

PROGRAMOK, PROGRAMSPECIFIKÁCIÓK

TARTALOMJEGYZÉK

PROGRAMOK, PROGRAMSPECIFIKÁCIÓK.....	1
1. Epizódok a programspecifikációk történelméből.....	1
2. Feladatmegoldás – a kétféle megközelítés.....	5
3. „VDM-univerzum”.....	7
4. Algebrai típus-specifikációk.....	9
5. Egy „hazai” specifikációs nyelvről és fölhasználásáról.....	11
5.1. Összehasonlítás a VDM-mel.....	11
5.2. A specifikáció szerepe a programkészítésben.....	13
5.3. Problémák.....	15
6. Konklúzió.....	17
7. Irodalomjegyzék.....	18
FÜGGELÉK.....	19
1. HELYESSÉGBIZONYÍTÁS HOARE DEDUKTÍV MÓDSZERÉVEL.....	19
2. EGY VDM-SL SPECIFIKÁCIÓS PÉLDA [FITZGERALD].....	22

PROGRAMOK, PROGRAMSPECIFIKÁCIÓK

Szlávi Péter, szlavi@ludens.elte.hu
ELTE TTK Informatika Szakmódszertani Csoport

Absztrakt

Az előadásban vázlatos áttekintést adunk a **programspecifikációkról** (amely alatt csak a **Neumann-elvű programok** specifikációját értjük), érintve annak **történetét** is, vázolva két, legfontosabb irányzatát: a **modell-elvűt** és az **algebrai**t. Részletesebben bemutatjuk az ELTE Informatika Tanárszakaián folyó oktatás ez irányú elképzeléseit. Közben összehasonlítjuk az egyik legismertebb modell-elvű formalizmussal, a **VDM-SL**-l.

1. Epizódok a programspecifikációk történelméből

E fejezetben egy szubjektív történeti beszámolót olvashatunk a programspecifikációkról. Nem törekszünk teljességre, hanem inkább arra, hogy a történetből a számunkra legfontosabb „gondolatokhoz” kapcsolódó események domborodjanak ki.

Őskor:
Algoritmus
=
program

A programspecifikáció fogalma alighanem egyidős magával a program fogalmával. A „korai” specifikációk nem különböztek a programot „embriónális” állapotában leíró *algoritmustól*, vagy annak esetleg egy felsőszintű megfogalmazásától, hiszen célja: a feladatmegoldásának pontosítása. Erre a célra megfelelt kezdetben valamilyen rajzos eszköz is, amely kicsiny „szókincsével” kellően egyértelműen fejezte ki a megoldás menetét.¹

**A szoftver-
krízis kora:**
Munka-
megosztás

⇒
precízebb
leírások,
strukturált
programozás

**Algoritmikus
absztrakció**

A szoftverkrízis idején, amikor már a programkészítés ipari méreteket öltött, nagy jelentőségre tett szert, hogy mennyi időt kell eltölteni az effektív kódolás mellett a programteszteléssel, a *helyesség* belátásával. Kiderült, hogy döntő jelentősége van annak, hogy milyen módon fogalmazzák meg a problémát, amely megoldásához keresik a programot. Az ok kézenfekvő: már nem ugyanaz a személy végzi a feladatmegfogalmazást, mint aki a megoldás algoritmusát tervezi meg, s megint más az, aki a konkrét programozási nyelvre ülteti át, sőt egy „negyedik résztvevő” végzi a programhelyesség ellenőrzését. Így a résztvevők csak akkor képesek minőségi munkát végezni, ha van olyan eszközük, amely kellően objektívan és precízen képes megfogalmazni a feladatot, amelyhez a munkájuk „viszonyítási pontjaként” tudnak

¹ Szándékosan nem említjük itt a nyelv *szintaxis*ának specifikációs eszközeit (pl. az ALGOL 60 leírásához kitalált BNF-et), hiszen a programspecifikáció alatt a működéssel, a *szemantikával* kapcsolatos leírást értjük.

nyúl. Ekkor fogalmazódnak meg a *strukturált programozás* elvei (felülről-lefelé programtervezés + strukturált programszerkezetek: szekvencia, elágazás, ciklus). A korszakot nyugodtan nevezhetjük az *algoritmikus absztrakció* korának is.

Az "első
(absztrakt)
fecske"
=
a VDL

Még a 60-as évek első felében az IBM úgy határozott, hogy egy új programozási nyelvet fejlesztenek ki, amely a FORTRAN-t és a COLBOL-t lesz hivatott föl váltani. A nyelv, amely először a „New Programming Language” nevet kapta², végül is egyszerűen Programming Language I (PL/I) néven vált híressé. Mivel eredendően „jól megtermettnek” tervezték, úgy döntöttek, leírására valamilyen formális technikát próbálnak alkalmazni. Sokak munkájának eredményeképpen született meg egy ún. *operációs szemantikadefiniációs nyelv*, az ULD3³, amelyet a programozótársadalom mint Vienna Definition Language-t (VDL-t) tart számon. [Varga 81] Ezt tekinthetjük a specifikációs nyelvek első teljesnek mondható –bár „korai”, ti. igazán nem bevált– változatának.

feladat
=
mit
program
=
hogyan
kapcsolat
=
P/P-technika
(helyesség-
bizonyítás)

A krízist követő kutatások eredményeként –többek közt– tisztázódott a programleírás (amely a *mitre* kérdésre adja meg a választ) és programmegvalósítás (amely a *hogyanra* koncentrálna) elválasztásának elkerülhetetlen volta. Az algoritmus megadására sokféle pszeudokód született (ALGOL 60, APL, LISP stb.), amelyet egy-egy szoftverkutató intézmény berkeiben fejlesztettek ki és használtak előszeretettel. Ezek egyike-másika nagyobb népszerűsége folytán publikációs nyelvvé is vált. (Pl. a 60-s évek ALGOL 60 korszakát a Pascal-éra követte.) [Horowitz 87] A „mit” és a „hogyan” szétválásával egy időben a *feladat* és a feladat egy lehetséges megoldását jelentő *program* fogalmi kettősének eltávolodás is megtörtént. Az eltávolodás ugyan lezajlott, de nem maradtak minden kapcsolat nélkül. A helyességbizonyítást célzó P/P-technikák⁴ e kapcsolat létesítésére kiválóan alkalmasak. A bizonyítás során –többnyire– az algoritmikus struktúrák közé illesztett állítások közötti egymásra következést kell belátni, amelyre többféle nevezetes módszer (Floyd-féle invariánsok, Manna-féle ún. rész-cél, Hoare deduktív [l. függelék] stb.) létezik. [Varga 81] [Manna 81] (L. 1. függelék: „[Helyességbizonyítás Hoare deduktív módszerével](#)”) Ez az absztrakciós lépés, és az addigra megerősödött formális programozási iskolák munkája nyomán kialakult programleíró eszközök és módszerek teremtették meg később a *programozási tételek* fogalmát.

VDM

73-74 körül Cliff Jones egy publikációjában (a Hursley Technical Report-ban) az ALGOL 60-nak egy *funkcionális szemantikai leírását* adja. Itt je-

² ami ellen a National Physics Laboratories névrövidítés-egyeződésére hivatkozva tiltakozott

³ az ULD_x (x=1, 2) specifikációs nyelveket a természetes nyelvek leírására használták

⁴ P/P=Pre-/Postcondition, azaz az elő-utófeltételeken alapuló megközelítést 3 „nagy név” fémjelzi: Floyd, Hoare és Dijkstra.

lentek meg egy későbbi –számunkra különösen fontos– specifikációs eszköz (a VDM) egyes aspektusai. Ez az ideje a PL/I szabványosításának is. E munka, amelyben Bekić, Bjørner, Henhapl, Jones és Lucas vettek részt, eredménye lett az 1974-es „Technical Report”, azaz a PL/I formális leírása, s egyben a Vienna Development Method (VDM) kiindulópontja. Cliff Jones és Dines Bjørner vállalta magára annak bebizonyítását, hogy a VDM valami másra is alkalmas, mint fordítóprogramok technikai riportjainak elkészítése. [LNCS 61] Dines Bjørner csoportja a dán Műszaki Egyetemen fáradhatatlanul folytatta a VDM használatát nyelvek leírására. Ő és kollégái voltak a CHILL nyelv leírásának felelősei, és az Ada nyelv szemantikáját leíró dokumentum létrehozásában is nagy részben az ő munkájuk fekszik. [LNCS 98]

Programozási tételek

A programozási tételek szerencsésen ötvözik a „mit” és a „hogyan” fogalmakat a cél, ti. a feladatmegoldás érdekében. Sémákat jelentenek a programozó számára, amelyekből magabiztosan építheti föl a megoldó programot. A feladatot (és a programot is) olyan absztrakt gépnek tekintik, amelynek bemenetére és kimentére fogalmazznak meg elvárásokat. A programozási tételek egy állítást fogalmazznak meg (innen az elnevezése is), aminek helyességét elegendő egyszer bebizonyítani, s utána „csak” alkalmazni kell. Az állítás mindig efféleképpen hangzik: ha a *bemenetre* kerülő adatok teljesítik a rájuk kirótt ún. *előfeltételeket*, akkor a mellékelt (a tételhez tartozó) absztrakt *algoritmus kimeneti* adatai teljesíteni fogják a terminálásnál az ún. *utófeltételt*, ami nem más, mint az elérendő cél. A feltételek leírására –általában– a matematikai logika és a halmazelmélet eszköztárát használják föl. Az absztrakt algoritmus nyelvezete lehet bármely *strukturált programleíró* eszköz. (Pl. struktogram, valamilyen természetes nyelvű alapszavakból konstruált pszeudokód, vagy egy alkalmasan leegyszerűsített programozási nyelv.)

Programtranszformációk

A programozási tételeken alapuló programfejlesztés tehát a tervezés⁵, majd helyességbizonyítás lépéskettőse helyett –elméletileg legalábbis– a tételek specifikációból történő generálás és a programtranszformálás lépéskettőset illeszti. A *programtranszformációk* is bizonyíthatóan helyes sémák, itt azonban nem a feladat és a program kerül párba, hanem két program. Most is lehetnek a két programpár ekvivalenciájának (azaz a transzformáció elvégzésének) *előfeltételei*. [Harangozó 98]

⁵ Az elkövetkezőkben nem különböztetjük meg az algoritmust és a neki megfelelő valamely programozási nyelven készült kódot, mondván a kódolás oly mechanikusan kapható meg az algoritmusból, hogy –majdhogy nem– egyenlőség jel tehető közéjük.

**Az adat-
absztrakció
első arany-
kora:**

*A típus-
fogalom*

*Jackson
diagram*

A következő fontos mérföldkönek látszik a specifikáció fejlődése szempontjából –bár időben a fentiekkel párhuzamosan futnak az események– az adatok és a program viszonyának „egyensúlyba kerülése”. A program végrehajtását szervező *struktúrák absztrahálódása*⁶ már késznek látszik a 60-s évek végén, amíg ugyanez az adatok vonatkozásában még meglehetősen gyermeki naivitású. Ekkoriban a típusfogalom alig több, mint a memória egy tartományának „sablonos” leírása, csupán egy ábrázolási séma. Felismerik, hogy a típus ugyanolyan építő eszköze az adatok világának, mint az eljárások (függvények) az algoritmusok világának. Tehát ha kell, a feladatnak megfelelően a „semmiből” létrehozandókként kell tudni velük bánni. A kétféle absztrakció közötti közeledés első jelének tekinthetjük a Jackson-féle diagramok megszületését.

**Az adat-
absztrakció
második
aranykora:**

*A típus és a
modul*

*Objektumok
és osztályok*

A *típusfogalom* „többszálú” fejlődése során születnek meg a következő meghatározó fogalmak: osztály, egységbe zárás, öröklés. Valóban az *objektum* az a fogalom, amely –megítélésem szerint– jelentőségében a strukturált programozás elvei, vagy a programozási tételek jelentőségével vetekedhet. A típus- (*objektumosztály*-) leírás stációját lehet tekinteni a specifikáció következő lépésének. Dahl annak a véleményének ad hangot [LNCS 428/1-11], hogy az objektum-elvűséget 2 fő cél motiválta: egyrészt jó strukturális megfelelés elérése a diszkrét eseményeket szimuláló program és a modellezendő rendszer között, másrészt hatékonyan újrafölhasználható programkomponensek konstruálása. A típusmegvalósítás eszközeként bevezetik a *modul*⁷ fogalmat, amely képes elrejtetni fekete dobozként a programozó elől azon „részletkérdéseket”, amelyhez valójában nincs köze, s így nagyban növeli a típushasználatának biztonságosságát.

**Típusok
specifikálása:**

*algebrai
specifikációk*

A probléma most tehát nem az, hogy hogyan fogalmazható meg a programvégrehajtás *jó végcélja*, hanem, hogy a típushoz (az objektumosztályhoz) asszociált (a vele egybezárt) műveletek, mint egy majdani programhoz felhasználandó eszközkészlet elemei, mikor tekinthetők jónak, egymással „jól harmonizálódónak”. Erre az „összhangzat-leírásra” a korábban említett, elő- és utófeltételekre alapuló, ún. modell-bázisú specifikációs eszközök, módszerek nem igen alkalmazhatók. Az ötlet kézenfekvő: az operációk együttműködésének elvárásait kell állításokkal megadni, vagyis egyfajta *axiómarendszer*t kell mellékelni.⁸ S ha egy típust reprezentáló-implementáló modult elkészítettünk, az a feladat marad, hogy bizonyítsuk: a megvalósított műveletek kielégítik axiómarendszerünket. Ehhez illeszkedő specifikációs eszközöket nevezik *algebraiaknak*.

⁶ A vezérlő szerkezetek, az eljárások-függvények-operátorok, mind az algoritmikus absztrakció eszközei többé-kevésbé megtalálhatók a programozási nyelvek szókincsében.

⁷ A modul kifejezés helyett esetleg mást (pl. unit, package) használnak, de a lényeg mindig ugyanaz: az *egységbe zárás* és a „nem publikus” dolgok *elrejtése*.

⁸ Ennek a specifikációs módszernek a kidolgozója: Guttag, még 1975-ből.

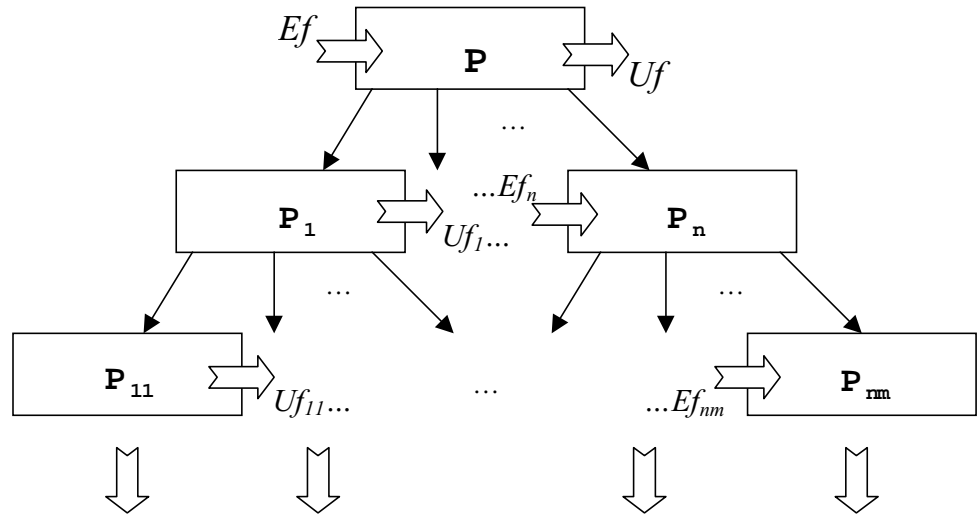
2. Feladatmegoldás – a kétféle megközelítés

Sarkosan szokás szembeállítani a programkészítés kétféle stratégiáját, a *felülről-lefelé* és az *alulról-felfelé* történő építkezés. A programgyártás módszertanában elsőként szokták említeni a strukturált programépítést, amely egyik fontos aspektusa a felülről-lefelé programkifejtés elve. Ez az elv azonban következetesen csak jól körülhatárolt, viszonylag kisméretű problémánál alkalmazható. Így az a vélemény, amely egyedül üdvöztetőként említi az előbbit, hibás túlzásnak, a programozási tevékenység leegyszerűsítésének tekinthető. Ha bonyolult vagy adatok tekintetében komplex feladat megoldása a cél, akkor óhatatlanul fölvetődik az igény a másik irányú tervezésre is. Hiszen meg kell teremteni a strukturált programozás kivitelezéséhez oly fontos „mikrokörnyezetet”, azon típusokat (objektumosztályokat), amelyek szókincsére támaszkodhatunk a felülről-lefelé problémalebontás (a program-szintézis) során. Gyakorlatban nem számíthatunk ui. arra, hogy minden lehetséges „objektumosztály alap” készen rendelkezésünkre áll. (L. a következő oldali illusztrációt.)

A specifikáció szempontjából kialakult irányzatok közül tehát egy-egy feladat megoldásához többnyire több alkalmazására is szükség lehet. Egyik a feladat „egészének” logikáját igyekszik kézben tartani, valamilyen *modell-alapú (operációs)* specifikációval, míg a másik a „biztos alapként” fölhasznált típusok (objektumosztályok) helyességével foglalkozik célszerűen valamilyen *algebrai* leírás alkalmazásával. A következőkben e két specifikációkategória egy-egy képviselőjével foglalkozunk. (Vannak más specifikációs eszközök, sőt más „filozófiájúak” is.)

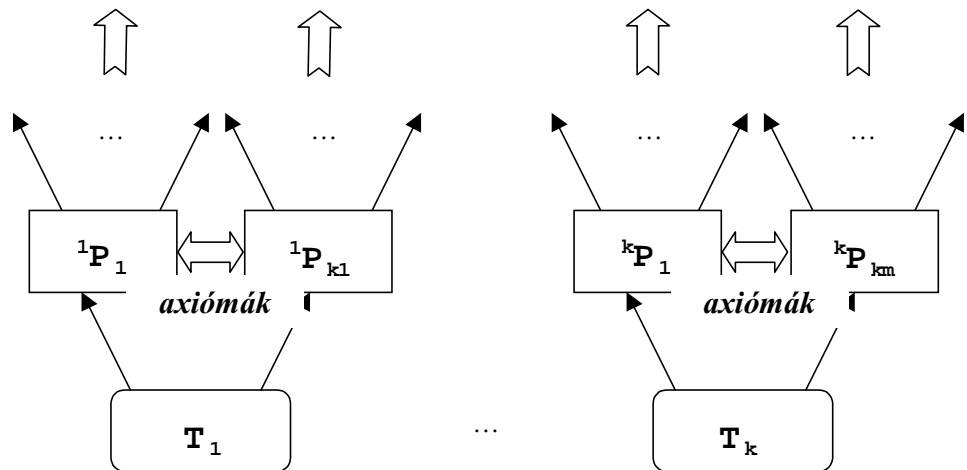
1 Felülről-lefelé algoritmustervezés

$P =$ (fő)program; $P_i = i.$ program (eljárás); \Rightarrow egymásra következés



2 Alulról-felfelé algoritmustervezés

$T_i = i.$ típus; ${}^iP_j = i.$ típus $j.$ operációja; \Leftrightarrow kapcsolat (axiómák)



'Struktúra szerinti feldolgozás' elve

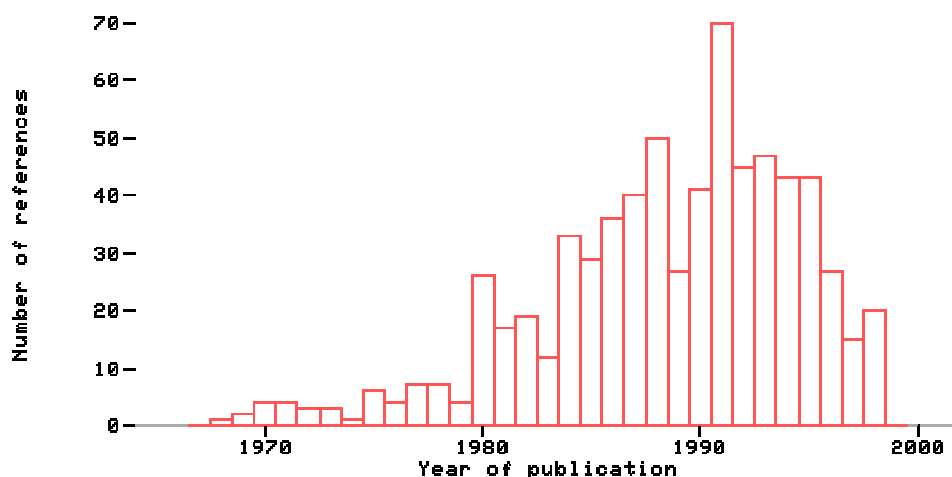
$1 \Leftrightarrow 2$

(mechanizálva: Jackson diagram)

3. „VDM-univerzum”

A VDM egy népszerű képviselője az ún. modell-alapú specifikációs módszereknek, sőt több – amint hamarosan kiderül.

A VDM viszonylag hosszú múltra tekint vissza: már a 70-s években is folyt vele kapcsolatos kutatás. A kutatás „intenzitását” mutatja be az alábbi grafikon. Amint látható az előzmények még a 60-as évek végére nyúlnak vissza, s fénykorát a 90-es évek elején élte.



VDM=
definiációs és
fejlesztési
technika-
gyűjtemény

Mára már a „VDM nem csupán egy a sok specifikációs nyelv közül. He-lyesebb számítógépes rendszerek *formális definiációs és fejlesztési technikáinak gyűjteményének* tekinteni, amely egy *VDM-SL*-nek nevezett specifikációs nyelvből, adat- és műveletfinomítási szabályokból, valamint bizonyítás-elméletből áll” – írja Verhoef a VDM-ről feltett gyakori kérdésekre adott egyik válaszában. [Verhoef]

Tehát a VDM-SL mind *specifikációs*, mind pedig *fejlesztő nyelv*. Ebből következik egyik fő jellemvonása, amelyben különbözik a programozási nyelvektől: a VDM-SL specifikáció általában „lazán” specifikált, vagyis nem egy konkrét entitást (értsd ez alatt a specifikálandót, bármi is legyen az) definiál, hanem inkább egy olyan osztályát entitásoknak, amelyeket ki kell elégítsen. A formális szemantikában ezeket a specifikáció *modelljének* hívják.

A VDM-SL leírása *absztrakt szintaxissal* készült, amely a nyelv struktúráját absztrakt szinten mutatja be. A standard két *konkrét szintaxist* definiál. Az egyik tisztán matematikai, amely publikációs célú, a másik az ISO 646 szintaxis az elektronikus adattovábbítás korlátjait veszi figyelembe.

Jellegzetes nyelvezetére egy példát látunk a 2. függelékben.

A VDM-
kutatásról

A fejezet címével arra a sokrétűségre, kidolgozottságra akarok utalni, amely a VDM-kutatást jellemzi, s mintegy önálló „galaxist” alkot a programozás tudományának nagy univerzumában (a rokon területekbe át-átnyúló „galaxiskarokkal”).

Számos helyen alakult a VDM-mel kapcsolatos *kutató centrum* (Dániában, Angliában, Németországban, USA-ban...). Ezekről kaphatunk némi képet, az alábbi „tematikus” csoportosítás révén, amelyek a legfontosabb centrumok honlapjainak címét tartalmazza⁹:

- VDM-ről „általában”: „<http://imada.ou.dk/vdm/vdm.html>”
- A VDM-szabvány: „<http://ftp.sei.cmu.edu/technology/standards/>”
- Példagyűjtemény: „<http://www.ifad.dk/pub/vdm/examples/examples.html>”
- Bibliográfia: „<ftp://imada.ou.dk/pub/docs/>”
- Newsgroup: „comp.specification.misc”
- Levelezési lista: „mailbase@mailbase.ac.uk”
(subject: „join vdm-forum xy”)
- VDM újság: „[http://www.ifad.dk/newsletter/...](http://www.ifad.dk/newsletter/)”

A VDM-szoftverek

A *VDM-szoftverek* választéka is meglepően széles skálán mozog. A leg-egyszerűbbek képesek ellenőrizni egy specifikáció helyességét a VDM nyelvezete szempontjából, illetve igényes formában képesek nyomtatni. Ezek a publikációs célú eszközök (pl. SpecBox). A jobbak sokoldalúbb ellenőrzésekre képesek: szintaxis, típusmegfelelés, statikus szemantika (pl. Centaur-VDM environment). A szoftverek csúcsát jelentik azok, amelyek a kiterjedt ellenőrzés után képesek valamilyen programozási nyelvre lefordítani a specifikációt. Ilyen pl. az IFAD VDM-SL Toolbox, amely C++-kódgenerátorral és forrásnyelvi nyomkövetővel rendelkezik. Ráadásul többfajta platformon is képes futni: Sun SPARC SunOS/Solaris, HP 700 HPUX, PC/586 Win95, WinNT, Linux, DEC Alpha UNIX.

⁹ Általában a felsorolt WWW-cím mellett létezik legalább egy anonymus FTP-elérés is.

4. Algebrai típus-specifikációk

Az előző részben az egyik népszerű modell-alapú specifikációs eszközről, a VDM-ről esett szó, most a másik nagyon fontos specifikációs „kategóriára”, az *algebraira* vetünk néhány pillantást.

Az algebrai specifikációk ígéretes területe az absztrakt típusok definiálása. Az algebrai jelző arra utal, hogy formalizmusa nagyban épít az absztrakt algebra jelöléseire, formalizmusára. Guttag [Gehani 86/55-74] szerint a specifikáció rendszerint három részből áll: *szintaktikus* specifikációból, *szemantikus* specifikációból és *szűkítési* specifikációból. Az első biztosítja a szintaktikai és típusellenőrzési információkat az asszociált operációk neveinek, értelmezési tartományainak és értékészleteinek megadásával (*szignatúra*). A következő az operációk „egymásra hatását” írja le axiómák segítségével. A szűkítési specifikáció foglalkozik az előfeltételekkel és kivételes helyzetek feltételeivel. Meg kell jegyeznünk, hogy gyakorta ez utóbbit a szerzők nem tartják igazán fontosnak, s ezért elhagyják a specifikációjukból. Az algebrai specifikáció technikájának bemutatására álljon itt két részlet Gehani egy cikkéből [Gehani 86/69-70, 173-185], amely során egy verem, ill. egy relációs adatbázis leírását adja: **1. és 2. specifikáció.**

```

type Stack[elem:Type, n:Integer]
  external operations newstack, push, pop, top, isnew, depth
  syntax
    newstack: → Stack
    push: Stack x elem → Stack
    pop: Stack → Stack
    top: Stack → elem
    isnew: Stack → Boolean
    depth: Stack → Integer
    ...
  semantics
    declare stk: Stack, elm:elem
    axioms
      pop(push(stk,elm)) = stk
      top(push(stk,elm)) = elm
      isnew(newstack) = true
      isnew(push(stk,elm)) = false
      depth(newstack) = 0
      depth(push(stk,elm)) = 1+depth(stk)
      ...
    restrictions
      pre(pop,stk) = ~isnew(stk)
      isnew(stk) ⇒ failure(top,stk)
      failure(push,stk,elm) ⇒ depth(stk)≥n
  end Stack.

```

1. specifikáció

```
type database
  external operations new, add, delete, empty, in, get
  internal operation insert
  syntax
    new: → database
    add: database x name x relation → database ∪ {ERROR}
    empty database → boolean
    in: database x name → boolean
    ...
  semantics
    var d: database; n, m: name; r: relation
    axioms
      empty(new) = true
      empty(insert(d,n,r)) = false
      in(new,n) = false
      add(d,n,r) = if in(d,n) then ERROR else insert(d,n,r)
      ...
end database.
```

2. specifikáció

Megjegyzések:

- A függvények mellékhatás nélküliek!
- Az `insert` operáció lényegét tekintve azonos az `add`-dal, csak nem végez ellenőrzést a reláció már meglétét illetően. Az `internal` kulcs-szó utal arra, hogy „kívülről nem látható”, csak „technikai szükséglet” az axiómák könnyebb megfogalmazása érdekében.
- Nem definiáltak az alaphalmazok: `database`, `name`, `relation`.

5. Egy „hazai” specifikációs nyelvről és fölhasználásáról

A következőkben röviden ismertetjük azt az eszközt, amelyet az ELTE Informatika Tanárszak Programozási módszertan tantárgyában használunk specifikációs nyelvként. A formalizmus definiálásakor arra törekedtünk, hogy –amennyire lehet– könnyen érthető legyen, precizitása a „józan ész” határai között maradjon, mivel nem volt célunk olyan eszközzé fejleszteni, amelyet automatikusan valamilyen nyelvre fordítani lehet.

5.1. Összehasonlítás a VDM-mel

Válasszuk a bemutatás módszeréül: egy ismert formalizmussal való egybevetést. Viszonyításként a VDM-mel állítjuk párba, pontosabban annak az azal a változatával, amelyhez a legigényesebb szoftver tartozik, így könnyen ellenőrizhető a helyesség. Azaz az IFAD VDM-SL. Példaként álljon itt egy-két programozási tétel mind a két formalizmussal:

IFAD VDM-SL	ELTE
<pre> module DecisionPrTh parameters types elem functions t: elem -> bool exports all definitions functions decision(X: seq of elem) ex: bool post ex = exists i in set inds X & t(X(i)); end DecisionPrTh </pre>	<pre> Eldöntés ($H^*, \mathcal{F}(H, L)$) :L Be: $N \in \mathbf{N}, X \in H^N, T: H \rightarrow L$ Ki: $\forall AN \in L$ Ef: - Uf: $\forall AN \equiv \exists i \in [1, N] : T(x_i)$ Def: - Algoritmus: i:=1 Ciklus amíg $i \leq N$ és nem $T(X(i))$ i:+1 Ciklus vége </pre>

3. specifikáció

4. specifikáció

Megjegyzések: 1) a VDM példában egy *modul* szerepel, amely nem feltétele a specifikációnak, de minden esetre hasznos lehetősége a IFAD VDM-SL-nek. 2) van olyan specifikálási lehetősége is a VDM-nek, amelyben az algoritmust *explicite* megadjuk, ekkor azonban a fenti *implicit* nem szerepelhet. 3) Az IFAD-változat az ISO 646 szabványt kielégítő konkrét szintaxissal készült. 4) Az ELTE-változatban az első sorát mint egy függvény *szignatúráját* kell tekintenünk, amely lehetővé teszi, hogy egy későbbi algoritmikus hivatkozásnál tömören építhessük abba bele. A „Be:”-től „Def:”-ig terjedő rész egy „klasszikus” *állapotter* megadás, amely halmazok, függvények deklarációját és esetleg definiálását (Be, Ki, Def), valamint szűkítését (Ef, Uf) tartalmazza.

Következő példa legyen egy típuskonstrukciós eszköz megadása mind a két formalizmussal (persze sok-sok kihagyással). L. 5. és 6. *specifikációt*.

IFAD VDM-SL	ELTE
<pre> module P_queue parameters types Entry functions priority: Entry -> nat exports operations ENTER: Entry ==> (); EXTRACT: () ==> Entry QUEUE_EMPTY instantiations entries as Multiset(elem -> Entry) types bag functions empty_bag: () -> bag; plus_bag: elem * bag -> bag; ... definitions state P_queue of QUEUE: Entries'bag init mk_P_queue(q) == q=Entries'empty_bag end operations ENTER(e:Entry) ext wr QUEUE post QUEUE=Entries' plus_bag(q,QUEUE~); EXTRACT() e: Entry QUEUE_EMPTY ext wr QUEUE post if QUEUE=Entries' plus_bag then e=QUEUE_EMPTY and QUEUE=QUEUE~ else ... end P_queue </pre>	<pre> Típus PrSor(Elem, Prior): Asszociált műveletek: Üres: PrSor Üres?(PrSor):Logikai Első(PrSor):(Elem x Prior) ∪ {NemDef} Sorba(PrSor,Elem,Prior):PrSor ∪ {NemDef} ... Axiómák: 1^o Létrehozás után prioritási sor üres. s=Üres ⇔ Üres?(s) 2^o Az a prioritási sor, amelyben legalább egy elem van, az nem Üres. nem Üres?(Sorba(s,e,p)) 3^o Az üres prioritási sornak nincs első eleme. Első(Üres)=NemDef ... ExportModul PrSor(Típus TElem: Típus TPrior): Eljárás Üres(Változó s:PrSor) Ef: - Uf: s=() Függvény Üres?(Konstans s:PrSor): Logikai Ef: - Uf: Üres?((s₁,...,s_n))=n=0 Függvény ElsőElem(Változó s:PrSor): Telem Ef: ... Uf: ... Függvény ElsőPrioritás(Változó s:PrSor):TPrior Ef: ... Uf: Modul vége. Modul PrSor(Típus TElem: Típus TPrior): Reprezentáció ... Implementáció ... Inicializálás ... Modul vége. </pre>

5. specifikáció

6. specifikáció

Megjegyzés: 1) A példából látszik, hogy az ELTE-specifikáció három elkülöníthető részből áll (algebrai leírásból + algoritmikus „elvárások” megadásából + algoritmikus megvalósításból), amíg az IFAD egyetlen egységet alkot. 2) A nálunk használatos formalizmus elvi lehetőséget kínál a „leg-

felsőbb szintű” (DA)¹⁰ elvárások és a „praktikusabb” algoritmikus (P/P) elvárások egymásnak megfelelését vizsgálására; ugyanezre nincs lehetőség a másik módszerben (bár kétségkívül a P/P-terén jobban kidolgozott). 3) Az ELTE-s specifikációban az ExportModul első sorát mint típus-deklarációs mintát kell értelmezni, azaz pl. az alábbi deklaráció eleget tesz ennek a mintának: **Változó ps:PrSor(Szöveg: Egész)**. 4) Az operációk elő- és utófeltételei lehetőséget kínálnak ellenőrző információk elhelyezésére.

5.2. A specifikáció szerepe a programkészítésben¹¹

Programozási tételek (PrT) fel térképezése az elő- és az utó feltétel alapján

Nagyon sok szó eset már a szakirodalomban a specifikáció nélkülözhetetlen voltáról, így most inkább arról szólnék, hogy a specifikáció-alapú programkészítést mi miként képzeljük el. A feladat (P/P) specifikációhoz fordulunk több ízben is a programozás során. Kiinduló pontunk nyilvánvalóan ez, kérdés mégis: hogyan lehet „legvesélytelenebbül”, a legtöbb információt kinyerni belőle. Válasz: fedezzük föl benne az esetleg rejtve megbújó *programozási tételkombinációkat*. Mivel az alaptételek száma nem túl nagy (<20), és pusztán a feladat bemeneti adatainak valamint a tételek bemeneti adatainak összevetése jócskán szűkíti a kört, ezért a megfelelő, helyesebben az elsőként alkalmazandó kiválasztása nem nagy gond. A folytatáshoz az *utófeltétel* némi rutin átalakítására esetleg szükség lehet, de nem reménytelen vállalkozás. Így transzformálgatva, redukálgatva az *utófeltételt* kapjuk az *utófeltétel* tételekre bontott ekvivalens változatát.

Algoritmus-szekvenciák képzése

Ha az *utófeltételt* partícionáltuk, a tételek aktualizált *algoritmusainak szekvenciáját* kell képeznünk. L. **1. algoritmust**.

Feladat: („Egyesítés” tétel)

Két sorozat egyesítése.

Specifikáció:

Egyesítés(H^*, H^*): H^*

Be: $N \in \mathbf{N}, X \in H^*, M \in \mathbf{N}, Y \in H^*$

Ki: $Db \in \mathbf{N}, Z \in H^*$

Ef: Halmazfölsorolás(X) \wedge Halmazfölsorolás(Y)

Uf: $Db = M + \sum_{i=1}^N \chi(T(x_i)) \wedge Z \in H^{DB} \wedge$ Halmazfölsorolás(Z)
 $\wedge \forall i \in [1, DB]: z_i \in X \vee z_i \in Y$

Def: $T(x) := x \notin Y$

¹⁰ A szakirodalom a specifikáció ezen algebrai fajtáját *adatabsztrakciónak* (Data Abstraction) nevezi innen a fenti rövidítés.

¹¹ Ezt a fejezetet egy hálózaton „publikált” anyagra építettük: [Szlávi WWW].

Algoritmus:

Tételek egymásra építésével megfogalmazva:

Z := Másol (1..N, X, t) ; Db := N

Z := Kiválogat (M, Y, nem Eldönt (N, X, =))

Megjegyzések:

- t az ún. identikus leképezés H-ról H-ra.
- „:=” sorozat egymásutánírás (Db kezdőértékét átvéve)
- Eldönt(N,X,=) eldönti, hogy a paramétere eleme-e az X(1..N) sorozatnak.

1. algoritmus

Optimalizálás programtranszformációkkal

Mivel ezek sok hatékonysági kívánni valót hagynak maguk után, ezért – bár egy megoldást már találtunk– nem állunk itt meg. *Programtranszformációk* segítségével ezek a „redundanciák” kiküszöbölhetők. L. **2. Algoritmust**. Vegyük észre, hogy eddig csak garantáltan helyes lépést használtunk, ha a feltételek mindig jól figyelembe vettük, akkor a kapott algoritmus jó megoldást ad. (Igaz, egyáltalán nem „eredeti” megoldást találtunk, de most a helyességet, s nem az eredetiséget tartottuk szem előtt.) [Harangozó 98]

Feladat:

adjuk meg a sorozat K. T tulajdonságú elemét, ha van ilyen.

Specifikáció:

Be: N, K ∈ N, X ∈ H*, T: H → L

Ki: VAN ∈ L, SORSZ ∈ N

Ef: K ∈ [1, N]

Uf: VAN ⇔ (∑_{i=1}^N χ(T(x_i)) ≥ K) ∧

VAN ⇒ SORSZ ∈ [1, N] ∧ T(x_{sorsz}) ∧ ∑_{i=1}^{SORSZ} χ(T(x_i)) = K

Levezetés:

- Tételkombinációk azonosítása az elő- és utófeltétel alapján: *megszámolás + keresés*.
- A „megoldásfüggvény”:

(Van, SORSZ) := Keresés (N, X, i ∈ [1, N] : Megszámolás (i, X, T) ≥ K)

Az algoritmus 0. változatban (csak lényeg):

I := 1

Ciklus amíg I ≤ N **és nem** Megszámol (I, X) ≥ K

I := I + 1

Ciklus vége

VAN := (I ≤ N) ; **Ha** VAN **akkor** SORSZ := I

... és a „Megszámol” függvény:

Függvény Megszámol (Konstans J: Egész, X: HTömb) : Egész

...

DB := 0


```

Ciklus L=1-től J-ig
  Ha T(X(L)) akkor DB:=DB+1
Ciklus vége
Megszámol:=DB
Függvény vége.

```

Programtranszformációkkal „egyszerűsíthető” [Szlávi PrT]:

```

I:=0; DB:=0; VAN:=Hamis
Ciklus amíg I<N és nem VAN
  I:+1; DB:=Megszámol(I,X)
  VAN:=DB≥K
Ciklus vége
Ha VAN akkor SORSZ:=I

```

A „Megszámol” függvény „behelyettesítése” után kapjuk az „elvárt” megoldást.

```

I:=0; DB:=0; VAN:=Hamis
Ciklus amíg I<N és nem VAN
  I:+1; Ha T(X(I)) akkor DB:+1
  VAN:=DB≥K
Ciklus vége; Ha VAN akkor SORSZ:=I

```

2. algoritmus

Kódolás

A késznek vehető algoritmusból generáljuk ezután az adott programozási nyelvű kódot. Ahogy eddig is jó néhány sémát használtunk, semmi meglepő nincs abban, hogy most is ekként teszünk: *kódolási szabályok* mechanikus alkalmazásával kapjuk a kódot. Ebben a lépésben az inputnál kell adott esetben újból a *bemenet*-nél, illetőleg az *előfeltételeknél* előírtakat újból elővenni.

Tesztelés

A módszertani szempontból utolsóként érdekes lépéshez, a *tesztelés*hez is segítséget nyújt a specifikáció. Pontosabban a *fekete doboz* módszer szerintihez. A határesetek a *bemenet*- és az *előfeltétel*-részből lehet „generálni”, míg a legmagasabb szintű ekvivalencia-osztályok az *utófeltétel* alapján képezhető.

Modul- implementá- lások

Megjegyzés: ha az utófeltételben már komplexebb szerkezetek fölbukkannak, akkor értelemszerűen a fentiek kiegészülnek a megfelelő modulok (specifikáció-alapú) implementálásával.

5.3. Problémák

Ebben a fejezetben felsorolom azokat a problémákat, amelyek a gyakorlati (tehát nem „oktatástiszta” feladatok) feladatok megoldása során felvetődnek, s némelyikre könnyű megoldás nem ismert rá.

- Utófeltétel-partícionálás
 - Például a **2. algoritmus**ban:
 - Uf:
$$VAN \equiv \left(\sum_{i=1}^N \chi(T(x_i)) \geq K \right) \wedge$$
 - $$VAN \Rightarrow SORSZ \in [1, N] \wedge T(x_{sorsz}) \wedge \sum_{i=1}^{SORSZ} \chi(T(x_i)) = K$$
 - fölfedezni a *megszámolás* és a *keresés* tételt.
- Programtranszformációk mechanikus alkalmazása a hatékony algoritmus megtalálásához
- Futás közbeni feltétel ellenőrzések
 - Programozásnyelvi támogatások – C, Pascal preprocesszálás útján beszerkesztett invariánsok ki-, ill. bekapcsolása.
- Modulok helyességének ellenőrzése (axiómák és elő-utófeltételek „kompatibilitásának” ellenőrzése)
 - Egy-egy modul konkrét ellenőrzése cél Prológ program segítségével.

6. Konklúzió

Előadásomban szándékom szerint némi bepillantást nyújtottam a neumann-i programozási nyelveken történő programfejlesztés specifikáció-alapú módszereibe. Közülük egyről kicsit részletesebben is szóltam, azzal a szándékkal, hogy a specifikáció hasznos gyakorlati szerepét ecseteljem. Ez a módszer egyike azoknak, amely a programkészítés operációs és algebrai specifikációját együttesen alkalmazza.

7. Irodalomjegyzék

- [Varga 81] Varga L.: *Programok analízise és szintézise*. Akadémiai Kiadó, 1981
- [Horowitz 87] E. Horowitz: *Magasszintű programozási nyelvek*. Műszaki Könyvkiadó, 1987
- [Manna 81] Z. Manna: *Programozáselmélet*. Műszaki Könyvkiadó, 1981
- [Harangozó 98] Harangozó É., Szlávi P., Zsakó L.: *Joining Programming Theorems; a Practical Approach to Program Building*. Annales Univ. Sci., 1998
- [LNCS 61] *VDM – Meta language*. Springer-Verlag, 1978
- [LNCS 98] *Towards a Formal description of Ada*. Springer-Verlag, 1980
- [LNCS 428] D. Bjørner, C.A. Hoare, H. Langmaack (szerk.): *VDM'90, VDM and Z – Formal Methods in Software Development. Third International Symposium of VDM Europe Kiel*, Springer-Verlag, 1990
- [Verhoef] M., Verhoef: *VDM Frequently Asked Questions*. „marcel@dutct05.tudelft.nl”, „vdm-forum-request@mailbase.ac.uk”, 1995
- [Gehani 86] N. Gehani, A.D. McGettrick (szerk.): *Software Specification Techniques*. Addison-Wesley, 1986
- [Szlávi WWW] Szlávi P.: Programozási tételek szerepe a gyakorlati programozásban. <http://izzo.inf.elte.hu/~szlavi>, 1997
- [Szlávi PrT] Szlávi P.: Programtranszfotmációk. <http://izzo.inf.elte.hu/~szlavi>, 1997
- [Fitzgerald] J. Fitzgerald, G. Larsen: *Modelling Systems: Practical Tools and Techniques in Software Development*. Cambridge University Press, 1998

FÜGGELÉK

1. Helyességbizonyítás Hoare deduktív módszerével.

<p>Állítások: $\{p(x,y)\} B \{q(x,y)\}$ (p igaz B előtt, q B után.)</p> <p>Levezetési szabályok: $\frac{\alpha}{\beta}$ (α -- feltétel, β -- következmény; olvasd: „α-ból β levezethető”)</p> <p>Értékadás-axióma: $\{p(x,g(x,y))\} y \leftarrow g(x,y) \{p(x,y)\}$</p> <p>2. Feltételes szabályok: $\frac{\{p \wedge t\} B1 \{q\} \text{ és } \{p \wedge \neg t\} B2 \{q\}}{\{p\} \text{ if } t \text{ then } B1 \text{ else } B2 \{q\}}$</p> <p>...</p> <p>3. While-szabály: $\frac{\{p \wedge t\} B \{p\}}{\{p\} \text{ while } t \text{ do } B \{p \wedge \neg t\}}$</p> <p>4. Kompozíciós szabály: $\frac{\{p\} B1 \{q\} \text{ és } \{q\} B2 \{r\}}{\{p\} B1; B2 \{r\}}$</p> <p>5. Következmény szabályok: $\frac{\{p\} \supset \{q\} \text{ és } \{q\} B \{r\}}{\{p\} B \{r\}} \qquad \frac{\{p\} B \{q\} \text{ és } \{q\} \supset \{r\}}{\{p\} B \{r\}}$</p> <p>Értékadás-szabály: $\frac{\{p(x,y)\} \supset \{p(x, g(x,y))\}}{\{p(x,y)\} y \leftarrow g(x,y) \{p(x,y)\}}$</p>	
<p>$\{\varphi(X,N)\}$</p> <p>1 $i := 1$</p> <p>2 Ciklus amíg $i \leq N$ és nem $T(X(i))$</p> <p>3 $i := i + 1$</p> <p>4 Ciklus vége</p> <p>5 $\text{Van} := i \leq N$ $\{\psi(X,N,\text{Van})\}$</p> <p>$\varphi(X,N) : -$ -- az előfeltétel $\psi(X,N,\text{Van}) : \text{Van} \equiv \exists j \in [1,N] : T(x_j)$ -- az utófeltétel</p>	

1 $i:=1$	<p>Legyen $R(X,N,i) : i \in [1,N+1] \wedge \forall j \in [1,i] : \neg T(x_j)$</p> <p>1. lemma: $\varphi(X,N) \supset R(X,N,1)$ (triviális)</p> <p>Értékkadás-szabály 1-re és 1. lemma \Rightarrow</p> $\begin{array}{l} \{\varphi(X,N)\} \\ i := 1 \\ \{R(X,N,i)\} \end{array}$
3 $i:+1$	<p>2. lemma: $R(X,N,i) \wedge i \leq N \wedge \neg T(x_i) \supset R(X,N,i+1)$</p> <p>ui.: $(i \in [1,N+1] \wedge \forall j \in [1,i] : \neg T(x_j)) \wedge i \leq N \wedge \neg T(x_i)$ $\equiv (i \in [1,N+1] \wedge \forall j \in [1,i+1] : \neg T(x_j)) \wedge i \leq N$ $\supset R(X,N,i+1)$</p> <p>Értékkadás-szabály 3-ra és 2. lemma \Rightarrow</p> $\begin{array}{l} \{R(X,N,i) \wedge i \leq N \wedge \neg T(x_i)\} \\ i:+1 \\ \{R(X,N,i)\} \end{array} \quad (\text{azaz } R \text{ ciklusinvariáns})$
2 Ciklus ... 3 $i:+1$ 4 Ciklus vége	<p>While-szabály 2-4-re \Rightarrow</p> $\begin{array}{l} \{R(X,N,i)\} \\ \text{Ciklus amíg } i \leq N \text{ és nem } T(X(i)) \\ i:+1 \\ \text{Ciklus vége} \\ \{R(X,N,i) \wedge (i=N+1 \vee T(x_i))\} \end{array}$
1 $i:=1$ 2 Ciklus ... 3 $i:+1$ 4 Ciklus vége	<p>Kompozíciós szabály 1-4-re \Rightarrow</p> $\begin{array}{l} \{\varphi(X,N)\} \\ i := 1 \\ \text{Ciklus amíg } i \leq N \text{ és nem } T(X(i)) \\ i:+1 \\ \text{Ciklus vége} \\ \{R(X,N,i) \wedge (i=N+1 \vee T(x_i))\} \end{array}$
5 Van:=...	<p>3. lemma: $R(X,N,i) \wedge (i=N+1 \vee T(x_i)) \supset (\exists j \in [1,N] : T(x_j)) \equiv i \leq N$</p> <p>ui.: $(R(X,N,i) \wedge T(x_i)) \vee (R(X,N,i) \wedge i=N+1)$ <i>(sorrendcsere és disztributivitás)</i> $\equiv (i \in [1,N+1] \wedge \forall j \in [1,i] : \neg T(x_j) \wedge T(x_i))$ $\vee (i \in [1,N+1] \wedge \forall j \in [1,i] : \neg T(x_j) \wedge i=N+1)$ $\equiv (\dots)$ $\vee (i \in [1,N+1] \wedge i=N+1 \wedge \forall j \in [1,i] : \neg T(x_j))$ <i>(átrendezve)</i> $\supset (\exists i \in [1,N] : T(x_i))$ $\vee (i=N+1 \wedge \forall j \in [1,i] : \neg T(x_j))$ <i>(A,B egymást kizáróak: $A \oplus B \supset A \equiv \neg B$)</i> $\supset \exists i \in [1,N] : T(x_i) \equiv \neg(i=N+1 \wedge \forall j \in [1,i] : \neg T(x_j))$ <i>($A \wedge B \supset A$)</i> $\equiv \exists i \in [1,N] : T(x_i) \equiv \neg(i=N+1) \equiv i \leq N$</p>

1 i:=1
 2 **Ciklus ...**
 3 i:=i+1
 4 **Ciklus vége**
 5 Van:=...

<p>Értékkadás-szabály 5-re és 3. lemma \Rightarrow</p> $\{R(X,N,i) \wedge (i=N+1 \vee T(x_i))\}$ <p>Van := i \leq N</p> $\{(\exists j \in [1,N] : T(x_j)) \equiv \text{Van}\}$
<p>Kompozíciós szabály 1-5-re \Rightarrow</p> $\{\varphi(X,N)\}$ <p>i := 1</p> <p>Ciklus amíg i \leq N és nem T(X(i))</p> <p>i := i + 1</p> <p>Ciklus vége</p> <p>Van := i \leq N</p> $\{(\exists j \in [1,N] : T(x_j)) \equiv \text{Van}\}$ $\equiv \{\psi(X,N,\text{Van})\} \quad (\text{az ekvivalencia szimmetriája})$ <p>Ezzel a parciális helyességet láttuk be.</p>

2. Egy VDM-SL specifikációs példa [Fitzgerald].

A következő rövid példa a VDM zamatát igyekszik megízleltetni. Egy italárúsító automata nagyon absztrakt („idealizált”) specifikációját mutatja be: ez –egyelőre– nem specifikált fajtájú italokat kínál föl, a vásárló csak „korrekt” értéket dobhat be, kiválaszthat egy italt, majd az automata kiadja a választott italt és az –esetlegesen– visszajáró pénzt.

```

types
  Drink = token           -- egy még nem specifikált típus
  Money = N               -- természetes szám

state Vending-Machine-1 of
  BALANCE: Money          -- a bedobott pénz mennyisége
  PRICES: Drinkm→Money    -- az egyes italok ára
  inv  mk-Vending-Machine-1(-,p)  $\triangle \forall d:Drink \bullet d \in \mathbf{dom} p$ 
        -- minden italfajtának van ára;
        -- p jelenti az „árjegyzéket”
  init mk-Vending-Machine-1(b,-)  $\triangle b=0$ 
        -- kezdőállapot: nincs pénz bedobva;
        -- a b bedobott pénzt jelenti

operations
  INSERT-MONEY(cash:Money)
  -- a vásárló bedob valamennyi pénzt
  ext wr      BALANCE: Money
  -- a művelet megváltoztatja a BALANCE-t
  post BALANCE=BALANCE←+cash
  -- a művelet növeli a bedobott összeget
  GET-DRINK(choice:Drink) return:Drink×Money
  -- a vásárló választ italt,
  -- és kap italt meg visszajáró pénzt
  ext wr      BALANCE: Money
  -- a művelet megváltoztatja a BALANCE-t
  rd        PRICES: Drinkm→Money
  -- és olvassa az ártáblázatot
  pre BALANCE≥PRICES(choice)
  -- a művelet végrehajtásának feltétele
  post (BALANCE=0)  $\wedge$ 
        (return=mk-(choice, BALANCE←-PRICES(choice)))
  -- a művelet hatása: kiüríti a BALANCE-t,
  -- kiadja a kért italt és a visszajárót

```

Néhány magyarázatot fűzünk a fenti programhoz.

- A példa a legtipikusabb, ún. flat-VDM specifikációs példa.
- A Drink és a Money egy-egy típus.
- A „-” jellel bevezetett szöveg megjegyzés.
- A BALANCE és a PRICES a modell paraméterei, amelyek a teljes modellben elérhetők, tehát *globális* adatként viselkednek.
- A „PRICES: Drink^m→Money” paraméter egy véges leképezést definiál az italok és az árak között.
- Az „**inv** mk-Vending-Machine-1(-,p) $\triangle \forall d:Drink \bullet d \in \mathbf{dom} p$ ” egy mindig igaz, ún. invariáns állítást fogalmaz meg a modellben.
- Az „**init** mk-Vending-Machine-1(b,-) $\triangle b=0$ ” állítás a modell kezdőértékét határozza meg.

- Ez a két állítás egyben példa az ún. *explicit* függvénydefiniálásra. Erre utal a „ \triangle ” jel.
- Az INSERT-MONEY és a GET-DRINK a modell két művelete. Az utóbbi függvényszerűen használható. Ez a szignatúrájából olvasható ki: „GET-DRINK(choice:Drink) return:Drink×Money”.
- Az **ext**-tel bevezetett rész deklarálja, hogy a műveletek mely modell-paraméterre hogyan hatnak (**wr/rd**). Észrevehetünk itt némi redundanciát, hisz változatlanul meg kell ismételni a paramétermegadást. [1/134]
- A **post** és a **pre** részek az egyes műveletek utó- és előfeltételeit fogalmazzák meg egy-egy állítás formájában. Ezek *implicite* adják meg a kritériumot ahelyett, hogy pl. a kiszámítás módját rögzítenék.

