

Hálózattervezés Aljai 2007

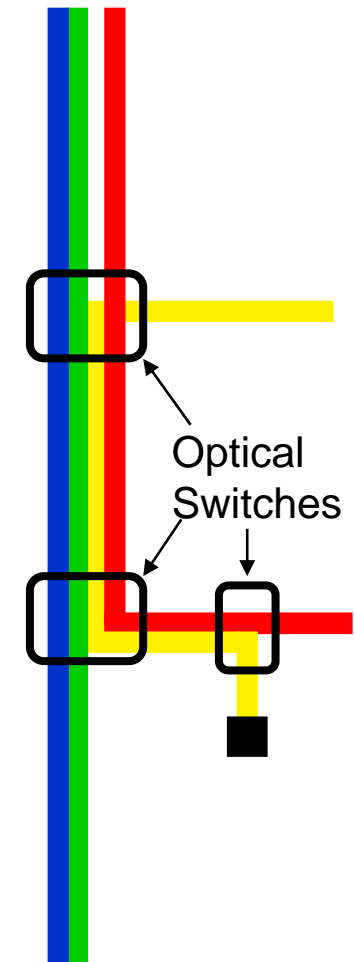
8: Hullámhossz Hozzárendelés Optikai WDM Hálózatokban

Optikai kommunikációs hálózatok

- Az adatok laser által üvegekábelben kerülnek átvitelre.
- Előnyei:
 - Nagyon magas átviteli ráta, több terrabit/s (10^{12} b/s), 25-30THz.
 - Nagyon alacsony bit-hiba.
- Probléma a routingnál: Elektronikus komponensek nem tudnak a THz-tartományban dolgozni.
- **Hullámhossz-Multiplexálás** (wavelength division multiplexing, **WDM**):
 - Az üvegekábel sávzélességét csatornákra osztjuk különböző hullámhosszokkal.
 - Különböző kommunikációs kapcsolatok adatai különböző hullámhosszú laserrel egyszerre átvihetők ugyanazon az üvegekábelben.
 - Egy hullámhosszon az adatok tipikusan 2.4Gbps vagy 10Gbps átviteli rátával kerülnek átvitelre.

Optikai kommunikációs hálózatok - WDM

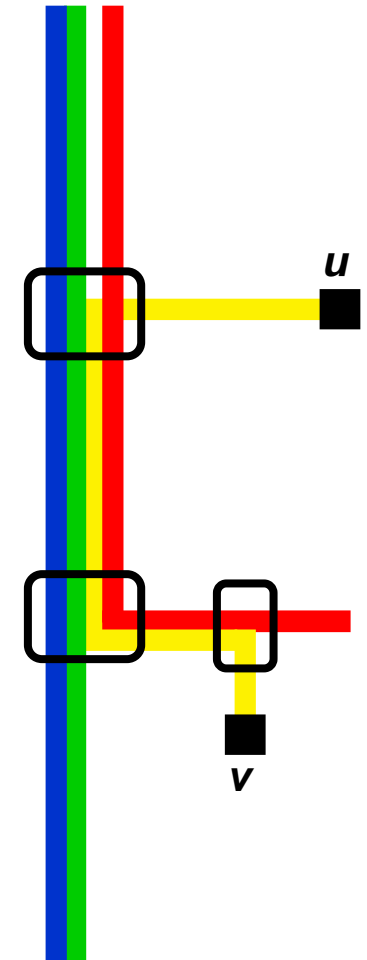
- **Add-Drop-Multiplexer (ADM)** segítségével az egyes hullámhosszok bevihetők és kinyerhetők az optikai hálózatból.
 - A hálózat elektronikus komponenseinek akkor csak az egyes hullámhosszok bitrátáját kell tudni feldolgozni, ami már megvalósítható.
- Szabadon konfigurálható **optikai switch**ek a bemenő szignálokat a hullámhosszuktól függően tetszőleges kimenő linkekre tudják irányítani anélkül, hogy a szignálokat át kellene alakítani elektronikus szignálokká.
 - Így a szignálok továbbítása késleltetésmentes.
- Egy szignál hullámhossza nem változtatható meg a ma rendelkezésre álló optikai switch-ekkel.



Optikai kommunikációs hálózatok - WDM

Hullámhossz routing: Egy kapcsolat u és v csomópont között következőképp létesíthető:

- egy úton u -tól v -hez le kell foglalni ehhez a kapcsolathoz egy hullámhosszt,
- minden switcht ezen az úton úgy kell konfigurálni, hogy ezen a hullámhosszon érkező adatok az út következő linkjén továbbítódjanak.
- Az adatok útja a hálózatban a kapcsolatok berendezése (switchek konfigurálása) után csak a hullámhossztól függ.
- Független az adatok fajtájától és a felhasznált protokolloktól.



Optikai kommunikációs hálózatok - WDM

Probléma definíció:

- Egy kapcsolat létrehozásához egy útvonalon egy le kell foglalni hullámhosszt.
- A hullámhossz hozzárendelésnek **konfliktusmentesnek** kell lenni, azaz két kapcsolathoz, melyek útvonalai egy közös linket tartalmaznak, különböző hullámhosszt kell rendelni.
- A felhasznált hullámhosszok száma korlátos. A hálózat költsége annál nagyobb, minél több hullámhosszt támogat. (Ma legfeljebb kb. 80 hullámhosszal állnak rendszerek kommerciálisan rendelkezésre.)
- A **routing és útszinezés** probléma (routing and path coloring **RPC**):
Adott a kívánt kapcsolatok halmaza.
Rendeljünk útvonalat és hullámhosszt konfliktusmentesen a kívánt kapcsolatokhoz, úgy hogy a felhasznált hullámhosszok száma minimális legyen.
Ha az utak egyértelműek (pl. fában, vagy gyűrűben) vagy előre adottak, akkor **útszinezésről** beszélünk.

Optikai kommunikációs hálózatok - WDM

- A hálózatot egy szimmetrikusan irányított gráf $G=(V,E)$ modellezi, azaz $(u,v) \in E \Leftrightarrow (v,u) \in E$.
- Egy kívánt kapcsolat r a küldő $s_r \in V$ és a fogadó $t_r \in V$ által adott.
- Az r kapcsolat létrehozásához meg kell határozni G -ben egy $P(r)$ utat s_r -től t_r -hez és az úthoz hozzá kell rendelni egy $w(r)$ színt.
- Az utak és színek hozzárendelése **konfliktusmentes**, ha minden $e \in E$ élhez és minden w színhez legfeljebb egy kapcsolat létezik, melynek útja e -t tartalmazza és a w szín van hozzárendelve.



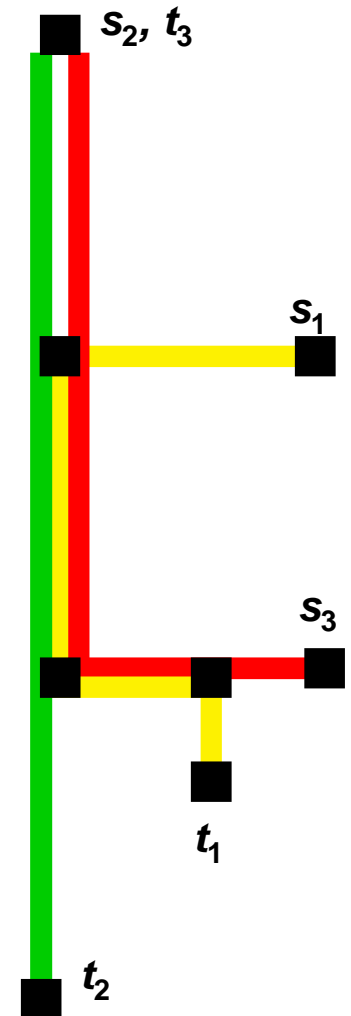
Optikai kommunikációs hálózatok - WDM

Probléma: Routing and Path Coloring (RPC):

- Adott: Egy szimmetrikusan irányított gráf $G=(V,E)$, a kívánt kapcsolatok halmaza R , ahol egy kapcsolat $r=(s_r, t_r)$, $s_r, t_r \in V$ formában van adva.
- Megoldás: Minden $r \in R$ kapcsolathoz egy $P(r)$ út és egy $w(r)$ szín hozzárendelése, úgy hogy a hozzárendelés konfliktusmentes.
- Cél: minimalizáljuk a felhasznált színek számát.

Probléma: Path Coloring (PC):

- Adott: Egy szimmetrikusan irányított gráf $G=(V,E)$, irányított utak halmaza P a G gráfban.
- Megoldás: Minden $p \in P$ úthoz egy szín $w(p)$ hozzárendelése, úgy hogy a színek hozzárendelése konfliktusmentes.
- Cél: minimalizáljuk a felhasznált színek számát.



Optikai kommunikációs hálózatok - WDM

Ha a rendelkezésre álló színek egy hálózatban nem elegendőek ahhoz, hogy minden kapcsolatot konfliktusmentesen berendezzünk, a következő probléma adódik.

Probléma: Maximum Routing and Path Coloring (MaxRPC)

- Adott: Egy szimmetrikusan irányított gráf $G=(V,E)$, a kívánt kapcsolatok halmaza R , ahol egy kapcsolat $r=(s_r, t_r)$, $s_r, t_r \in V$ formában van adva, a rendelkezésre álló színek száma W .
- Megoldás: A kívánt kapcsolatok egy részhalmaza $R' \subseteq R$ és minden $r \in R'$ kapcsolathoz egy út $P(r)$ és egy $w(r) \in \{1, 2, \dots, W\}$ szín hozzárendelése, úgy hogy a hozzárendelés konfliktusmentes
- Cél: maximalizáljuk $|R'|$ -t.

Probléma: Maximum Path Coloring (MaxPC):
mint MaxRPC, csak az utak előre adottak.

Optikai kommunikációs hálózatok - WDM

A MaxRPC probléma speciális esete, amikor $W=1$, egy nagyon alapvető optimalizálási problémához vezet: ekkor éldiszjunkt utak maximális halmazát kell meghatározni (maximum edge disjoint paths **MEDP**).

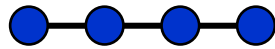
Amikor az utak előre adottak (a MaxPC probléma speciális esete, amikor $W=1$), akkor a **MEDPwPP** (maximum edge disjoint paths with pre-specified paths) problémához jutunk.

Probléma: Maximum Edge Disjoint Paths (MEDP)

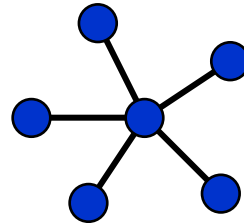
- Adott: Egy szimmetrikusan irányított gráf $G=(V,E)$, a kívánt kapcsolatok halmaza R , ahol egy kapcsolat $r=(s_r, t_r)$, $s_r, t_r \in V$ formában van adva.
- Megoldás: $R' \subseteq R$ és $P(r)$ utak éldiszjunkt hozzárendelése minden $r \in R'$ kapcsolathoz.
- Cél: maximalizáljuk $|R'|$ -t.

Ismert eredmények áttekintése

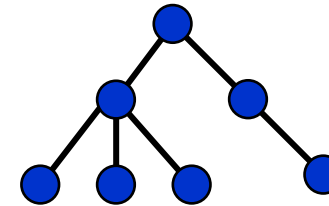
Néhány topológia, amit vizsgálunk:



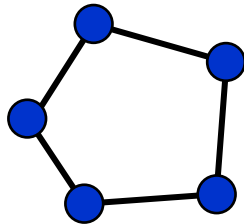
Lánc



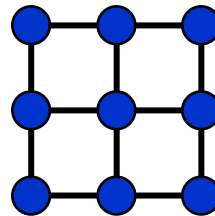
Csillag



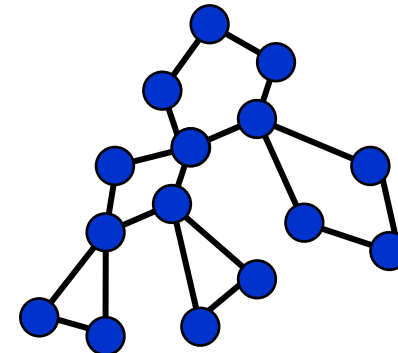
Fa



Gyűrű



2D-Rács



Gyűrűkből álló fa
(tree of rings ToR)

Gyűrűkből álló fa (ToR):

1. Egy gyűrű egy ToR
2. Ha B_1 és B_2 ToR, akkor az a gráf B egy ToR, amely azáltal áll elő, hogy B_1 egy u csomópontját B_2 egy v csomópontjával összeolvasztjuk.

Ismert eredmények áttekintése

Eredmények a RPC és a PC probléma komplexitásáról:

- PC láncon: polinomiális
- PC csillagban: polinomiális
- PC fán: *NP*-nehéz, 5/3-Approx. [EJK+99]
- PC gyűrűn: *NP*-nehéz, 3/2-Approx. [Kar80]
- RPC gyűrűn: *NP*-nehéz, 2-Approx. [WW98]
- RPC 2D-rácson: *NP*-nehéz, $(\log \log n)^{O(1)}$ -Approx. [Rab96]
- RPC ToR-n: *NP*-nehéz, 10/3-Approx. [WW98]

Ismert eredmények áttekintése

Eredmények a MEDP és a MEDPwPP probléma komplexitásáról:

- MEDP láncon: polinomiális
- MEDP csillagban: polinomiális
- MEDP fán: *NP*-nehéz, 5/3-Approx. [EJ98]
- MEDP gyűrűn: polinomiális
- MEDPwPP gyűrűn: polinomiális
- MEDP 2D-rácson: *NP*-nehéz, $O(1)$ -Approx. [KT95]
- MEDP általános gráfban: *NP*-nehéz, $O(m^{1/2})$ -Approx. [Kle96]

Ismert eredmények áttekintése

Eredmények a MaxRPC és a MaxPC probléma komplexitásáról:

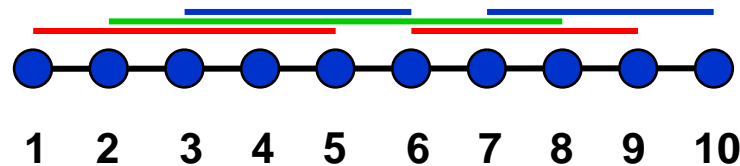
- MaxPC láncon: polinomiális
- MaxPC csillagban: polinomiális
- MaxPC fán: *NP*-nehéz, 2.22-Approx.
- MaxPC gyűrűn: *NP*-nehéz, $e/(e-1) \approx 1.58$ -Approx.
- MaxRPC gyűrűn: *NP*-nehéz, $e/(e-1) \approx 1.58$ -Approx.
- MaxRPC 2D-rácson: *NP*-nehéz, $O(1)$ -Approx.
- MaxRPC általános gráfban: *NP*-nehéz, $O(m^{1/2})$ -Approx.

Algoritmusok útszinezéshez

Jelölések:

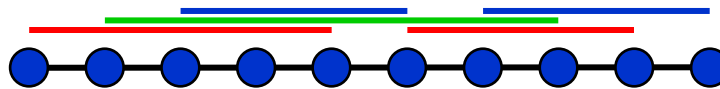
- Legyen P az utak egy adott halmaza és $e \in E$ egy él a hálózatban.
Az e él terhelése $L(e)$ azon P beli utak száma, melyek az e élt tartalmazzák.
- Legyen $L_{\max} = \max_{e \in E} L(e)$ a maximális élterhelés. L_{\max} nyilvánvalóan egy alsó korlát az úthalmaz optimális szinezéshez felhasznált szinek számára.

Útszinezés láncokon



- A láncot úgy képzeljük el, hogy csomópontjai balról jobbra növekvően meg vannak számozva.
- Az utak, amelyek balról jobbra mennek, teljesen függetlenek a másik irányba menő utaktól. Ezért az ellentétes irányba menő utakat egymástól függetlenül ugyanazokkal a színekel szinezhetjük.
- Az egy irányba menő utakat L_{\max} színnel a következőképpen szinezhetjük (ezt egymás után mindkét irányra alkalmazzuk):
 - Dolgozzuk fel az utakat bal oldali végpontjuk szerint növekvő sorrendben.
 - Amikor egy p utat feldolgozunk, rendeljük hozzá a legkisebb számú színt, amellyel nem lép fel konfliktust egyetlen már szinezett úttal sem.

Útszinezés láncokon



Tétel 1: A megadott algoritmus polinomiális idő alatt kiszámít a láncon az utakhoz egy optimális szinezést L_{\max} színnel.

Biz.: Az algoritmus nyilvánvalóan implementálható polinomiális időben.

Világos, hogy minden konfliktusmentes szinezéshez legalább L_{\max} szín szükséges.

Indukcióval megmutatjuk, hogy a leírt algoritmus L_{\max} színt használ.

Indukció kezdete: Kezetben (mielőtt az első utat megszineztek) az állítás igaz.

Indukciós feltétel: az állítás igaz az első k útra.

Legyen P_k az első k út halmaza. Legyen p a $(k+1)$ -edik út.

Legyen (u,v) az első éle p -nek.

Mivel minden P_k beli út bal oldali végpontja nem jobbra van u -tól,

minden P_k beli út, ami p -től nem éldiszjunkt, tartalmazza az (u,v) élt is.

Mivel legfeljebb L_{\max} út tartalmazhatja (u,v) -t, legfeljebb $L_{\max}-1$ út lehet, ami már meg van szinezve és p beli élet is tartalmaz.

Ha p -hez a legkisebb számú színt rendeljük hozzá, akkor a hozzárendelt szín mindig az első L_{\max} szín között van. □