„ADATSZERKEZETEK” TANTÁRGY , 1. FÉLÉV
2. ELŐADÁS'2009
(VÁZLAT)

1. MODULTESZT

Azt vizsgáljuk, miként lehetne meggyőződni egy típus megvalósításának **helyesség**éről. Erre ugyan van mód **formális, matematikai eszközökkel**, most azonban megelégszünk egy **empirikus módszerrel**: az ún. **modulteszttel**. A múltkori előadásban többszörösen visszatérő példánk volt a nap típus. Ezt formalizáltuk algebrai, algoritmikus nyelven (export- és megvalósítási modul) és megadtuk kódváltozatát is.

Annak érdekében, hogy ne ad hoc módon (esetleg fontos vizsgálatokat kifelejtve) végezzük a típusmegvalósítás tesztelését, használjuk föl az eddig elkészült specifikációit! Elképzelés a következő:

1. Beillesztünk a modulba egy ***állapot kijelző rutin***t, amely képes a típus belső ábrázolásának megfelelő állapot kilistázására (a képernyőre és/vagy fájlba[1]).
2. Készítünk egy ***tesztelő program***ot, amelyhez hozzácsatoljuk a vizsgált modult. Deklarálunk megfelelő számú vizsgált típusú változót, és készítünk néhány eljárást, amelyek törzse valamely axióma nyomán keletkezett.
3. Mivel axiómák a **`HibasE`** függvényt nem tartalmazzák, ezért ennek helyességét külön tesztelni kell.
4. Mivel a konkrét nyelvi környezet kezdőértékadási szokásai sokszor ismeretlenek, azért a deklaráció utáni alapállapotot is érdemes ellenőrizni. Sőt biztonságos, ***minden eljárás deklarált változóit használat előtt inicializálni***.

Nézzük példának okáért a `TNap` típust tesztelő programot!

1.⇒ A unit-ból kiolvassuk az ábrázolást. Az állapot megjelenítésére most elegendő egy `TNap` rekordot kiíró eljárást szerkeszteni. Pl.:

```
Procedure AllapotKi(Const sElo:String; Const n:TNap;
                    Const sUto:String);
Begin
  Write(sElo); {kisérő szöveg; pl. a változó neve}
  Write(' felsKod:',n.felsKod,', hiba:',n.hiba);
  Write(sUto); {pl.: soremelés}
  ReadKey; {nehogy kifusson a képernyőből}
End;
```

4. ⇒ Írunk egy eljárást, amely a deklaráció utáni állapotot jeleníti meg:

[1] A fájlba nyomtatás akkor célszerű, ha a tesztelés eredményét dokumentálnunk is kell.

```
Procedure DeklaracioUtan(Const n:TNap);
Begin
  AllapotKi(' Deklaráció után:',n,'CrLf [2] );
End;
```

2.⇒ Az algebrai specifikációból kicsemegézzük a tesztelésre alkalmas axiómákat: a `TNap` esetében a 2. kivételével mindet. Most csak a 0-val, 1-gyel, 3-mal és 4-gyel példázzuk a generálási folyamatot.

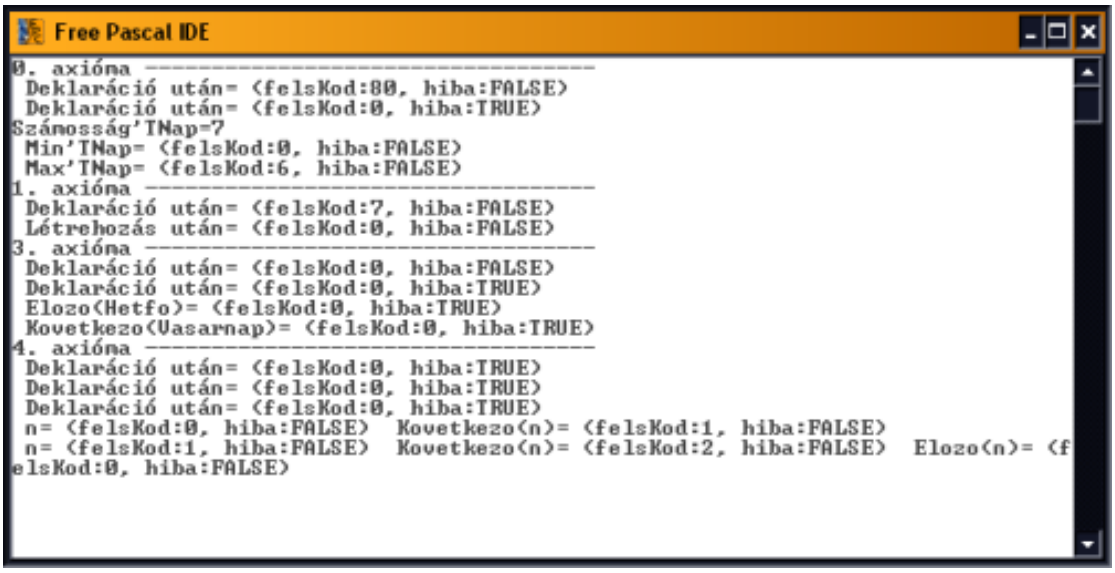
```
Procedure Axioma 0;
  Var
    sz:Word;
    mn,mx:TNap;
Begin
  Writeln('0. axióma ----------------------------------');
  {a deklaráció utáni kezdőállapot:}
  DeklaracioUtan(mn); DeklaracioUtan(mx);
  {a deklaráció utáni inicializálás:}
  Inic(mn); Inic(mx);
  {a 0. axióma végrehajtása:}
  sz:=Szamossag; Min(mn); Max(mx);
  {a 0. axiómában szereplők állapotkiírása:}
  Writeln('Számosság''TNap=',sz);
  AllapotKi(' Min''TNap=',mn,CrLF);
  AllapotKi(' Max''TNap=',mx,CrLF);
End;
Procedure Axioma 1;
  Var
    a:TNap;
Begin
  Writeln('1. axióma ----------------------------------');
  {a deklaráció utáni kezdőállapot:}
  DeklaracioUtan(a);
  {a deklaráció utáni inicializálás:}
  Inic(a);
  {az 1. axióma végrehajtása:}
  {… nincs mit tenni, a deklarációnál már létrejött …}
  {az 1. axiómában szereplők állapotkiírása:}
  AllapotKi(' Létrehoz=',a,CrLF);
End;
{… a 2. axióma kivitelezhetetlen, nem foglalkozunk vele …}
Procedure Axioma 3;
  Var
    elo,kov:TNap;
Begin
  Writeln('3. axióma ----------------------------------');
  {a deklaráció utáni kezdőállapot:}
  DeklaracioUtan(elo); DeklaracioUtan(kov);
```

[2] A `CrLf` globális konstans `'#10#13'` értékkel.

```
  {a deklaráció utáni inicializálás:}
  Inic(elo); Inic(kov);
  {a 3. axióma végrehajtása:}
  Elozo(Hetfo,elo); Kovetkezo(Vasarnap,kov);
  {a 3. axiómában szereplők állapotkiírása:}
  AllapotKi(' Elozo(Hetfo)=',elo,CrLF);
  AllapotKi(' Kovetkezo(Vasarnap)=',kov,CrLF);
End;
Procedure Axioma_4;
  Var
    n,kov,elo:TNap;
    nK:Integer;
Begin
  Writeln('4. axióma ---------------------------------');
  {a deklaráció utáni kezdőállapot:}
  DeklaracioUtan(n); … DeklaracioUtan(elo);
  {a deklaráció utáni inicializálás:}
  Inic(n); Inic(kov); Inic(elo);
  {a 4. axióma végrehajtása:}
  n:=Hetfo;
  Kovetkezo(n,kov);
  {a 4. axiómában szereplők állapotkiírása:}
  AllapotKi(' n=',n,'');
  AllapotKi(' Kovetkezo(n)=',kov,'');
  For nK:=1 to 5 do {keddtől szombatig}
  Begin
    n.felsKod:=nK; {kihasználjuk a Pascal unit nyitottságát}
    Kovetkezo(n,kov); Elozo(n,elo);
    {a 4. axiómában szereplők állapotkiírása:}
    AllapotKi(' n=',n,'');
    AllapotKi(' Kovetkezo(n)=',kov,'');
    AllapotKi(' Elozo(n)=',elo,CrLF);
  End;
  n:=Vasarnap;
  Elozo(n,elo);
  {a 4. axiómában szereplők állapotkiírása:}
  AllapotKi(' n=',n,'');
  AllapotKi(' Elozo(n)=',elo,'');
  {hiba-vizsgálat:}
  Writeln('Hibavizsgálatok:');
  n:=Hetfo; Elozo(n,elo);
  AllapotKi(' n=',n,'');
  AllapotKi(' Elozo(n)=',elo,CrLf);
  n:=Vasarnap; Kovetkezo(n,kov);
  AllapotKi(' n=',n,'');
  AllapotKi(' Kovetkezo(n)=',kov, CrLf);
End;
…
```

Az axiómák mellett azonban a `HibasE` függvény helyességét még körültekintően tesztelni kell!

Ezek után a főprogram lényegileg az egyes axiómák hívásából áll.



A tesztelő program futás közben.

2. A TÖMB TÍPUSKONSTRUKCIÓ

2.1. A tömb algebrai specifikációja

Típus Tömb(Index:Elem):

Asszociált műveletek:

Létrehoz:Tömb
Lerombol(Tömb)
ElemSzám(Tömb):Egész
ElemÉrték(Tömb,Index):Elem ∪ {NemDef}
ElemMódosít(Tömb,Index,Elem):Tömb

Axiómák:

- *t: Tömb(Index:Elem) = tetszőleges tömbtípusú objektum*
- *i,j: Index = tetszőleges indextípusú objektum*
- *e: Elem = tetszőleges elemtípusú objektum*

1° A Létrehozás után a tömb minden eleme olyan értékű, amilyent a bázistípus $Létrehoz_e$ művelete létrehoz[3]. Pontosan annyi eleme lesz, amennyit az Index-típus meghatároz.

ElemÉrték(Létrehoz,i)=$Létrehoz_e$ ∧
ElemSzám(Létrehoz)=Számosság(Index)

Állítás:

Egy elemének módosítása nem változtatja meg a tömb hosszát, azaz

ElemSzám(ElemMódosít(t,i,e))=ElemSzám(t)

Biz.:

1° ⇒ *Számosság(Index)=Konstans*
⇒ *t'=ElemMódosít(t,i,e)* ∧ *ElemSzám(t')=Számosság(Index)*

[3] Esetleg: NemDef, ha az Elem típusban nem létezik a konstrukciós $Létrehoz_e$ művelet.

$\Rightarrow$ *ElemSzám(t')=ElemSzám(t)*

2° Lerombolás után nincs értelme a műveletek (a Létrehoz kivételével) alkalmazásának. (Ez egy nyilvánvalóságot megfogalmazó axióma, l. a szignatúrákat!)

ElemSzám(Lerombol(t))=NemDef $\wedge$ …

3° A tömb elemének az az értéke, amit az utolsó rávonatkozó ElemMódosít művelet adott neki.

ElemÉrték(ElemMódosít(t,i,e),i)=e

4° Az elemek értéküket módosításig megőrzik. (Ez egy szokatlan axióma, amely azt mondja meg, hogy az *ElemMódosítás* művelet mire **nincs** hatással; a későbbi sorozatfélékhez képest jellemző eltérés.)

i≠j $\Rightarrow$ *ElemÉrték(ElemMódosít(t,i,e),j)=ElemÉrték(t,j)*

Állítás:
a tömb létrehozása után az egyes elemei az első ElemMódosítig kezdőértékükkel rendelkeznek.

Biz.:
a 3° és az 4° folyamánya.

Megjegyzések:

- Az egyetlen kezelési anomáliáról, az ***indextúllépés***ről nem kell rendelkezni az axiómákban, hiszen ez az egyik bázistípust érintő sértés lévén már korábban –az *Index-típushoz tartozó axiómák megsértése* miatt– hibás, azaz nem definiált eredményre vezetne.
- A **2°** axióma egy *szintaktikai képtelenség*et fogalmaz meg: a ***Lerombol*** függvény „eredményére” lehetetlen más függvényt alkalmazni, hisz nincs mire, nincs értékkészlete! Ez persze nem a tömb típuskonstrukciós eszköz specifikus problémája, *minden lerombol függvény*é. Ezért nem is jeleztük külön a többi művelet értékkészleténél a NemDef értéket. S ezt a további típuskonstrukcióknál már nem is említjük.
- Ehhez hasonlóan lehetne a több-indexes tömbökkel szembeni elvárásunkat megfogalmazni, amitől eltekintünk.

2.2. A tömb algoritmikus specifikációja

Az ***eltérő paraméterezési szokások*** miatt külön-külön fogalmazzuk meg az 1- és a 2-indexes tömbök, azaz a vektorok és a mátrixok típuskonstrukcióját. (A többieket specifikálni ezek alapján már gyerekjáték.)

2.2.1. A tömb exportmoduljai

Először a *vektor* exportmodulját adjuk meg:

```
ExportModul Tömb(Típus TIndex: Típus TElem):
  [Ef: TIndex: diszkrét, sőt véges típus (így van neki „Sorszám”, „Következő”
       … függvénye)[4],
       TElem típushoz asszociáltunk „Létrehoz”, „=”, „Be”, „Ki”… műveleteket,
       az Ef-Uf-ben a t-t mint e-k sorozatát tekintjük, elemeit 1-től indexelve]
  Eljárás Létrehoz(Változó t:Tömb)
    Ef: ¬∃t∈Tömb
    Uf: ∀i∈TIndex: ∃e∈TElem: t(Sorszám(i)+1)=e  ∧
                              Létrehoz(e).Uf
  Eljárás Lerombol(Változó t:Tömb)
    Ef: ∃t∈Tömb
    Uf: ¬∃t∈Tömb
  Függvény ElemSzám(Konstans t:Tömb):Egész
    Ef: ∃t∈Tömb
    Uf: ElemSzám(t)=Számosság'TIndex
  Operátor ElemÉrték(Konstans t:Tömb, i:TIndex):TElem
    Másnéven t(i)
    Ef: ∃t∈Tömb
    Uf: ElemÉrték(t,i)=t(Sorszám(i)+1)  ∧
        t(Sorszám(i)+1)=t'(Sorszám(i)+1)
  Operátor ElemMódosít(Változó  t:Tömb,
                       Konstans i:TIndex, e:TElem)
    Másnéven t(i):=e
    Ef: ∃t∈Tömb
    Uf: t'(Sorszám(i)+1)=e  ∧
        ∀j≠i∈TIndex: t(Sorszám(j)+1)=t'(Sorszám(j)+1)
  Infix Operátor Egyenlő(Konstans t,tt:Tömb):Logikai
    Másnéven t=tt
    Ef: ∃t,tt∈Tömb
    Uf: Egyenlő(t,tt)=
          ( ∀i∈TIndex: t(Sorszám(i)+1)=tt(Sorszám(i)+1) )
  Infix Operátor LegyenEgyenlő(Változó t:Tömb
                               Konstans tt:Tömb)
    Másnéven t:=tt
    Ef: ∃t,tt∈Tömb
    Uf: ∀i∈TIndex: t'(Sorszám(i)+1)=tt(Sorszám(i)+1)  ∧
        ∀i∈TIndex: tt(Sorszám(i)+1)=tt'(Sorszám(i)+1)
  Operátor Be(Változó t:Tömb)
    Másnéven Be:t
    Ef: ∃t∈Tömb  ∧  ∀i∈TIndex: Be(t(Sorszám(i)+1)).Ef [5]
    Uf: ∀i∈TIndex: Be(t'(Sorszám(i)+1)).Uf
```

[4] Szokásos elvárásokkal; pl. Sorszám(Min'TElem)=0.

[5] Az Ef 2. tényezőjét eyszerűbben is írhatnánk: ∀i∈TIndex: Be(t(1)).Ef. Miért?

```
  Operátor Ki(Konstans t:Tömb)
    Másnéven Ki:t
    Ef: ∃t∈Tömb
    Uf: ∀i∈TIndex: Ki(t(Sorszám(i)+1)).Uf
  Függvény Hibás?(Változó t:Tömb):Logikai
    Ef: ∃t∈Tömb
    Uf: Hibás?(t)=volt-e elkövetett s nem letesztelt hiba
Modul vége.
```

Megjegyzések:

- Jól látszik, hogy az elő- és utófeltételekben ***visszanyúltunk*** a ***TIndex*** és ***TElem*** típusokhoz. Az „**=**”, az „**.Ef**” és az „**.Uf**” a megfelelő típus megfelelő műveletére, illetőleg annak elő-utófeltételére utal.
- A feltételekben sokszor fordul elő a **t(Sorszám(i)+1)** kifejezés. Itt a ***t(x)*** a ***t***-nek, mint ***sorozatnak az x. elemét jelenti***, tehát nem keverendő össze a „hagyományos” t-tömb elemindexeléssel. A **Sorszám(i)+1** konverzióval képezzük az i index értékét **1..Számosság'TIndex** közé, azaz szokásos ***sorozatindex***szé.

Következzék a *mátrix* exportmodulja, amelyet rövidítve (ef-uf nélkül) mellékelünk. Értelemszerű módosításokkal megkapható a precíz változat is.

```
ExportModul Tömb(Típus TIndex1,TIndex2: Típus TElem):
  Eljárás Létrehoz(Változó t:Tömb)
  Eljárás Lerombol(Változó t:Tömb)
  Függvény ElemSzám(Konstans t:Tömb):Egész
  Operátor ElemÉrték(Konstans t:Tömb,
                     i:TIndex1,j:TIndex2):TElem
    Másnéven t(i,j)
  Operátor ElemMódosít(Változó  t:Tömb,
                       Konstans i:TIndex1,j:TIndex2,
                                e:TElem)
    Másnéven t(i,j):=e
  Infix Operátor Egyenlő(Konstans t,tt:Tömb):Logikai
    Másnéven t=tt
  Infix Operátor LegyenEgyenlő(Változó t:Tömb
                               Konstans tt:Tömb)
    Másnéven t:=tt
  Operátor Be(Változó t:Tömb)
    Másnéven Be:t
  Operátor Ki(Konstans t:Tömb)
    Másnéven Ki:t
  Függvény Hibás?(Változó t:Tömb):Logikai
Modul vége.
```

2.2.2. A tömb reprezentációs-implementációs modulja

Kétféle ábrázolást veszünk szemügyre. Az első az ún. ***folytonos ábrázolás***, amelyben a tömb elemei egymásután, szorosan foglalnak helyet, a másikban a rákövetkezési kapcsolatot ***lán-colás***sal (mutatókkal) biztosítjuk.

Az alábbi néhány fogalmat sűrűn használjuk.

```
Operátor Számosság(Típus t):Egész
  Másnéven Számosság't
  [a t típus konstansainak száma]
Operátor Méret(Típus t):Egész
  Másnéven Méret't
  [a t típus folytonos ábrázolásához szükséges memória mérete]
Függvény Sorszám(Konstans x:Típus):Egész
  [az x Típus-beli belsőábrázolású kódja,  azaz 0-tól induló sorszáma]
Függvény Cím(Konstans x:Típus):Egész
  [az x Típus-ú adat memória címe]
```

A folytonos ábrázolás

Egy „naiv”, értsd: leegyszerűsített ***memóriamodell***re építjük a leírást. Az alábbiakban összefoglaljuk azokat a fogalmakat, amelyeket alapfogalmaknak tekintünk, s ezekre építjük föl a folytonos ábrázolást. (Az egész mögé egy, az alábbi operátorok által kezelt ***byte-sorozat***ot kell képzelnünk, amelyek byte-jait ***természetes számokkal indexelhetünk***.)

```
Konstans
  MaxMem:Egész(???)
Típus
  MemóriaCím=0..MaxMem [⊂ Egész,
                        az Egész műveleteit használni fogjuk]
Konstans
  Sehova:MemóriaCím(0)
Eljárás Lefoglal(Változó tmut:MemóriaCím,
                 Konstans db:Egész)
  [a memóriában db-nyi helyet foglal,
   a kezdőcímet tmut-ba adja vissza,
   ha nem sikerült, akkor Sehova-t]
Eljárás Felszabadít(Változó tmut:MemóriaCím,
                    Konstans db:Egész)
  [a tmut-nál kezdődő db-nyi hosszú
   memóriatartományt felszabadítja,
   tmut-ba Sehova-t tesz]
Eljárás Értékmásolás(Konstans db:Egész,
                                c1:MemóriaCím,
                                c2:MemóriaCím)
  [a c1 címre másol db darabnyi byte-ot
   a c2 címtől kezdődően]
```

Először a *vektor* modulját adjuk meg:

```
Modul Tömb(Típus TIndex: Típus TElem):
 Reprezentáció
  Változó
    kcím:MemóriaCím
    hiba:Logikai
 Implementáció
  Eljárás Létrehoz(Változó v:Tömb):
    Ef: kcím=Sehova[6] [¬∃t∈Tömb]
    Uf: ∀i∈TIndex: ∃e∈TElem: t(Sorszám(i)+1)=e  ∧
                             Létrehoz(e).Uf
    Változó i:TIndex
            e:TElem
            kc:MemóriaCím
    Lefoglal(kcím,Számosság'TIndex*Méret'TElem)
    Ha kcím=Sehova akkor
      hiba:=Igaz
    különben
      hiba:=Hamis
      Létrehoz(e)    [visszavezetés a Létrehoz(TElem)-re,
                      és nem foglalkozunk az e-hibákkal!]
      kc:=ElemCím(v,Min'TIndex)    [≡kcím; tömb-kezdőcím]
      Ciklus i=1-től Számosság'TIndex-ig
        Értékmásolás(Méret'TElem,kc,e)
        kc:+Méret'TElem
      Ciklus vége
    Elágazás vége
  Eljárás vége.
  Eljárás Lerombol(Változó v:Tömb):
    Ef: kcím≠Sehova [∃t∈Tömb]
    Uf: kcím=Sehova [¬∃t∈Tömb]
    Felszabadít(kcím,Számosság'TIndex*Méret'TElem)
  Eljárás vége.
  Függvény ElemSzám(Változó v:Tömb):Egész
    Ef: kcím≠Sehova [∃t∈Tömb]
    Uf: ElemSzám(t)=Számosság'TIndex
    ElemSzám:=Számosság'TIndex
  Függvény vége.
  Operátor ElemÉrték(Konstans v:Tömb, i:TIndex):TElem
    Másnéven t(i)
    Ef: kcím≠Sehova [∃t∈Tömb]
    Uf: ElemÉrték(t,i)=t(Sorszám(i)+1)
```

[6] L. az inicializálásnál!

```
  Értékmásolás(Méret'TElem,
               Cím(ElemÉrték),
               ElemCím(v,i))
  [ElemÉrték:=TElem(ElemCím(v,i))]
Operátor vége.
Operátor ElemMódosít(Változó v:Tömb,
                     Konstans i:TIndex, e:TElem):
  Másnéven t(i):=e
  Ef: kcím≠Sehova [∃t∈Tömb]
  Uf: t'(Sorszám(i)+1)=e  ∧
      ∀j≠i∈TIndex: t(Sorszám(j)+1)=t'(Sorszám(j)+1)
  Értékmásolás(Méret'TElem,
               ElemCím(v,i),
               Cím(e))
  [TElem(ElemCím(v,i)):=e]
Operátor vége.
Infix Operátor Egyenlő(Konstans t,tt:Tömb):Logikai
  Másnéven t=tt
  Ef: t.kcím≠Sehova ∧ tt.kcím≠Sehova [∃t,tt∈Tömb]
  Uf: Egyenlő(t,tt)=
       ( ∀i∈TIndex: t(Sorszám(i)+1)=tt(Sorszám(i)+1) )
  [hf.]
Infix Operátor LegyenEgyenlő(Változó t:Tömb
                             Konstans tt:Tömb)
  Másnéven t:=tt
  Ef: t.kcím≠Sehova ∧ tt.kcím≠Sehova [∃t,tt∈Tömb]
  Uf: ∀i∈TIndex: t'(Sorszám(i)+1)=tt(Sorszám(i)+1)  ∧
      ∀i∈TIndex: tt(Sorszám(i)+1)=tt'(Sorszám(i)+1)
  [hf.]
Operátor Be(Változó t:Tömb)
  Másnéven Be:t
  Ef: kcím≠Sehova [∃t∈Tömb] ∧
      ∀i∈TIndex: Be(t(Sorszám(i)+1)).Ef
  Uf: ∀i∈TIndex: Be(t'(Sorszám(i)+1)).Uf
  [hf.]
Operátor Ki(Konstans t:Tömb)
  Másnéven Ki:t
  Ef: kcím≠Sehova [∃t∈Tömb]
  Uf: ∀i∈TIndex: Ki(t(Sorszám(i)+1)).Uf
  [hf.]
Függvény Hibás?(Változó t:Tömb):Logikai
  [hf.]
```

```
  [„lokális” függvények:]
  Függvény ElemCím(Konstans v:Tömb, i:TIndex):MemóriaCím
    ElemCím:=kcím+RelatívCím(i)
  Függvény vége.
  Függvény RelatívCím(Konstans i:TIndex):Egész
    RelatívCím:=Sorszám(i)*Méret'TElem
  Függvény vége.
 Inicializálás
  kcím:=Sehova; hiba:=Hamis
Modul vége.
```

A *mátrix* modulja, rövidítve:

```
Modul Tömb(Típus TIndex1,TIndex2: Típus TElem):
 Reprezentáció
  Változó
    kcím:MemóriaCím
    hiba:Logikai
 Implementáció
  Eljárás Létrehoz(Változó m:Tömb):
    Lefoglal(kcím,
             Számosság'TIndex1*
             Számosság'TIndex2*
             Méret'TElem)
    Ha kcím=Sehova akkor
      hiba:=Igaz
    különben
      hiba:=Hamis
      [hf.]
    Elágazás vége
  Eljárás vége.
  Eljárás Lerombol(Változó m:Tömb):
    Felszabadít(kcím,Számosság'TIndex1*
                     Számosság'TIndex2*
                     Méret'Elem)
  Eljárás vége.
  Függvény ElemSzám(Változó v:Tömb):Egész
    ElemSzám:=Számosság'TIndex1*Számosság'TIndex2
  Függvény vége.
  Operátor ElemÉrték(Konstans m:Tömb,
                                i1:TIndex1, i2:TIndex2):TElem
    Értékmásolás(Méret'TElem,
                 Cím(ElemÉrték),
                 ElemCím(m,i1,i2))
    [ElemÉrték:=TElem(ElemCím(m,i1,i2))]
  Operátor vége.
```

```
  Operátor ElemMódosít(Változó m:Tömb,
                       Konstans i1:TIndex1,i2:TIndex2,
                                e:TElem):
    Értékmásolás(Méret'TElem,
                 ElemCím(m,i1,i2),
                 Cím(e))
    [TElem(ElemCím(m,i1,i2)):=e]
  Operátor vége.
…
  [„lokális" függvények:]
  Függvény ElemCím(Konstans m:Tömb,
                           i1:TIndex1,
                           i2:TIndex2):MemóriaCím
    ElemCím:=kcím+RelatívCím(i1,i2)
  Függvény vége.
  Függvény RelatívCím(Konstans i1:TIndex1,
                                i2:TIndex2):Egész
    RelatívCím:=(Sorszám(i1)*Számosság'TIndex1+
                 Sorszám(i2))*Méret'TElem
  Függvény vége.
 Inicializálás
  kcím:=Sehova; hiba:=Hamis
Modul vége.
```

Továbbiakban, ha ***folytonos ábrázolás***ról beszélünk, mindig az itt definiált ***tömbös ábrázolás***-ra gondolunk (nem a „naiv" memóriamodellre).

A láncolt ábrázolás

Most is az ábrázolás alapmodelljét tisztázzuk először:

```
Típus
  MemóriaCím=Típ'Mutató [alapfogalom: minden típushoz a megfelelő]
Konstans
  Sehova: MemóriaCím(???)
Függvény Típ(Konstans m:MemóriaCím):Típ
  [konstrukciós függvény, amely az m-től kezdődően
   „egybefüggően" jelenti az adott típusú adatot]
Operátor Típ(Változó m:MemóriaCím, Konstans e:Típ)
  Másként Típ(m):=e
  [értékadás operátor, amely az m-től kezdődően
   az adott típusú adatba az e értéket másolja]
Eljárás Lefoglal(Változó tmut:Típ'Mutató)
  [a memóriában „Típ"-nyi helyet foglal,
   és Típ-nek megfelelő kezdőértékre állít,
   a kezdőcímet tmut-ba adja vissza,
   ha nem sikerült, akkor Sehova-t]
```

```
Eljárás Lefoglal(Változó tmut:Típ'Mutató,
                 Konstans kért:Típ)
  [a memóriában „Típ"-nyi helyet foglal,
   majd a kért kezdőértékkel föltölti,
   a kezdőcímet tmut-ba adja vissza,
   ha nem sikerült, akkor Sehova-t]
Eljárás Felszabadít(Változó tmut:Típ'Mutató)
  [a tmut-nál kezdődő „Típ"-nyi hosszú
   memóriatartományt felszabadítja,
   tmut-ba Sehova-t tesz]
```

A *vektor* modulja:

```
Modul Tömb(Típus TIndex: Típus TElem):
 Reprezentáció
  Típus
    TVektorElem=Rekord(ért:TElem,köv:TVektorElem'Mutató)
    [„lokális" típus!]
  Változó
    kcím:TVektorElem'Mutató
    hiba:Logikai
 Implementáció
  Eljárás Létrehoz(Változó v:Tömb):
    Változó
      i:Egész
      hol:TVektorElem'Mutató
    Lefoglal(kcím)   [figyelem: ha létre tud jönni, akkor kap kezdőértéket!]
    Ha kcím<>Sehova akkor
      hiba:=Hamis
      hol:=kcím [az első elem létrejött, az ő címe a tömb kezdőcíme]
      i:=1
      Ciklus amíg i<Számosság'TIndex és nem hiba
        Lefoglal(TVektorElem(hol).köv)[figyelem:kap kezdőértéket!]
        hol:=TVektorElem(hol).köv
        hiba:=hol=Sehova                    [nincs több hely]
      Ciklus vége [a további elemek is létrejöttek]
      Ha hiba akkor
        [hf.: kcím-től kezdve felszabadítjuk a lefogalt helyet]
      különben
        TVektorElem(hol).köv:=Sehova   [utolsó után nincs több elem]
        [ez elhagyható, mert automatikusan Sehova címmel jött létre[7]]
      Elágazás vége
    különben
      hiba:=Igaz
    Elágazás vége
  Eljárás vége.
```

[7] Ez sem igaz a Pascal esetében!

```
  Eljárás Lerombol(Változó v:Tömb):
    Változó
      i:TIndex
      hol:TVektorElem'Mutató
    hol:=TVektorElem(kcím).köv [a törlendő utánira mutat]
    Ciklus i=Min'TIndex-től Max'TIndex-1-ig
      Felszabadít(kcím) [az akt. elsőt töröltük]
      kcím:=hol [a törlendőre állítás]
      hol:=TVektorElem(kcím).köv [a törlendő utánira mutat]
    Ciklus vége
    Felszabadít(kcím) [az utolsót töröltük]
    [kcím=Sehova!]
  Eljárás vége.
  Operátor ElemÉrték(Konstans v:Tömb, i:TIndex):TElem
    ElemÉrték:=TElem(ElemCím(v,i))
  Operátor vége.
  Operátor ElemMódosít(Változó v:Tömb,
                       Konstans i:TIndex, e:TElem):
    TElem(ElemCím(v,i)):=e
  Operátor vége.
…
  [„lokális" függvény:]
  Függvény ElemCím(Konstans v:Tömb,
                               i:TIndex):VektorElem'Mutató
    Változó
      j:Egész
      hol:TVektorElem'Mutató
    hol:=kcím
    Ciklus j=1[!]-től Sorszám(i)-ig
      hol:=TVektorElem(kcím).köv
    Ciklus vége
    ElemCím:=hol
  Függvény vége.
 Inicializálás
  kcím:=Sehova; hiba:=Hamis
Modul vége.
```

A *mátrix* modulja az alábbi. Ötlete: a mátrix elemeinek „kiegyenesítése", azaz a mátrix-sorok egymásután fűzése (sorfolytonos láncolt ábrázolás):

```
Modul Tömb(Típus TIndex1,TIndex2: Típus TElem):
 Reprezentáció
  Típus
    TMátrixElem=Rekord(ért:TElem,köv:TMátrixElem'Mutató)
    [„lokális" típus!]
  Változó
    kcím:TMátrixElem'Mutató
    hiba:Logikai
```

```
Implementáció
 Eljárás Létrehoz(Változó v:Tömb):
   Változó
     i:Egész
     hol:TMátrixElem'Mutató
   Lefoglal(kcím); hol:=kcím [az első elem létrejött]
   Ciklus i=2-től Számosság'TIndex1*Számosság'TIndex2-ig
     Lefoglal(TMátrixElem(hol).köv)
     hol:=TMátrixElem(hol).köv
   Ciklus vége [a további elemek is létrejöttek]
 Eljárás vége.
 Eljárás Lerombol(Változó v:Tömb):
   Változó
     i:Egész
     hol:TMátrixElem'Mutató
   hol:=TMátrixElem(kcím).köv [a törlendő utánira mutat]
   Ciklus i=1-től Számosság'TIndex1*Számosság'TIndex2-1-ig
     Felszabadít(kcím) [az aktuális elsőt töröltük]
     kcím:=hol [kcím a törlendőre állítása]
     hol:=TMátrixElem(kcím).köv [a törlendő utánira mutat]
  Ciklus vége
  Felszabadít(kcím) [az utolsót töröltük]
  [kcím=Sehova!]
 Eljárás vége.
 Operátor ElemÉrték(Konstans v:Tömb,
                    i1:TIndex1,
                    i2:TIndex2):TElem
   ElemÉrték:=TElem(ElemCím(v,i1,i2))
 Operátor vége.
 Operátor ElemMódosít(Változó v:Tömb,
                      Konstans i1:TIndex1,
                               i2:TIndex2, e:TElem):
   TElem(ElemCím(v,i1,i2)):=e
 Operátor vége.
…
  [„lokális" függvény:]
  Függvény ElemCím(Konstans v:Tömb,
                   i1:TIndex1,
                   i2:TIndex2):VektorElem'Mutató
    Változó
      j:Egész
      hol:TMátrixElem'Mutató
```

```
    hol:=kcím
    Ciklus j=1[!]-től Sorszám(i1)*Számosság'TIndex1+
                      Sorszám(i2)-ig
      hol:=TMátrixElem(kcím).köv
    Ciklus vége
    ElemCím:=hol
  Függvény vége.
 Inicializálás
  kcím:=Sehova; hiba:=Hamis
Modul vége.
```

2.3. Speciális tömbök

2.3.1. A „specialitás” mibenlétéről

*Speciális tömb*nek most azt tekintjük, amely elemei rendelkeznek helycsökkentő tulajdonsággal:

1. van olyan elemérték, amely gyakoriságánál fogva „dominánsnak” tekinthető,
2. van néhány olyan eleme, amellyel a többiek generálhatók.

Általános ötlet a reprezentációra:

1. csak egyszer (vagy egyszer sem) tárolni az ismétlődőt,
2. csak a „báziselemeket” tárolni.

Két aleset az 1.-hez:

- szisztematikusan elhelyezkedő dominánselem,
- rendszertelenül, elszórtan elhelyezkedő ismétlődő elem.

2.3.2. Szisztematikusan elhelyezkedő elemek tömbökben

Ötlet: a domináns elemet egy példányban tárolva a nem ismétlődők előtt (vagy után), és a címkiszámító függvény olyan definiálása, hogy az adott indexhez a tárolt elem indexét adja.

Az ilyen fajta tömböknek érdekes alkalmazása a négyzetes szám-mátrixok ($TIndex_1 = TIndex_2$) között található:

- alsó-/felső-háromszög mátrix;
- szimmetrikus mátrix;
- tridiagonális vagy Jacobi-féle mátrix (amelyben csak a főátlóban és balról, jobbról közvetlen mellette álló elemek nem 0-k);
- Toeplitz-féle mátrix (amelynek minden, a főátlóval párhuzamos „átlói” mentén csupa azonos értéke van);
- Hänkel-féle mátrix (hasonlatos a Toeplitz-hez, de a mellékátlóval párhuzamos irányban).

Reprezentációhoz:

```
Típus TSziszVektIndex=0[a domináns indexe]..Helyszükséglet
      TSziszVekt=Tömb(TSziszVektIndex:TElem)
```

Implementációhoz:

```
Függvény Index(Konstans i,j:TIndex):TSziszVektIndex
  Index:=a mátrix (i,j) elemének TSziszVekt-beli
         indexe
Függvény vége.
```

Például a MaxN*MaxN-es alsó-háromszög mátrix esetén:

```
Típus T3szögMIndex=0..MaxN*(MaxN-1) div 2
      T3szögMátrix=Tömb(T3szögMIndex:TElem)
Függvény Index(Konstans i,j:TIndex):T3szögMIndex
  Ha i>j akkor  Index:=Sorszám(i)*(Sorszám(i)+1)
                       div 2 + Sorszám(j) + 1
       különben Index:=0
Függvény vége.
```

Gondolja meg a többi művelet mennyiben változik, ill. a többi speciális mátrix esetén az ábrázolás és az index(transzformációs) függvény hogyan definiálható.

2.3.3. Hiányosan kitöltött tömbök

Ötlet: mivel *nincs rendszer* a tárolandó elemek hollétében, ezért tárolni kell a *nem ismétlődő* elemek *indexét* (indexeit) is.

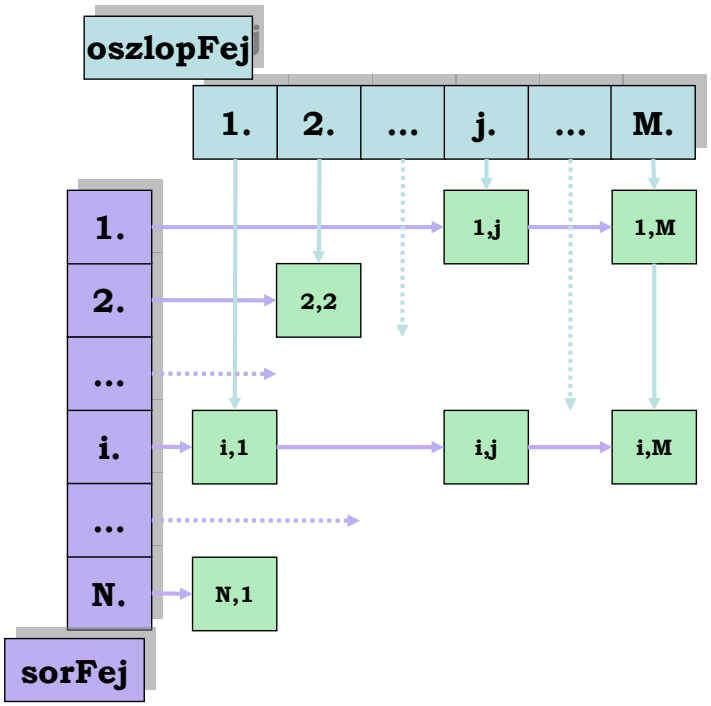
Egy ilyen „tömör” *vektor* ábrázolása és kezelésének alapjául szolgáló indextranszformációs függvénye:

```
Típus TTömörIndex=0[a domináns indexe]..Helyszükséglet
      TTömörElem=Rekord(érték:TElem,index:TIndex)
      TTömörVektor=Tömb(TTömörIndex:TTömörElem)
Függvény Index(Konstans v:TTömörVektor,
                        i:TIndex):TTömörIndex
  Index:=Kiválasztás(v(k).index k∈TTömörIndex, =i?)
Függvény vége.
```

A *mátrix* esetében hasonlóan gondolkodhatunk:

```
Típus TTömörIndex=0..helyszükséglet
      TTömörElem=Rekord(érték:TElem,sor,oszl:TIndex)
      TTömörMátrix=Tömb(TTömörIndex:TTömörElem)
Függvény Index(Konstans m:TTömörMátrix,
                        i,j:TIndex): TTömörIndex
  Index:=Kiválasztás((m(k).sor,m(k(.oszlop) k∈TTömör-
                      Index, =(i,j)?)
Függvény vége.
```

Az elemek „elérése” így lineárisan hosszú lehet a mátrix jobb-alsó sarka felé haladva (feltéve az indexek szerinti rendezettséget). Ezen lehet segíteni az ún. *ortogonális ábrázolás*sal (vagyis egyfajta *láncolt* ábrázolással). Az alábbi rajz mutatja a lényeget:



Hiányos mátrix ortogonális ábrázolása

2.3.4. Generálható elemek tömbökben

Helytakarékosságot olyan tömbök esetében, amelyek elemei néhány kiemelt segítségével generálhatók nyilvánvalóan olymódon érhetünk el, hogy az ábrázolásnál csak a bázis elemekre szorítkozunk. Mivel a többi elemre az érték helyett a kiszámítás szabálya kell ismert legyen, akkor tudunk spórolni a hellyel, ha a szabályhozzárendelést elemcsoportokra tudjuk „göngyölítve” kifejezni. Ez azt is jelenti, hogy valamiféle topologikus szisztematikusságnak is létezni kell. Ekkor a megvalósításhoz csak a bázis elemek tárolása és az indexek alapján működő generáló függvény szükséges.

Egy jellegzetes példa a Vandermonde-mátrix (`TIndex`$_1$=1..N, `TIndex`$_2$=1..M, `TElem==Valós`):

	1.	2.	3.	…	M.
1.:	1	1	1	…	1
2.:	a_1	a_2	a_3	…	a_M
3.:	a_1^2	a_2^2	a_3^2	…	a_M^2
	...	...		…	
N.:	a_1^{N-1}	a_2^{N-1}	a_3^{N-1}	…	a_M^{N-1}

```
Típus TVanderMátrix=Tömb(TIndex2:Valós)
       [a generáló elemek a 2. sorban]
Függvény Vander(Konstans v:TVanderMátrix,
                         i:TIndex1,j:TIndex2):Valós
  Ha i=1 akkor  Vander:=1
       különben Vander:=v(j)^(j-1)
Függvény vége.
```

TARTALOM