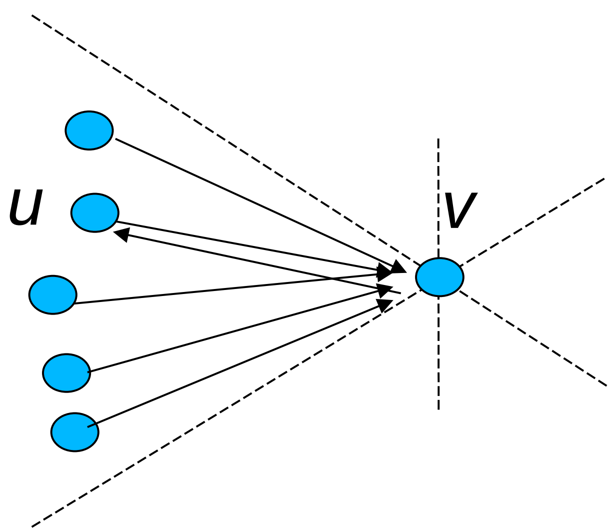


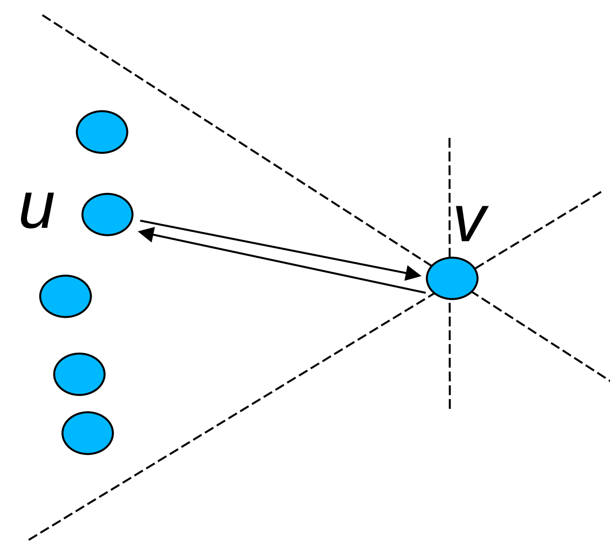
Topologiák

Legyen G_Y a Yao gráf.

A **Szimmetrikus Yao gráf (SymmY)** [Li et al. 01] a következő irányított élhalmaz által definiált:

$$E := \{ (u,v) \in E(G_Y) \mid (v,u) \in E(G_Y) \}$$



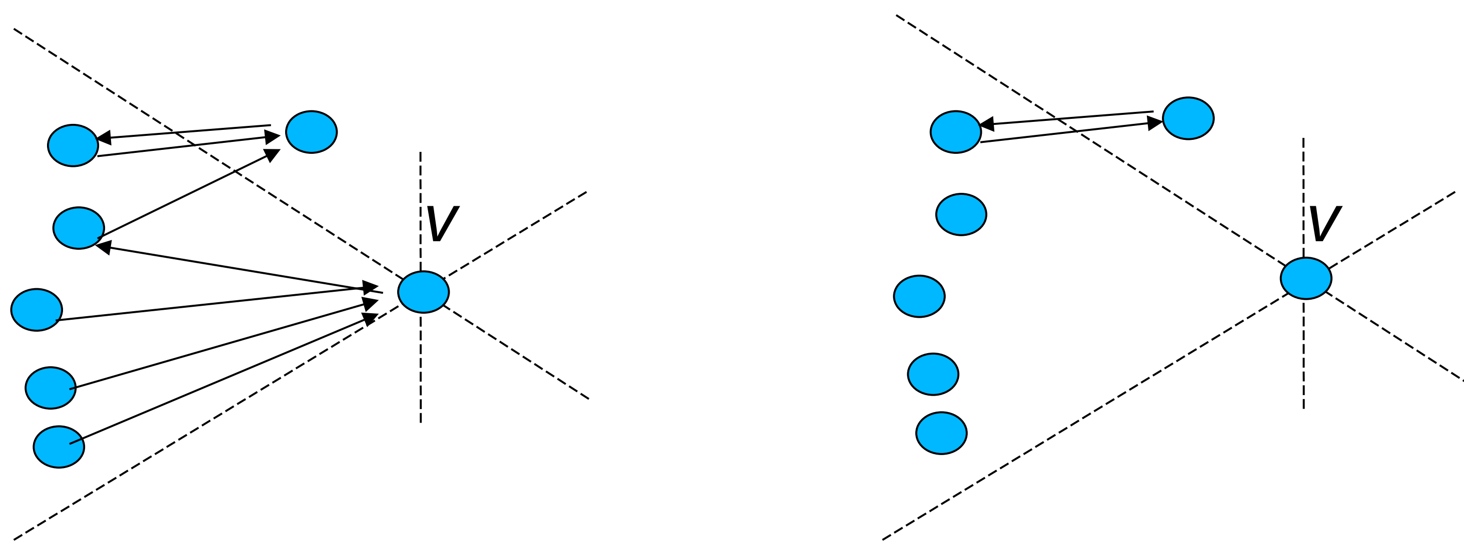


Topologiák

Legyen G_Y a Yao gráf.

A **Szimmetrikus Yao gráf (SymmY)** [Li et al. 01] a következő irányított élhalmaz által definiált:

$$E := \{ (u,v) \in E(G_Y) \mid (v,u) \in E(G_Y) \}$$



Gráf tulajdonságok

$$\mathrm{SymmY}(V) \subseteq \mathrm{SparsY}(V) \subseteq \mathrm{Yao}(V)$$
$$\mathrm{SparsY}(V) \subseteq \mathrm{BoundY}(V).$$

Legyen *V* egy „normal” csomóponthalmaz. Ekkor

Topology	Yao	BoundY	SparsY	SymmY
in-degree	n-1	$(k+1)^2$	k	k
out-degree	k	k	k	k
degree	n-1+k	$(k+1)^2+k$	$2k$	k

Gráf tulajdonságok

Legyen $V \subset R^2$ csomópontok n elemű halmaza. Ekkor Yao(V)

- egy c-spanner $k > 6$ esetén [Ruppert & Seidel 1991], ahol

$$c = \frac{1}{1 - 2\sin(\Theta/2)}$$

- egy c-spanner $k = 4$ esetén [Bose et al. 2010] ahol,

$$c = 8\sqrt{2}(29 + 23\sqrt{2})$$

- egy weak c-spanner k ≥ 6 esetén [Fischer et al. 1997], ahol

$$c = \max\left\{\sqrt{1 + 48\sin^4(\Theta/2)}, \sqrt{5 - \cos\Theta}\right\}$$

- egy weak c-spanner k = 4 esetén [Fischer et al. 1998] *, ahol

$$c = \sqrt{3 + \sqrt{5}}$$

Graph Properties

Theorem [Ruppert & Seidel 1991]**:** Let *V* be a set of *n* nodes in R^2.
Then, for k > 6, Y(*V*) is a *c*-spanner, where

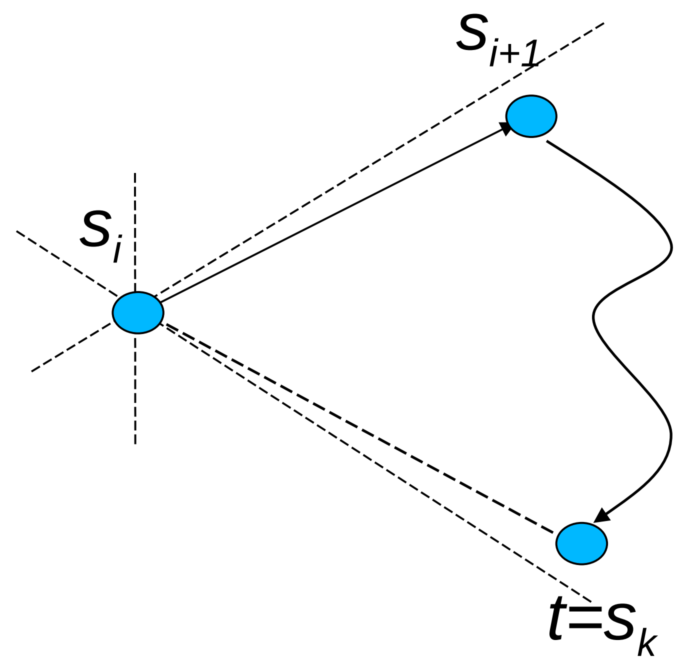
$$c = \frac{1}{1 - 2\sin(\Theta/2)}$$

Proof:

For an arbitrary pair of nodes s,t, let
P = ($s = s_0, s_1, \ldots, s_k = t$) be the path from s to t,
where s_{i+1}, i ⊤ℑ0, is defined as:

- s_{i+1} = t, if t is neighbor of s_i in Y(G),
- otherwise, s_{i+1} is the neighbor of s_i in the sector around s_i which contains t.

This procedure defines a routing,
called **sector routing**



Graph Properties

Theorem [Ruppert & Seidel]**:** Let *V* be a set of *n* nodes in R^2.
Then, for k > 6, Y(*V*) is a *c*-spanner, where

$$c = \frac{1}{1 - 2\,\sin(\Theta/2)}$$

Proof (cont.):

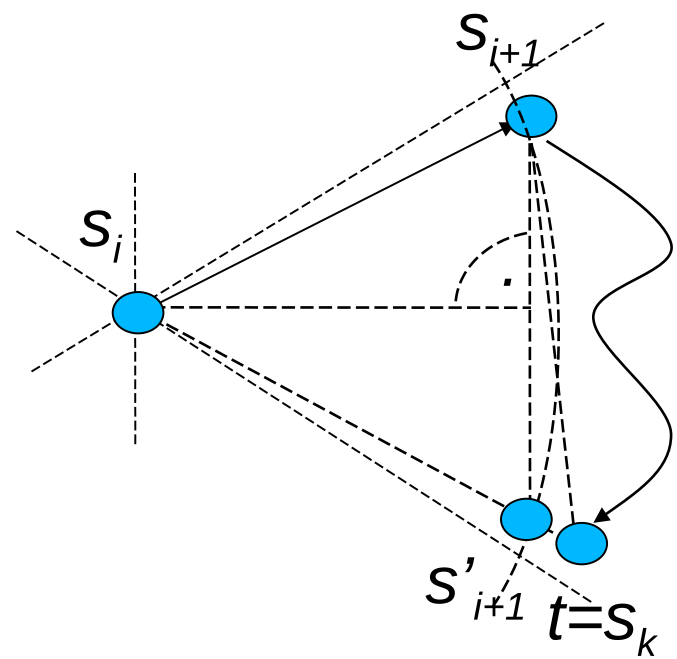
Let s'_{i+1} be the point contained in the line segment $s_i t$ with $||s'_i, s_{i+1}|| = ||s_i, s_{i+1}||$.

(1) $||s_{i+1},t|| \le ||s_{i+1},s'_{i+1}|| + ||s'_{i+1},t||$
$= ||s_{i+1},s'_{i+1}|| + ||s_i,t|| - ||s_i,s'_{i+1}||$.

(2) $||s'_{i+1},s_{i+1}|| \le 2\sin(\Theta/2)||s_i,s_{i+1}||$.

From (1) and (2) we obtain

(3) $||s_i,t|| - ||s_{i+1},t|| \ge (1 - 2\sin(\Theta/2))\,||s_i,s_{i+1}||$.



Graph Properties

Theorem [Ruppert & Seidel]**:** Let *V* be a set of *n* nodes in R^2.
Then, for k > 6, Y(*V*) is a *c*-spanner, where

$$c = \frac{1}{1 - 2\sin(\Theta/2)}$$

Proof (cont.):

(3) $||s_i,t|| - ||s_{i+1},t|| >= (1 - 2\sin(\Theta/2))\, ||s_i,s_{i+1}||$.

Summing (3) for i=1,...k-1:

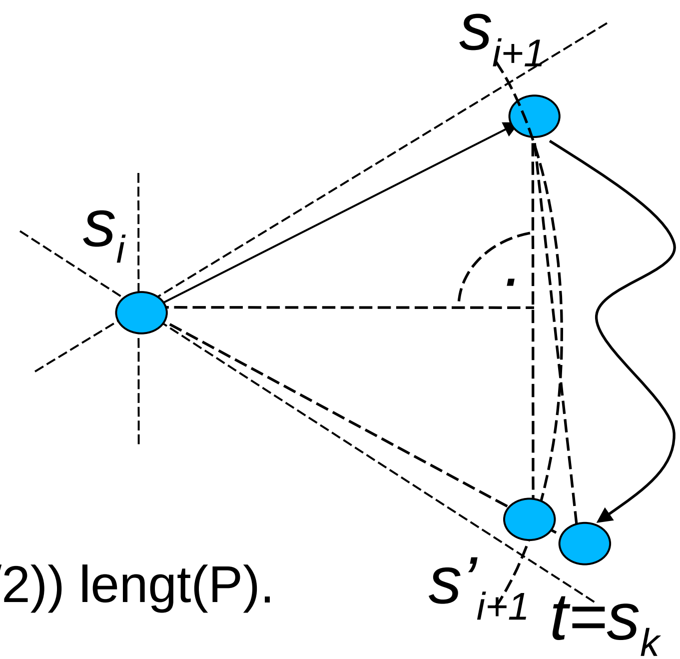
(4) $\sum (||s_i,t|| - ||s_{i+1},t||) >= \sum (1 - 2\sin(\Theta/2))\, ||s_i,s_{i+1}||$.

The left hand side is a telescope sum:

(5) $\sum (||s_i,t|| - ||s_{i+1},t||) = ||s_0,t|| - ||s_k,t|| = ||s,t||$.

We obtain

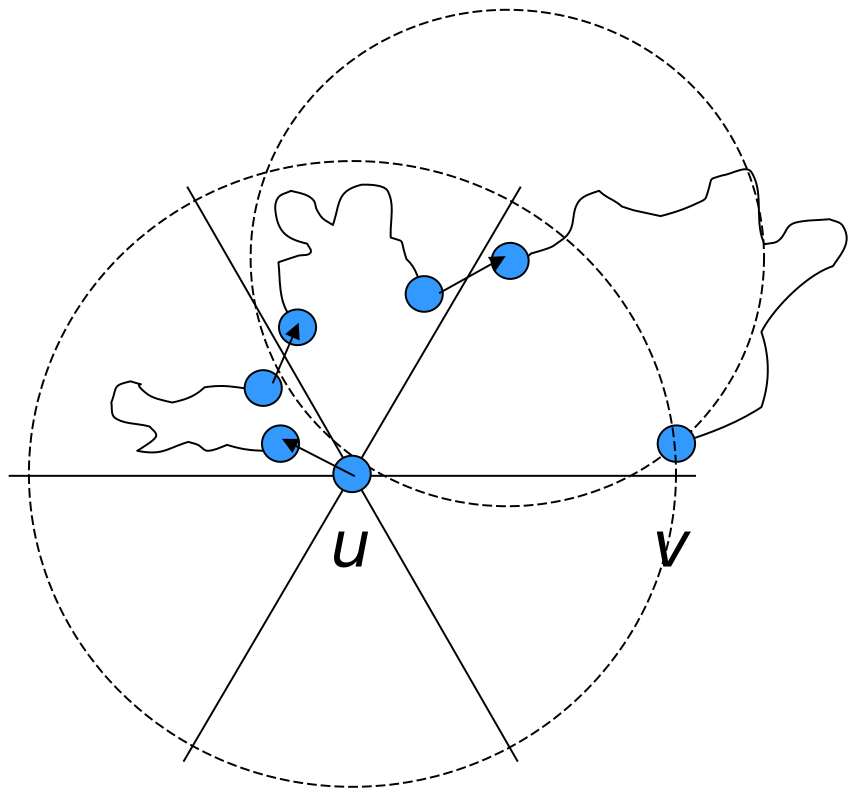
(6) $||s,t|| >= (1 - 2\sin(\Theta/2)) \sum ||s_i,s_{i+1}|| = (1 - 2\sin(\Theta/2))$ lengt(P).



Gráf tulajdonságok

Tétel*: Legyen *V* egy n elemű csomópont halmaz R^2-ben. Ekkor SparsY(*V*) egy weak *c*-spanner k > 6 esetén, ahol

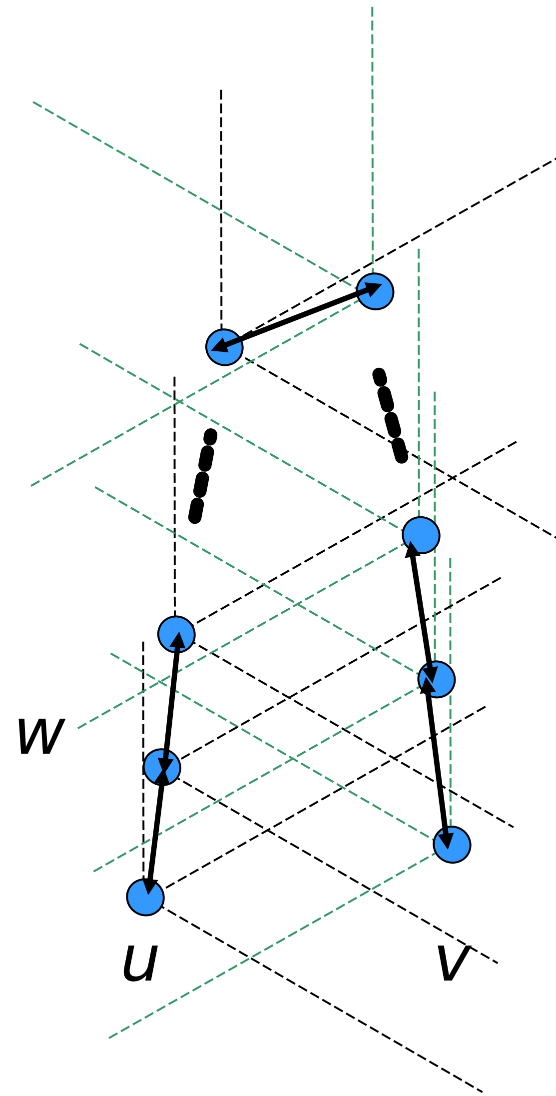
$$c = \frac{1}{1 - 2\sin(\Theta/2)}$$



Gráf tulajdonságok

Tétel*: Legyen *V* csomópontok n elemű halmaz R^2-ben. Ekkor SymmY(*V*)

- összefüggő, ha k ≥ 6
- se nem weak *c*-spanner semmilyen c konstansra, se nem (*c*,*d*)-energia spanner

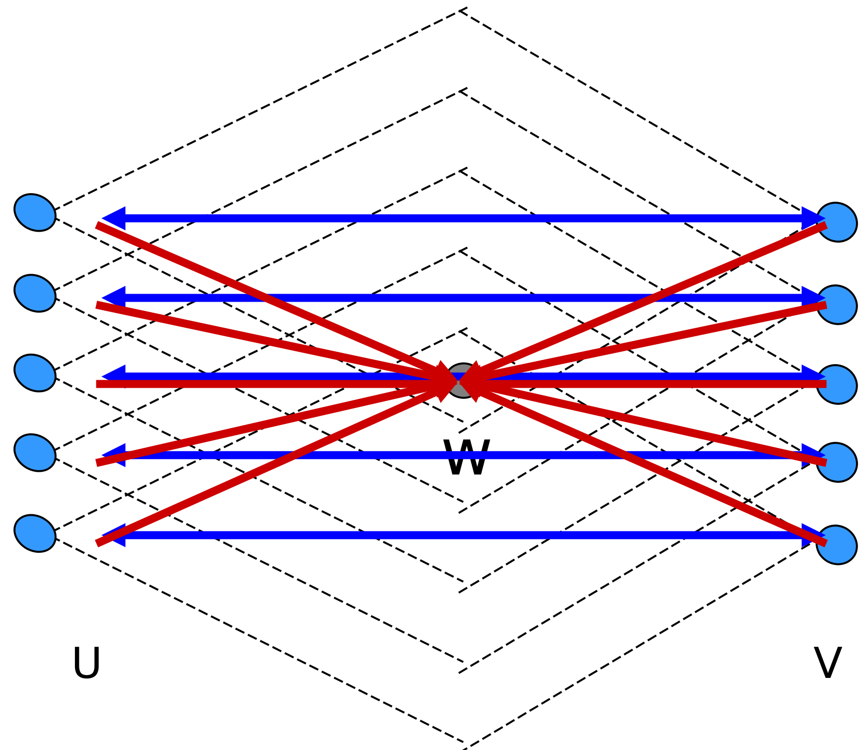


A hálózat fenntartása

Egy V, |V|=n csomóponthalmaz **normál**, ha egy fix p(n) polinómra:

$$\frac{\max_{u,v \in V} ||u,v||_2}{\min_{u,v \in V} ||u,v||_2} \le p(n)$$

Tétel*: Legyen *V* egy normál csomóponthalmaz. Ha a belép egy új csomópont a hálózatba vagy egy csomópont elhagyja a hálózatot, akkor Θ(|*V*|) élet kell aktualizálni a következő gráfokban: Yao(*V*), BoundY(*V*), SparsY(*V*) or SymmY(*V*).
A HL(*V*) gráfban *O*(log|*V*|) élt.



A hálózat fenntartása

Tétel*: Legyen *V* egy normál csomóponthalmaz és legyen m a megváltozott élek száma, ha egy csomópont belépése vagy kilépése után. Ekkor Yao(*V*), BoundY(*V*), SparsY(*V*) és SymmY(*V*) aktualizálható $O(m \log s)$ időben. HL(*V*) aktualizálható $O(\log|V| + \log s)$ időben.
Yao(*V*) esetén:

enter

- Informáljuk a csomópontokat, hogy u belépett
- Keressük meg u szomszédját minden szektorban
- Az informált csomópontok elllenőrzik a (korábban) üres szektorokat, hogy u ezekben van-e, ha igen, akkor u szomszéd lesz
- Az informált csomópontok ellenőrzik a nemüres szektorokat

leave

- Egy v csomópont észleli, hogy u elhagyta a hálózatot
- *v* informálja a csomópontokat, hogy u kilépett
- Minden csomópont, ami adjacens volt u-hoz meghatározza az új szomszédait (ez megtehető az enter-algoritmus redukált változatával)

Irodalom

- T. Lukovszki, Ch. Schindelhauer, K. Volbert: **Resource Efficient Maintenance of Wireless Network Topologies**. *Journal of Universal Computer Science*, Vol. 12(9), pages 1292-1311, 2006.
- Y. Wang: **Topology Control for Wireless Sensor Networks**. Book Chapter of Wireless Sensor Networks and Applications, Series: Signals and Communication Technology, edited by Li, Yingshu; Thai, My T.; Wu, Weili, Springer-Verlag, ISBN: 978-0-387-49591-0, 2008.
- X.-Y. Li: **Topology Control in Wireless Ad Hoc Networks**. Book Chapter of Mobile Ad Hoc Networking, edited by Stefano Basagni, Marco Conti, Silvia Giordano, and Ivan Stojmenovic, Wiley-IEEE Press, ISBN: 978-0-471-37313-1, 2004.