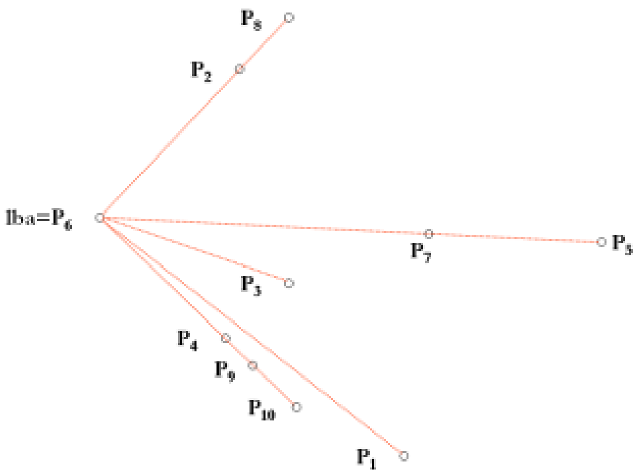
GEOMETRIAI FELADATOK 2.
(ESETTANULMÁNY)

3. FELADAT

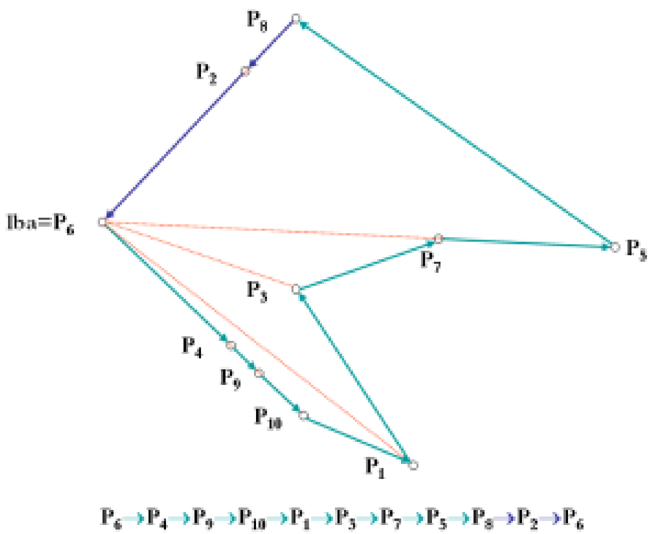
Adott N darab (nem kollineáris) pont. Adjuk meg a pontok olyan sorrendjét, amelyben az egymást követőket, és az utolsót az elsővel összekötve zárt, nem-metsző poligont kapunk.

3. FELADAT – A-MEGOLDÁS

Arra építjük a megoldást, hogy a ponthalmaz pontjainak egy alkalmas sorrendjét kapjuk, ha a legbaloldalibb-legalsó pontból „nézve” iránytangensük szerint rendezzük.



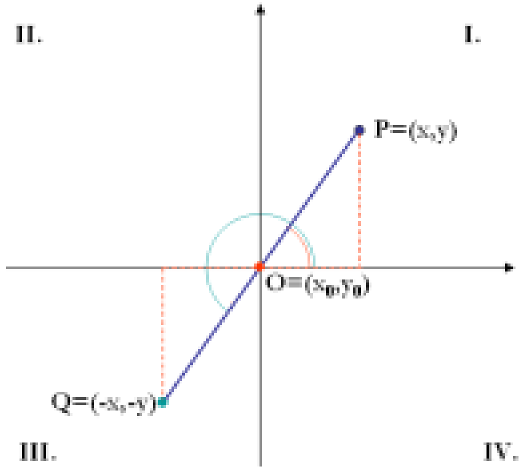
Példa. A ponthalmaz és lba-ból kiinduló és az egyes pontokban végződő egyenesek.



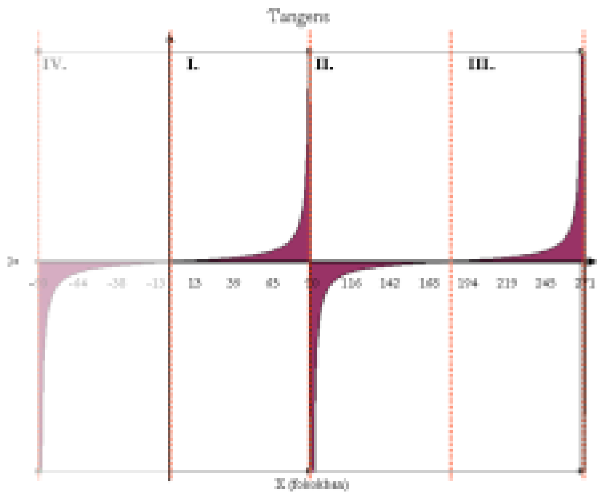
Példa. A pontok és iránytangensük (valamint lba-hoz való közelségük) szerinti sorrendje,

Demó. (PontSorR.exe)

3. FELADAT – B-MEGOLDÁS



Az iránytangensek nem egyértelműsége.



A tangens függvény síknegyedenkénti monoton növekedése.

A pontok egy másik sorrendjét kaphatjuk meg, ha egy „belső pontból” nézve rendezzük irányszögük szerint. Három kérdést vet föl az ötlet. 1) mi legyen a belső pont, 2) az irányszög szerinti rendezést bonyolítja a tg-függvény $\pi/2$-nkénti szakadásai, és a 3) π-enkénti periodikussága, hiszen az 1. és 3. síknegyedbe „mutató” (π-vel eltérő) egyenes iránytangense azonos, hasonlóan a 2. és 4. síknegyed esetéhez.

Az 1) megoldására kínálkozik a ponthalmaz „súlypontja” (egy virtuális pont, amit koordinátánként számolt átlaggal definiálunk). Ez garantáltan belső pont. Ha egybe esne egy tényleges ponttal, akkor legyen ő a rendezés szerinti első pont.

A 2) megoldása (vagy elkerülése) ugyanaz, mint ami volt az előző megoldás esetében: a $\pi/2$ külön kezelése (vagy a tg helyett az ekvivalens reláció használata); szerencsére a $\pi/2$ egész számú többszöröseinél van a síknegyedek határa is.

A 3) megoldásának ötlete, hogy a pontokhoz az iránytangens mellett a síknegyedét is hozzárendeljük: $P \rightarrow (s,t)$, ahol $s \in [1..4]$ – síknegyed, $t \in (-\infty..+\infty)$ – iránytangens; az s meghatározható a P–O koordinátáinak előjeléből ($sgn(x-x_0)$, $sgn(y-y_0)$), a t a P–O koordinátáiból ($(y-y_0)/(x-x_0)$). Így $P<Q$, ha $P_s<Q_s$, vagy $P_s=Q_s$ és $P_t<Q_t$.