Eötvös Loránd Tudományegyetem
Informatikai Kar

Alkalmazott modul: Programozás

4. előadás

Procedurális programozás: iteratív és rekurzív alprogramok

Giachetta Roberto
groberto@inf.elte.hu
http://people.inf.elte.hu/groberto

Alprogramok
Iteráció

- *Elemenkénti feldolgozás*nak nevezzük azon algoritmusokat, amely a bemenetként megadott adatsorozat minden egyes elemére alkalmaznak egy adott műveletet

$i \coloneqq 1 \ldots n$
$f(a_i)$

  - pl. összegzés, lineáris keresés, maximumkeresés
  - az algoritmus magját ekkor egy ciklus adja, amely valamilyen sorrendben (szekvenciában) bejárja az adatsorozatot, ezt *iteráció*nak nevezzük
  - az iterációt végző alprogramokat nevezzük *iteratív alprogram*oknak

Alprogramok
Iteratív alprogramok

- Az iteráció sorrendjét az adatsorozat szerkezetének megfelelően a programozó adja meg
  - egyes adatsorozatok (pl. konzol képernyő) csak egyféleképpen, más mások többféleképpen is feldolgozhatóak
  - sokszor eleve a sorozat szerkezete sem szekvenciális
  - pl. mátrixok esetén két gyakori módszer:
    - *sorfolytonos* bejárás (a sorban vízszintesen feldolgozzuk az összes elemet, majd haladunk a következő sorra)
    - *oszlopfolytonos* bejárás (az oszlopban függőlegesen feldolgozzuk az összes elemet, majd haladunk a következő oszlopra)

Alprogramok
Iteratív alprogramok

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

sorfolytonos bejárás:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …

oszlopfolytonos bejárás:
1, 5, 9, 13, 2, 6, 10, 14, …

- mivel a mátrixok sor és oszlop szerint indexeltek, ezért a bejárás két futóindex szerint halad, vagyis két, egymásba ágyazott ciklussal

$i \coloneqq 1 \ldots n$
$j \coloneqq 1 \ldots n$
$f(m_{ij})$

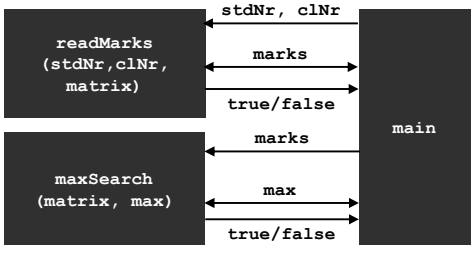
Alprogramok
Példa

Feladat: Mátrixban tároljuk egy osztály adatait, minden sora egy diák, minden oszlopa egy tantárgy, a mátrix értékei a jegyek. Adjuk meg a legjobb jegyet.

- maximumkeresést kell végeznünk a teljes mátrixra, az elemek maximumát keressük, ezt kihelyezzük egy alprogramba
- mivel újrafelhasználható alprogramot készítünk, fel kell készülnünk arra, hogy a mátrix üres, ezért feltételes maximumkeresést végzünk
- a mátrix feltöltését is elemenkénti feldolgozással végezzük, és sorfolytonosan haladunk
- a diákok és tárgyak számát bekérjük a főprogramban

Alprogramok
Példa

Tervezés:



Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
bool maxSearch(vector<vector<int> > matrix,
               int& max){
   // feltételes maximumkeresés

   bool l = false;
   // ha üres a mátrix, akkor hamissal térünk
   // vissza

   // maximumkeresés a teljes mátrixra
   for (int i = 0; i < matrix.size(); i++)
      for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++)
      {
```


Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
            if (!l) {
               l = true;
               max = matrix[i][j];
            }
            else {
               if (matrix[i][j] > max)
                  max = matrix[i][j];
            }
         }

   return l;
}
```


Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
int main(){
   int stdNr, clNr, max;
   vector<vector<int> > marks;

   cout << "Hallgatók száma: "; cin >> stdNr;
   cout << "Tantárgyak száma: "; cin >> clNr;

   if (!readMarks(stdNr, clNr, marks)){
      // beolvasás, amely lehet sikertelen
      cout << "A beolvasás sikertelen!" << endl;
      return 1;
   }
   // sikeres volt a beolvasás
```


Alprogramok
Példa

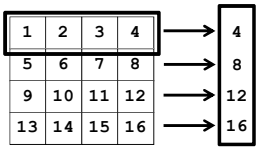
Megoldás:

```
   if (!maxSearch(marks, max)){
      // maximumkeresés, amely lehet sikertelen
      cout << "Nincsenek adatok!" << endl;
      return 2;
   }
   // sikeres maximumkeresés
   cout << "A legjobb jegy: " << max << endl;

   return 0;
}
```


Alprogramok
Iteratív alprogramok

- Az adatsorozatot nem csak egy, de több lépésben is feldolgozhatjuk
  - egyes részsorozatokat külön feldolgozunk, majd a kapott részeredményeket ismételten feldolgozhatjuk
  - pl. egy mátrix esetén külön végezhetünk maximumkeresést a sorokra, majd a sorok maximumára



Alprogramok
Iteratív alprogramok

- A részsorozatok feldolgozására és a részeredmények feldolgozására használhatunk külön programozási tételt
  - pl. ha a sorok átlagának maximumát akarjuk megállapítani, a sorokon összegzést, az átlagokon maximumkeresést végzünk
  - ekkor *beágyazzuk* az egyik tételt a másikba, és keletkezik egy *külső* és egy *belső programozási tétel*
  - ezeket a tételeket külön alprogramokba helyezhetjük, mindkét alprogram egyszerű ciklussal végez elemenkénti feldolgozást
  - a belső alprogram általában csak a megfelelő részsorozatot kapja meg, pl. mátrix egy sorát

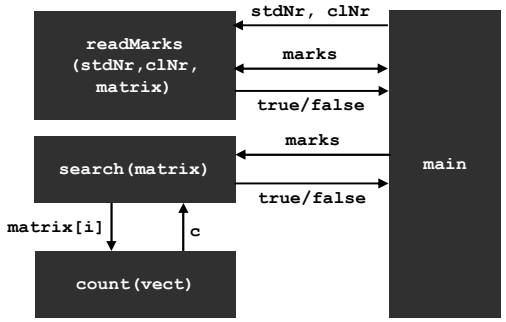
Alprogramok
Példa

Feladat: Mátrixban tároljuk egy osztály adatait, minden sora egy diák, minden oszlopa egy tantárgy, a mátrix értékei a jegyek. Adjuk meg, van-e olyan hallgató, akinek évet kell ismételnie (legalább három tárgyból bukott).

- egy számlálást kell végeznünk a hallgatókon (a mátrix sorai), amelynek feltétele a legalább három tárgyból bukás
- lineáris kereséssel megállapítjuk, hogy van-e olyan hallgató, akire a számlálás legalább hármat adott
- tehát egy lineáris keresésbe ágyazunk számlálást
- a lineáris keresés a mátrix sorain megy végig, míg a számlálás a sorokon belül dolgozik (tehát elég a mátrix sorát átadni paraméterként)

Alprogramok
Példa

Tervezés:



Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
int count(vector<int> vect)
{
   int c = 0; // számlálás tétele

   for (int i = 0; i < vect.size(); i++)
   {
      if (vect[i] == 1)
         c++;
   }

   return c;
}
```


Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
bool search(vector<vector<int> > matrix)
{
   // lineáris keresés
   bool l = false;

   for (int i = 0; i < matrix.size() && !l; i++)
   {
      l = (count(matrix[i]) >= 3);
      // átadjuk a mátrix egy sorát
   }

   return l;
}
```


Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
int main(){
   …
   if (!search(marks)) // keresés
   {
      cout << "Nincs évismétlő diák!" << endl;
   }
   else
   {
      cout << "Van évismétlő diák!" << endl;
   }

   return 0;
}
```


Alprogramok
Deklaráció és definíció szétválasztása

- Lehetőségünk van szétválasztani az alprogram *deklaráció*ját a *definíció*jától
  - a deklaráció tartalmazza az alprogram nevét, típusát, valamint paramétereinek típusát (a nevük nem kötelező):
    <típus> <név>(<paraméterek típusa>);
  - a definíció megegyezik magával az alprogrammal:
    <típus> <név>(<paraméterek>){ <utasítások> }
  - ezáltal átláthatóbbá tehető a programkód, pl.:

```
void func(int); // deklaráció a főprogram előtt
int main(){ … /* itt használhatjuk Func-t */ }

void func(int a){ … /* utasítások */ }
```

Alprogramok
Túlterhelés

- Lehetőségünk van ugyanolyan névvel különböző paraméterezésű alprogramok létrehozására, ezt az alprogram *túlterhelés*ének nevezzük
  - az alprogramok neve megegyezik, visszatérési típusa különbözhet, formális paramétereinek száma, vagy típusa kötelezően különböző kell, hogy legyen
  - a program az átadott aktuális paraméterek száma, illetve típusa függvényében dönti el, melyik túlterhelt változatot futtatja
  - akkor hasznos, ha ugyanazon tevékenységet különböző értékekkel, vagy befolyásoló tényezőkkel szeretnénk elvégezni

Alprogramok
Túlterhelés

- Pl.:

```
int max(int a, int b) { // két szám maximuma
   return a > b ? a : b;
}
string max(string a, string b) { // két szövegé
   return a.length() > b.length() ? a : b;
}
int max(int a, int b, int c) { // 3 szám maximuma
   return max(a, max(b, c));
}
int max(vector<int> v){ … } // egy vektor maximuma
…
x = max(10, 3, 8); // a 3. változatot hívja meg
y = max("hello", "world"); // ez a 2. változatot
```

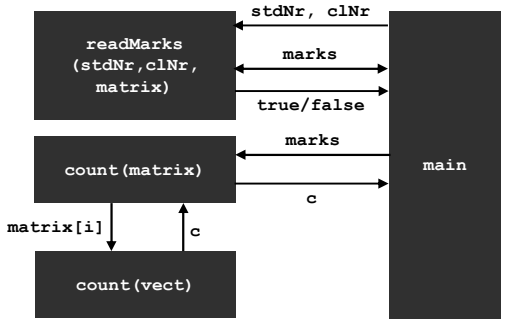

Alprogramok
Példa

Feladat: Mátrixban tároljuk egy osztály adatait, minden sora egy diák, minden oszlopa egy tantárgy, a mátrix értékei a jegyek. Adjuk meg, hány hallgatónak kell évet ismételnie (legalább három tárgyból bukott).

- egy számlálást kell végeznünk a hallgatókon (a mátrix sorai), amelynek feltétele a legalább három tárgyból bukás
- a bukások számát szintén számlálással tudjuk megadni, az előző számlálás eredményeiből kiindulva
- tehát egy számlálásba ágyazunk másik számlálást
- a két alprogramot nevezhetjük ugyanúgy, hiszen más a paraméterezésük, így túlterhelés lép életbe

Alprogramok
Példa

Tervezés:



Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
// alprogram deklarációk:
bool readMarks(int stdNr, int clNr,
               vector<vector<int> >& matrix);
int count(vector<int> vect);
    // túlterhelést használunk a count függvényre
int count(vector<vector<int> > matrix);

// főprogram:
int main()
{
   …
}
```


Alprogramok
Példa

Megoldás:

```
int count(vector<vector<int> > matrix){
   int c = 0;
   // számlálás tétele a teljes mátrixon

   for (int i = 0; i < matrix.size(); i++)
   {
      if (count(matrix[i]) >= 3)
         c++;
      // átadjuk a mátrix egy sorát
   }

   return c;
}
```

Alprogramok
Rekurzió

- Mivel alprogram hívhat másik alprogramot, az is engedélyezett, hogy meghívja saját magát, ezt *rekurzió*nak nevezzük, pl.:

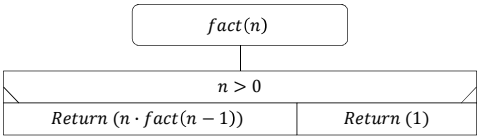
```
void func(…) { … func(…) … }
```

- Rekurzió esetén be kell tartanunk bizonyos szabályokat:
  - az alprogram lefutása nem vezethet minden esetben rekurzív híváshoz
  - az átadott paraméterek nem egyezhetnek meg a kapott paraméterekkel
  - a paramétereknek az átadáskor úgy kell változnia, hogy idővel befejeződjön a rekurzió

Alprogramok
Rekurzió

- Pl. a faktoriális számítás megadható az $n! = n \cdot (n-1)!$ képlettel
  - itt mindkét oldalon szerepel a faktoriális, így kifejezhető rekurzióval:

$$fact(n) = \begin{cases} n \cdot fact(n-1) & ha\ n > 0 \\ 1 & ha\ n = 0 \end{cases}$$



Alprogramok
Rekurzió

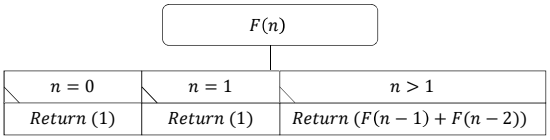
- itt teljesülnek a rekurzív függvény követelményei
  - egy rekurzív hívás van, elágazás után, amely a paramétert vizsgálja
  - a paraméter értéke minden lépésben csökken, idővel eléri a nem rekurzív ágat
- megvalósítás:

```
int fact(int n)
{
   if (n > 1)
      return n * fact(n - 1); // rekurzív hívás
   else
      return 1;
}
```


Alprogramok
Rekurzió

- Pl. a Fibonacci-számok esetén az előző kettő összegét vesszük, vagyis $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$
  - itt jobb oldalon kétszer is szerepel a bal oldali eredmény:

$$F(n) = \begin{cases} 0 & ha\ n = 0 \\ 1 & ha\ n = 1 \\ F(n-1) + F(n-2) & ha\ n > 1 \end{cases}$$



Alprogramok
Rekurzió

- megvalósítás:

```
int F(int n)
{
   if (n == 0)
      return 0;
   if (n == 1)
      return 1;
   // az elágazás elhanyagolható

   return F(n - 1) + F(n - 2);
      // rekurzív hívás
}
```


Alprogramok
Rekurzió

- A rekurzió lehet
  - *egyszeres*: egy rekurzív hívás történik, pl. elemenkénti feldolgozások esetén (faktoriális)
  - *többszörös*: több rekurzív hívás történik, pl. Fibonacci-számok, elágazó adatszerkezetek bejárása (fa, gráfok)
- Sok feladatra iteratív és rekurzív megoldás is adható, azonban hatékonyságuk különbözhet
  - pl. a Fibonacci számok esetén a rekurzív változat a köztes értékeket többször is kiszámítja:
    $F(n) = F(n-1) + F(n-2) =$
    $F(n-2) + F(n-3) + F(n-2) = \cdots$

Alprogramok
Rekurzió átalakítása iterációra

- Elemenkénti feldolgozás esetén a rekurzió könnyen átfogalmazható iteratívra
  - az iteratív ciklus léptetése megfelel a rekurzív hívásnak
  - pl. a faktoriális iteratív megfogalmazása (összegzéssel):

$$fact(n) = \prod_{i=1}^{n} i$$

$s \coloneqq 1, i \coloneqq 1$
$i \leq n$
$s \coloneqq s \cdot i$
$i \coloneqq i + 1$

Alprogramok
Rekurzió átalakítása iterációra

- A rekurzív alprogramok iteratív átalakítására szolgál a *rekurzív függvények kibontásának* programozási tétele
  - lényege, hogy az értékeket iteratívan számoljuk, a korábban kiszámolt értékeket pedig ne számoljuk ki újra, hanem tároljuk el, és léptessük az értékeket
  - pl. a Fibonacci számítás iteratív megfogalmazása:

$f \coloneqq 1, x \coloneqq 0, i \coloneqq 2$
$i \leq n$
$y \coloneqq f + x, x \coloneqq f, f \coloneqq y$
$i \coloneqq i + 1$

Alprogramok
Rekurzió átalakítása iterációra

- megvalósítás:

```
int F(int n){
   int f = 1, x = 0; // inicializálás
   for (int i = 2; i <= n; i++)
   {
      int y = f + x;
         // a következő érték számítása
      x = f; // értékek léptetése
      f = y;
   }
   return f; // eredmény
}
```


Alprogramok
Rekurzió átalakítása iterációra

- működése: