

A satellite is shown in space, with a view of Earth's surface. The satellite has several rectangular panels and a circular component. The background is a light blue and white gradient representing the Earth's atmosphere and surface.

**Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Informatikai Kar**

# **Térinformatikai és távérzékelési alkalmazások fejlesztése**

---

## **Távérzékelte felvételek feldolgozása**

---

**© 2016 Giachetta Roberto**  
**groberto@inf.elte.hu**  
**<http://people.inf.elte.hu/groberto>**

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Műveletek csoportosítása

---

- A térinformatikai műveleteknek számos feladata
  - alapvető *térbeli műveletek* szabványosítottak (SFA)
    - általában a topológiai térben hajtódnak végre
  - távérzékelte felvételek feldolgozása során nem csak térbeli, de *spektrális (intenzitás) műveleteket* is végezhetünk
    - a térbeli műveletek esetén magát a képi tartalmat kell transzformálnunk
- A műveletek az eredmény képzése szempontjából lehetnek helyben dolgozó (*in-place*), vagy külön adathalmazba dolgozó műveletek (*out-place*)
  - a helyben feldolgozás nem minden esetben oldható meg

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Műveletek munkaterülete

---

- A raszteres műveletek csoportosíthatóak munkaterület (workspace) alapján:
  - *lokális*: egy képpontból egy képpontot állít elő
  - *fokális*: képpontok (adott sugarú) csoportjából egy képpontot állít elő
  - *regionális*: (szomszédos) képpontok csoportjából képpontok csoportját állítja elő
  - *globális*: munkaterülete a teljes kép (vagy a képi statisztika), amelyből a teljes eredményképet állítja elő
- A műveletek kapcsán megkülönböztethetjük még az egy sávon, illetve több sávon dolgozó algoritmusokat

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Műveletek munkaterülete

---

- A munkaterület az algoritmusok párhuzamosítása során játszik szerepet
  - sok esetben a műveletek párhuzamosíthatóak a konkrét algoritmus ismerete nélkül, munkaterület alapján
  - lokális és fokális műveletek bármely képpontra párhuzamosíthatóak
  - regionális esetben a művelet párhuzamosítható (egymást átfedő tartományokra), de a keletkezett információkat össze kell futtatni (pl. átfedő területek újrafeldolgozása)
  - globális esetben általában egyedi megközelítés szükséges

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk

---

- Távérzékelte felvételek feldolgozásánál az előfeldolgozás és az utófeldolgozás során is szükséges lehet geometriai transzformációk végrehajtása
  - az előfeldolgozás során egyrészt geometriai hibák korrigálására, másrészt vetületi rendszerbe való transzformációra szolgálnak
  - a geometriai hibák forrásai:
    - a föld elhajlása és forgása a felvételezés közben
    - a szenzor véges pásztázási sebessége és nagy lefedett területe, szenzorhibák
    - a felvételező magassági, sebességi és pontossági eltérései

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk

- A geometriai transzformációk legegyszerűbb csoportja a *lineáris*, vagy *affin transzformációk*:
  - lineáris leképezések segítségével hajthatóak végre, azaz az  $x \mapsto Ax + b$  hozzárendeléssel, ahol  $A$  a transzformációs mátrix,  $b$  az eltolási vektor
  - a kifejezés megadható mátrixtranszformációs alakban is (a  $b$  vektor elhanyagolható, ha nincs eltolás):

$$\begin{bmatrix} \vec{u} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \vec{b} \\ 0, \dots, 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{x} \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk

---

- elforgatás órajárással ellentétesen:

$$\begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}, \text{ ahol } \Theta \text{ az elforgatás szöge}$$

- átméretezés (skálázás):

$$\begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}, \text{ ahol } s_x \text{ a vízszintes, } s_y \text{ a függőleges mérték}$$

- ferdtítés (nyírás) a vízszintes tengelyre:

$$\begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ahol } k \text{ az eltolás mértéke}$$

- ferdtítés (nyírás) a függőleges tengelyre:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{bmatrix}, \text{ ahol } k \text{ az eltolás mértéke}$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk

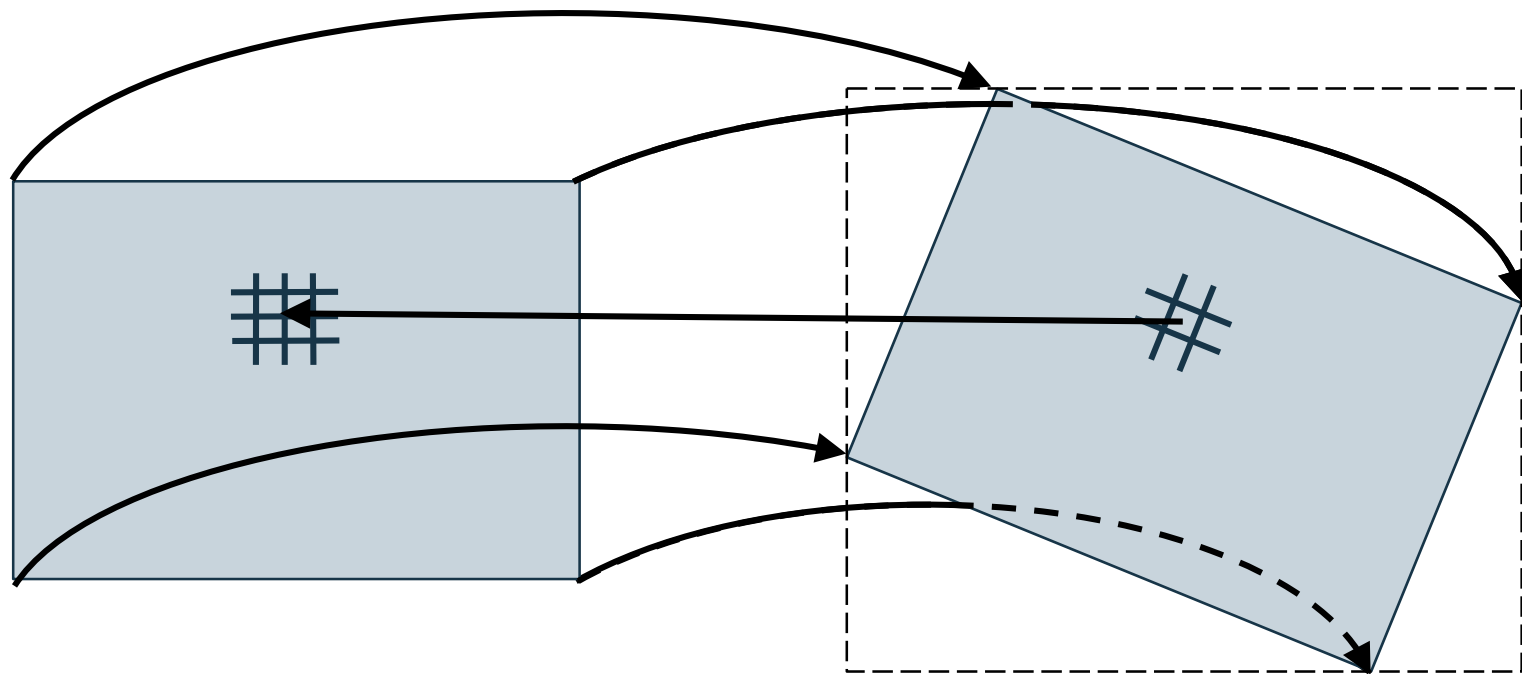
---

- A felvétel transzformációja több lépésben történik:
  1. transzformációs mátrix kiszámítása
  2. eredménykép méretének meghatározása a sarokpontok transzformációjával
  3. inverz transzformációs mátrix meghatározása
  4. eredménykép valamennyi képpontjához tartozó képpont(ok) meghatározása az inverz transzformációval, ez a *mintavételezés*
- A forráspont meghatározásakor a transzformáció nem garantált, hogy egész koordinátaértéket ad, ebben az esetben *interpolációt* kell végeznünk



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk

---

- Pl. tegyük fel, hogy egy Landsat műholdfelvételt készítünk Sydney városáról, ekkor a következő geometriai korrekciókat kell végeznünk:
  - a műhold szkennereinek felvételező sajátossága miatt a függőleges felbontás 79 m-ről 56 m-re csökken a pásztázáskor, így függőleges  $(\frac{79}{56} = 1.411\text{-szeres})$  átméretezésre van szükség
  - a föld forgása miatt (0.056-os mértékű) vízszintes ferdtést alkalmazunk
  - a műhold 9°-os eltéréssel felvételez az északi-déli tájoláshoz képest, ezt forgatással korrigáljuk

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk

- a föld elhajlás vízszintes átméretezéssel korrigálható a  $\tan \Theta / \Theta$  képlettel, ahol  $\Theta$  a felvételkészítés szöge, ez megadható a vízszintes távolság ( $x$ ), illetve a magasság ( $h$ ) függvényében is:

$$\begin{bmatrix} \tan \Theta / \Theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h}{x} \tan^{-1} \left( \frac{h}{x} \right) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- mivel a leképezést invertáljuk, ezért előbb kombináljuk a transzformációkat, majd inverzet számunk, pl. az

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.056 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1.411 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ invertálva az}$$

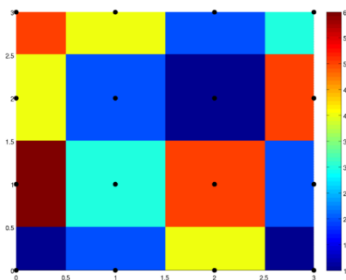
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.056 \\ 0 & 0.709 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \text{ leképezést adja}$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

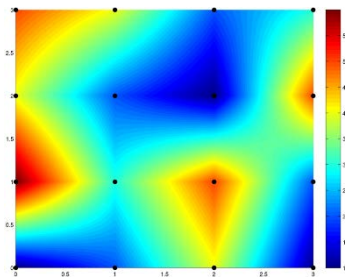
## Geometriai transzformációk

- Az interpolációs technikák figyelembe vehetik egy adott képpont rögzített környezetét (nem adatív), illetve tartalomfüggő környezetét (adatív)

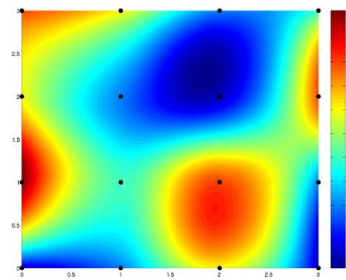
- pl.:



lineáris (1)



kettős lineáris (2)



kettős köbös (4)

- nemkívánatos hatások: pixelesedés (aliasing), elmosódás, túlképzés (overshoot, edge halo)
- összetettebb transzformációk komplexebb interpolációkat követelnek meg (*spline*, *Lanczos*)

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

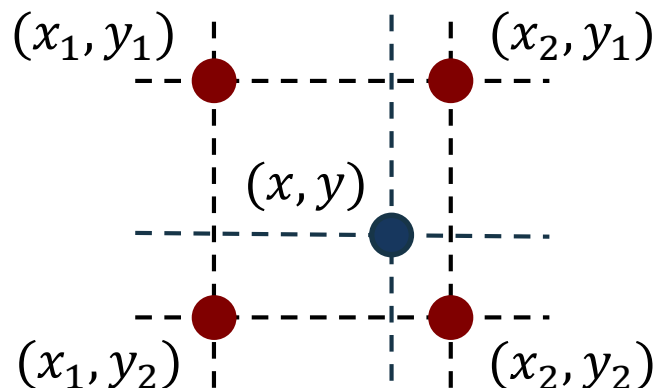
## Geometriai transzformációk

- a kettős lineáris (*bilinear*) interpoláció:

$$I'(x, y_1) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} I(x_1, y_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} I(x_2, y_1)$$

$$I'(x, y_2) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} I(x_1, y_2) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} I(x_2, y_2)$$

$$I'(x, y) = \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} I'(x, y_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} I'(x, y_2)$$



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Geometriai transzformációk

- a *Lanczos* interpoláció:

$$I'(x, y) = \sum_{v=\lfloor y \rfloor - a + 1}^{\lfloor y \rfloor + a} \left[ \sum_{u=\lfloor x \rfloor - a + 1}^{\lfloor x \rfloor + a} [I(u, v) \cdot L_a(x - u, y - v)] \right]$$

ahol:

$a$  az interpolációs sugár,

$L_a(x, y) = L_a(x) \cdot L_a(y)$  a 2D Lanczos kernel,

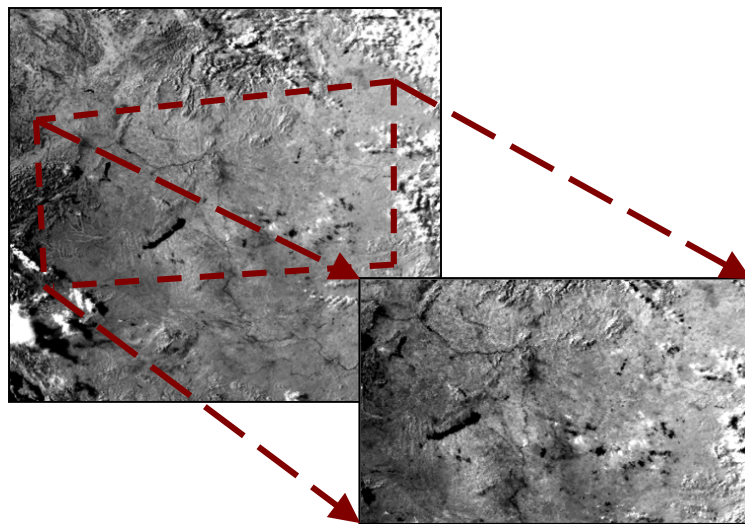
$$L_a(x) = \begin{cases} \operatorname{sinc}(x) \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) & \text{ha } -a < x < a \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

az 1D Lanczos kernel,  $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Georeferálás

- A távérzékelte felvételek kezdetben csak képi koordinátákkal rendelkeznek, ehhez társíthatóak a földrajzi koordináták
  - a képi koordinátarendszer megfeleltetését a földrajzi koordinátarendszernek *georeferálás*nak nevezzük
  - a földfelszíni koordinátákat kontrollpontok segítségével társíthatjuk a képhez
  - a kontrollpontokat olyan pozíciókra definiáljuk, amelyeknek ismert a földrajzi koordinátája



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Georeferálás

---

- A képi koordináta  $(x, y)$  és a földrajzi koordináta  $(u, v)$  megfeleltetése esetén a transzformációs mátrixot számítanunk kell
  - ennek közelítő megoldását adjuk meg interpolációs polinom formájában:  $(x, y) = F(u, v)$ , ahol  $F$  adott fokszámú polinom, amelynek az együtthatóit kell meghatároznunk
  - a leképezést felbontjuk vízszintes és függőleges irányra, és külön számoljuk a leképezést:  $x = F_x(u, v)$ ,  $y = F_y(u, v)$
  - a polinom fokszáma meghatározza, minimum hány kontrollpont szükséges a leképezéshez (pl. másodfokú polinom esetén 3, harmadfokú esetén 6, ...), általában a harmadfokú közelítés elég pontos



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Georeferálás

- pl. a másodfokú transzformáció vízszintes leképezése leírható  $A\vec{c} = \vec{x}$  alakban  $n$  kontrollpontra, ahol

$$A = \begin{bmatrix} 1 & u_1 & v_1 & u_1^2 & v_1^2 & u_1 v_1 \\ & & & \vdots & & \\ 1 & u_n & v_n & u_n^2 & v_n^2 & u_n v_n \end{bmatrix}, \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \text{ és}$$

$\vec{c} = [c_1 \quad \dots \quad c_6]$  a keresett együtthatók, az egyenlet megoldható Gauss-eliminációval, LU felbontással, bázis transzformációval, ...

- számíthatunk (másodfokú) interpolációs hibát:

$$\sum_{i=1}^n \left[ (F_x(u_i, v_i) - x_i)^2 + (F_y(u_i, v_i) - y_i)^2 \right]$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

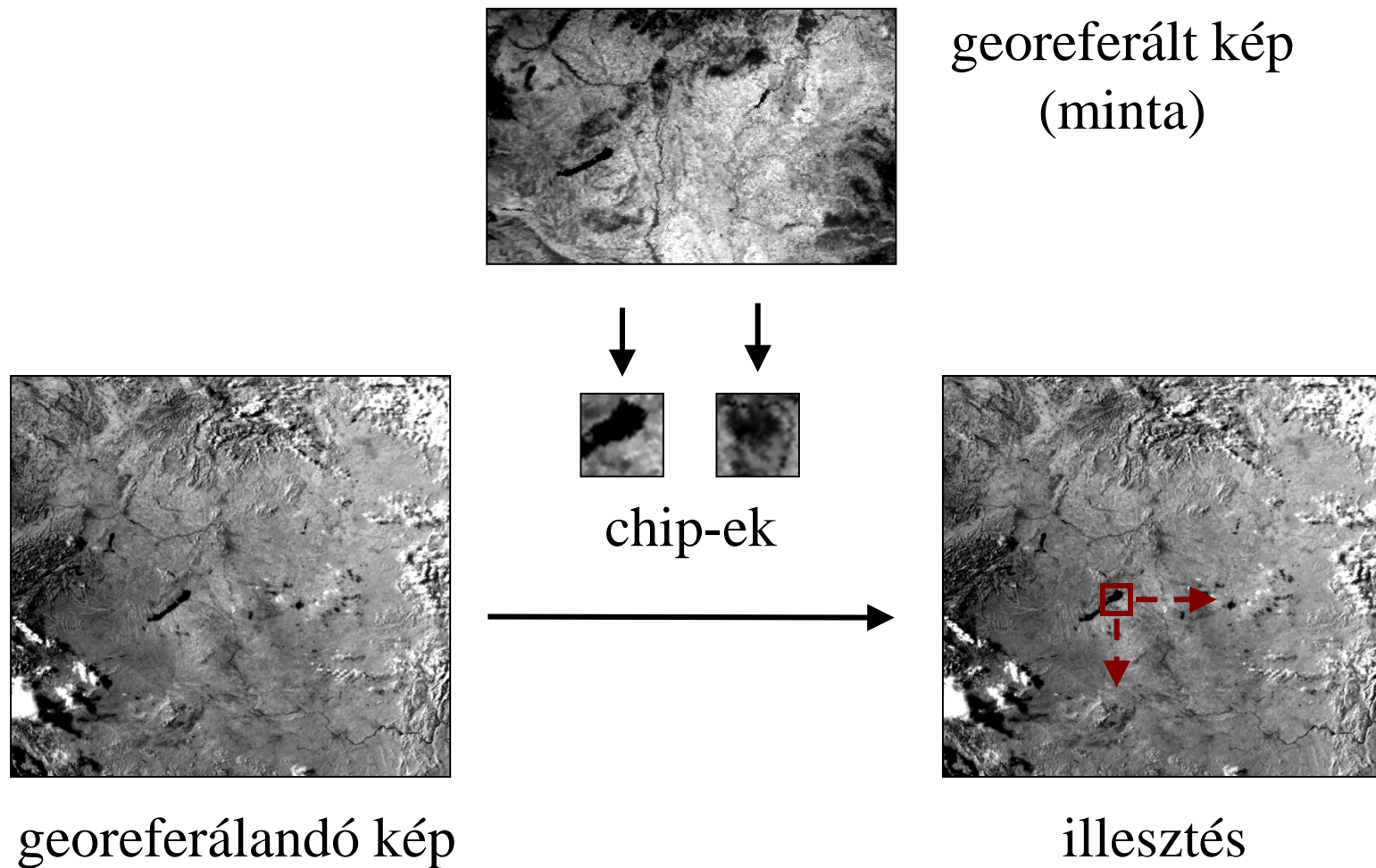
## Georeferálás

---

- Amennyiben nem definiálhatóak kontrollpontok, használhatunk a területet (részben) lefedő georeferált felvételeket
  - a kontrollpontokat mintaillesztéssel választjuk ki a két felvételen megfelelő részképek illeszkedésének keresésével (*chip-matching*)
  - a részképeket (chip-eket) úgy választjuk ki, hogy jól differenciált képrészeket tartalmazzanak (pl. szórás alapján)
  - a részképeket végigfuttatjuk a georeferálandó felvételen, a legjobb illeszkedési pontokat választjuk ki kontrollpontnak
  - mivel nagyobb a tévedés esélye, érdemes sok kontrollpontot használni, és kiválogatni a legjobbakat

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Georeferálás



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Spektrális műveletek

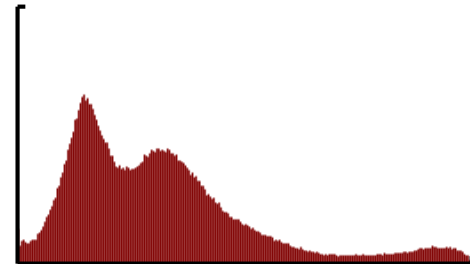
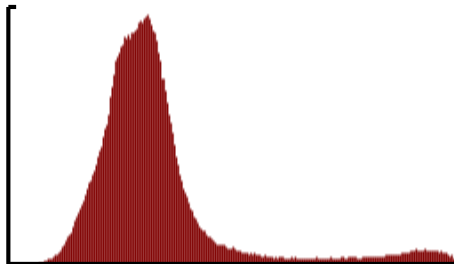
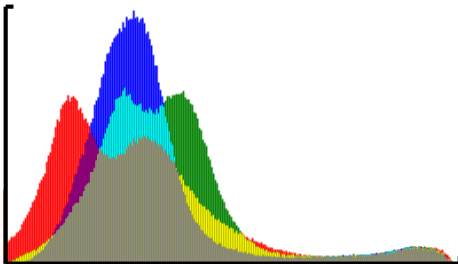
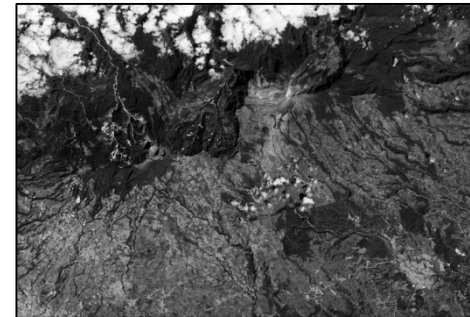
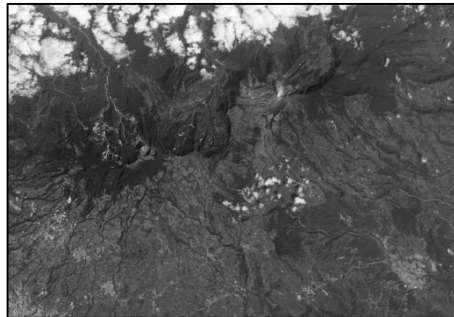
- Spektrális műveletek során a kép intenzitásértékeit módosítjuk, amelyhez alapvető információ a kép *spektrális*, illetve *radiometriai felbontása*
  - a spektrális felbontás megadja, a képi spektrum (10 nm és 300  $\mu\text{m}$  hullámhossz között) mely tartományaiban tárol információkat
  - a radiometriai meghatározza, hogy az intenzitás milyen tartomány értékeit veheti fel
    - pl.: 8 bites felbontás esetén  $2^8 = 256$  érték lehet
    - lehetőség van a felbontás megváltoztatására az eredeti ( $R$ ) és az új felbontás ( $R'$ ) figyelembevételével:

$$I'(x, y) = I(x, y) \cdot 2^{R'-R}$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Hisztogram

- Alapvető raszteres képi statisztika a *képi hisztogram*, amely a radiometriai felbontásnak megfelelő skálán megadja, mely intenzitásértékekből mennyi található az adott spektrumtartományban



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Hisztogramműveletek

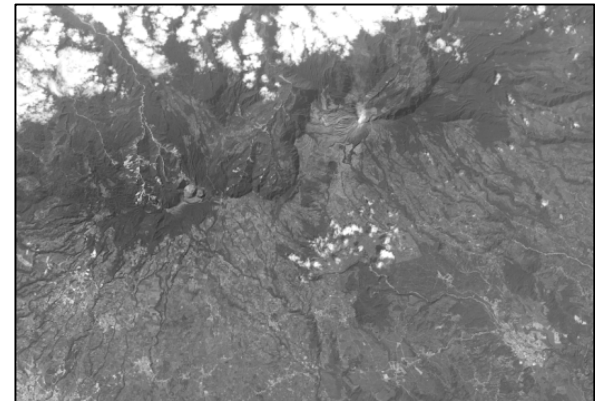
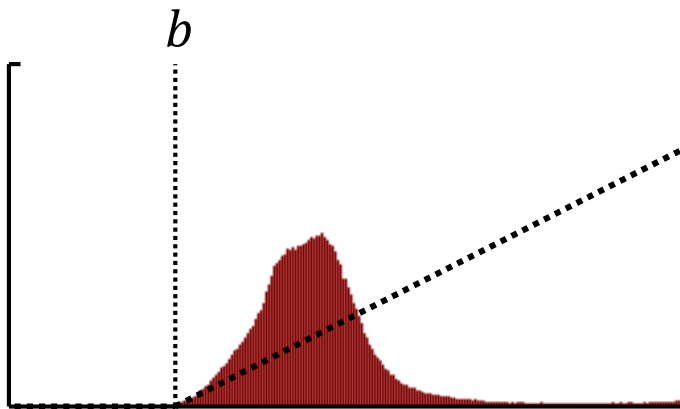
---

- A leggyakoribb intenzitás transzformációk a távérzékelésben:
  - *kontrasztfokozás (contrast enhancement)*: a pontok intenzitás-értékei közötti különbségek növelése, főleg a képi hisztogram alapján
  - *küszöbölés (thresholding)*: fekete-fehér kép előállítása egy adott küszöbnél történő szétválasztással
  - *szomszédsági, vagy konvolúciós műveletek (neighbourhood operations)*: egy adott méretű konvolúciós mátrixsal való lineáris átképzése a képpontoknak
- A végrehajtás során mindig az intenzitástartományban kell maradnunk ( $0 \dots 2^R - 1$ ), ezért a túlfutó értékeket megvágjuk

# Távérzékelte felvételek feldolgoása

## Hisztogramműveletek

- *Függvény által definiált leképezés*: az intenzitásértékeket a megadott függvény szerint képezzük le az új tartományba
  - lineáris leképezés:  $I'(x, y) = aI(x, y) + b$
  - logaritmikus és exponenciális leképezés



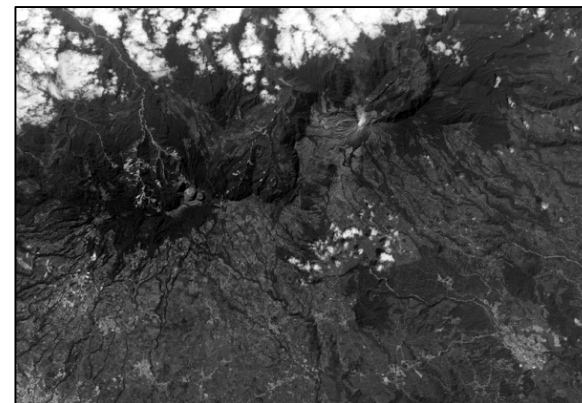
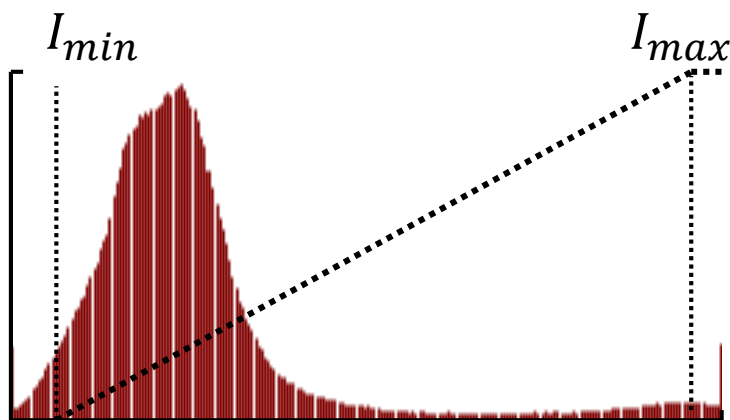
- *Pontenkénti leképezés*: kontrollpontok segítségével adjuk meg a leképezést, közöttük lineáris átmenetet alkalmazunk

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Hisztogramműveletek

- *Hisztogram széthúzás (saturating linear enhancement):* a hisztogram tartományát étképezzük a teljes tartományra (lehetővé teszi, hogy a kép a lehető legkontrasztosabb legyen információveszteség nélkül)

$$I'(x, y) = \frac{I(x, y) - I_{min}}{I_{max} - I_{min}} \cdot 2^R$$



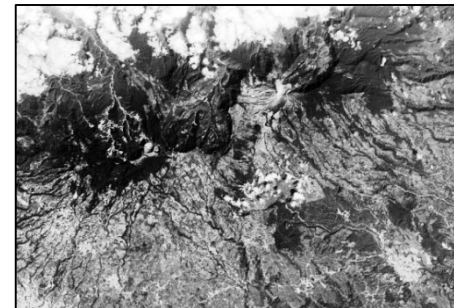
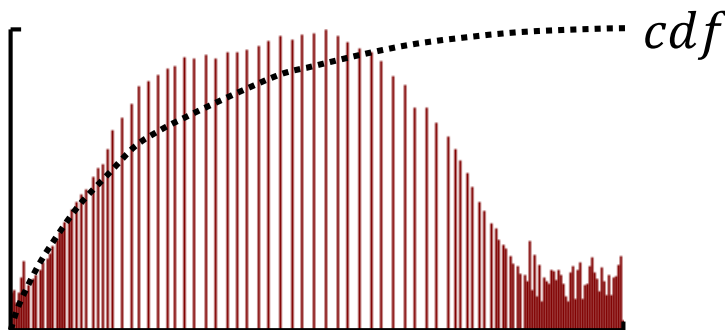


# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Hisztogramműveletek

- *Hisztogram kiegyenlítés:* a hisztogram széthúzása oly módon, hogy a sűrűbb területek nagyobb tartományt öleljenek át
  - ehhez szükségünk van a hisztogram kumulatív eloszlásfüggvényére (*cdf*):  $cdf(x) = \sum_{i=0}^x \frac{h(i)}{N}$
  - ez alapján számolható a leképezés:

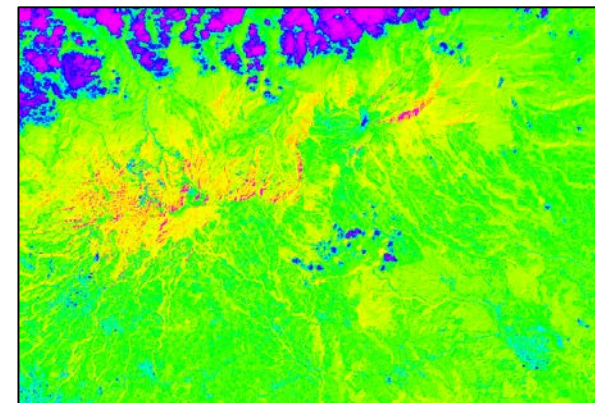
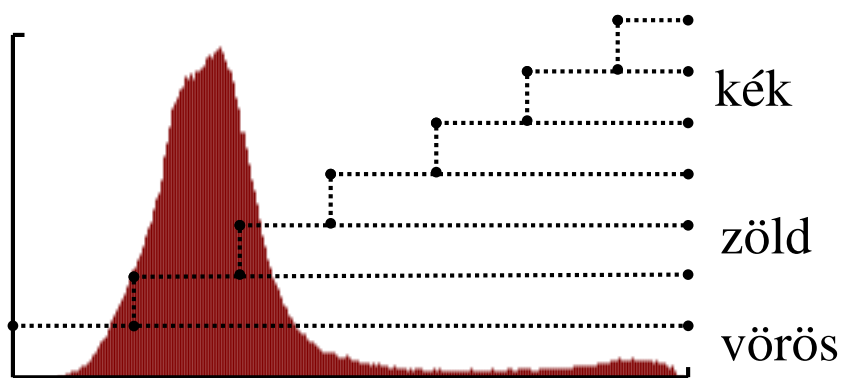
$$I'(x, y) = \frac{cdf(I(x, y)) - cdf(I_{min})}{cdf(I_{max}) - cdf(I_{min})} \cdot 2^R$$



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Hisztogramműveletek

- *Sűrűség szeletelés (density slicing)*: adott tartományok egy értékre való leképezése, ami történhet
  - *fekete-fehér tartományba*, ekkor lényegében egy diszkrét kontrollpontos leképezést definiálunk
  - *színes tartományba*, ha az egyes tartományokhoz színértékeket rendelünk, ekkor kapjuk az úgynevezett *pszeudoszínezett* képet



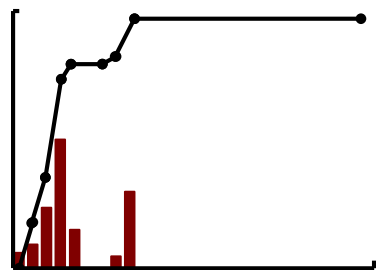
# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Hisztogramműveletek

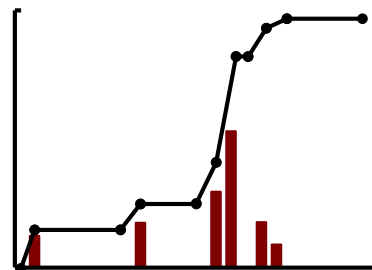
- *Hisztogram illesztés*: a hisztogramértékek illesztése egy másik (referencia) hisztogramhoz
  - olyan leképező függvényt ( $M$ ) kell keresnünk, amelyre a kumulatív eloszlásfüggvény értékei egyeznek, tehát ha

$$cdf_I(i_I) = cdf_{ref}(i_{ref}), \text{ akkor } M(i_I) = i_{ref}$$

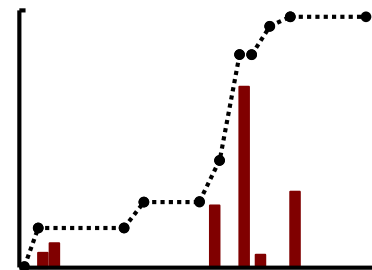
- például akkor hasznos, ha egy felvételt geometriailag illeszteni szeretnénk további felvételekhez



forrás



referencia



eredmény

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

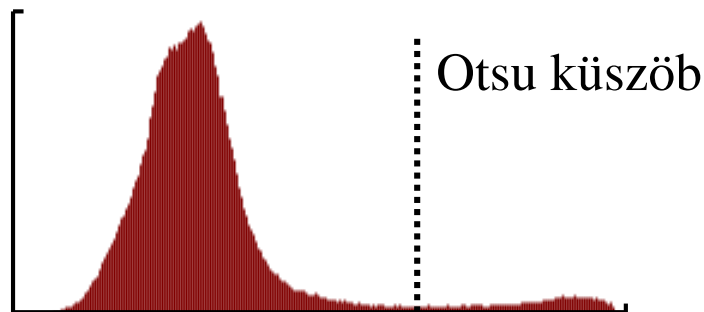
## Hisztogramműveletek

- A *küszöbölés* során egy adott küszöbérték segítségével választjuk szét az intenzitásértékeket két osztályra
- A küszöbölés speciális változata az *Otsu küszöbölés*, ahol az osztályon belüli varianciát ( $\sigma_w^2$ ) minimálisra vesszük:

$$\min_t \sigma_w^2(t) = \min_t [\omega_1(t)\sigma_1^2(t) + \omega_2(t)\sigma_2^2(t)]$$

- ehelyett az osztályok közötti varianciát maximalizáljuk:

$$\max_t \sigma_B^2(t) = \omega_1(t)\omega_2(t)[\mu_1(t) - \mu_2(t)]^2$$

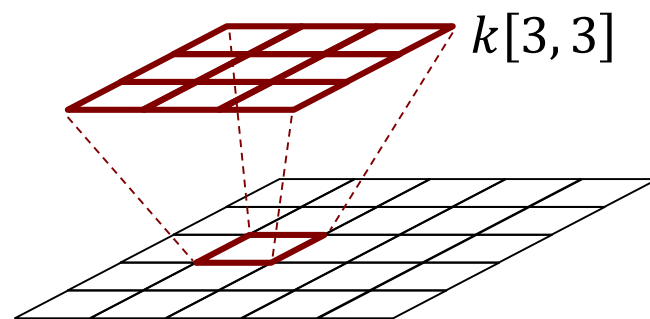


# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

- A szomszédsági, vagy konvolúciós szűrések során egy adott pixel értékét befolyásoljuk a szomszéd pixelek értékei alapján

- ehhez szükségünk van egy *konvolúciós mátrixra (kernel)*, amely megadja, milyen mértékben vesszük figyelembe a szomszédos képpontokat



- a mátrix alatt a középső értéket transzformáljuk
- a kernel mérete mindig páratlan ( $k[2n - 1, 2n - 1]$ ,  $n > 1$ ), és a mátrix értékei mellett tartalmazhat egy osztótényezőt ( $d$ , ált.  $d = (2n - 1)^2$ ), valamint egy additív tényezőt ( $a$ , ált.  $a = 0$ )

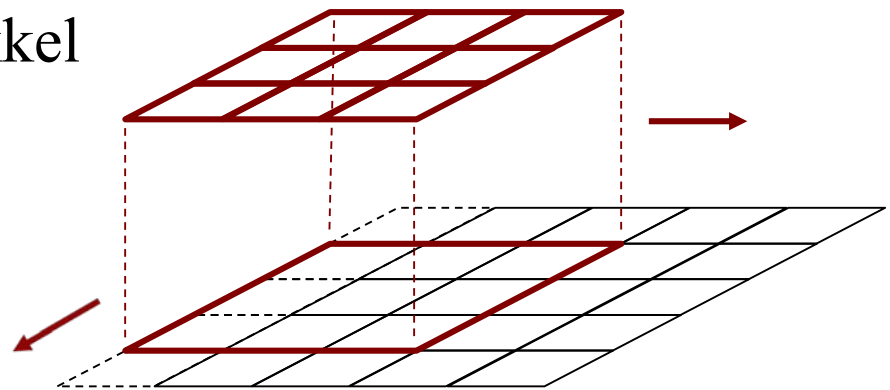
# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

- a művelet során mindig a kernel alatti középső képpont intenzitásértékét befolyásolja a szomszédos értékek alapján:

$$I'(x, y) = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^{2n-1} \sum_{j=1}^{2n-1} I(x - n + i, y - n + j) \cdot t[i, j] + a$$

- a konvolúciós mátrixot lineárisan lefuttatjuk minden képpont felett, a képszélek mentén a szélső értékekkel kiterjesztjük a képet



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

- *Élsimítás, homályosítás (smoothing, low pass filtering):* részletek és képzaj eltüntetésére

- *lineáris simítás:* az értékek átlagát vesszük

$$I'(x, y) = \frac{1}{(2n-1)^2} \sum_{i=1}^{2n-1} \sum_{j=1}^{2n-1} I(x-n+i, y-n+j)$$

- *medián simítás:* a kernel alatti értékek mediánját vesszük, jobban megtartja az éleket, és jobban eltünteti a képzajt
- *Gauss simítás:* az értékeket normális eloszlással (Gauss függvénnel) simítjuk:

$$t(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

- a szűrők paraméterezhetőek egy  $w$  középérték súlytényezővel:

$$\frac{1}{w+8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

lineáris simítás

$$\frac{1}{w+12} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & w & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Gauss simítás

- *Élesítés (sharpening, high-pass filtering):*
  - általában simítás alapján hozzuk létre, a simított kép és az eredeti kép különbségét hozzáadjuk az eredeti képhez
  - két bevett formája a középérték eltávolítás (*mean removal*), illetve a élesítő maszkolás (*unsharp masking*)



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

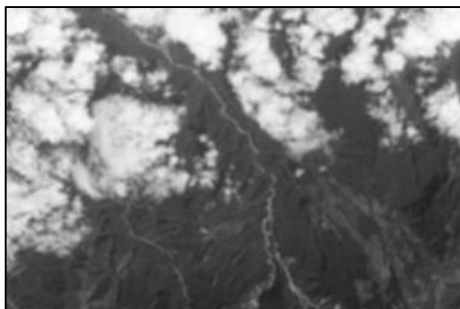
## Konvolúciós szűrések

$$\frac{1}{w-8} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & w & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

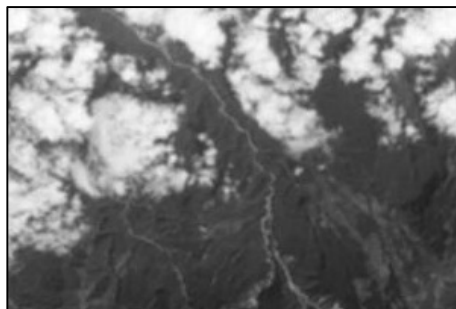
közéérték eltávolítás

$$\frac{1}{w-8} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & w & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

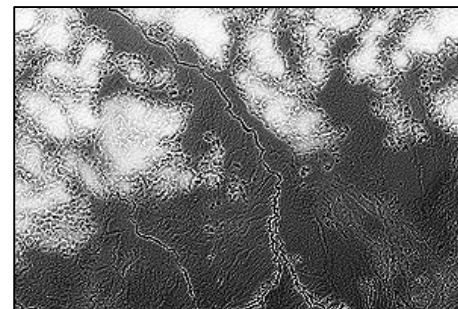
élesítő maszkolás



lineáris simítás



Gauss simítás



élesítő  
maszkolás

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

- *Éldetektálás (edge detection)*: a nagy kontrasztkülönbségű szomszédos területek kiemelésére
  - *lineáris éldetektálás*: az értékek inverzét vesszük figyelembe egyik, illetve másik oldalon
  - így az adott irányba eső kontrasztátmeneteket detektálhatjuk, ezért többször kell alkalmaznunk a kernelt más irányokkal, az eredményt pedig összegezzük

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

horizontális detektálás

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

diagonális detektálás

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

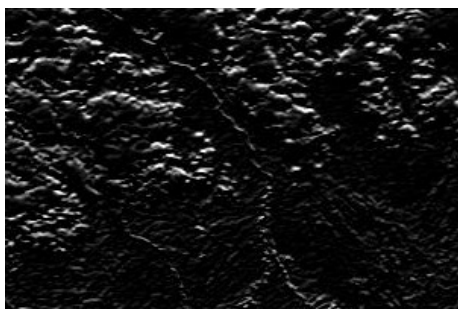
- vannak több irányba egyszerre működő éldetektálók is (kevésbé hatékonyak, de kisebb a műveletigényük):

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

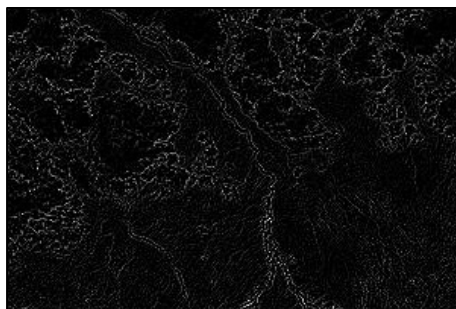
Laplace kernel

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} + 2^{R-1}$$

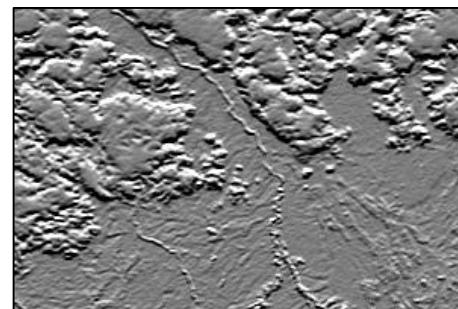
Emboss kernel



lineáris



Laplace



Emboss

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

- vannak kétszeres futtatással alkalmazható éldetektálók is

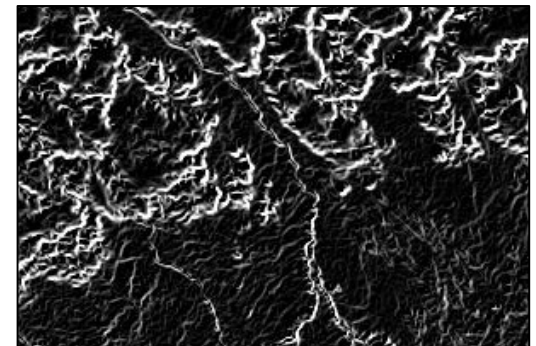
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

Sobell

Prewitt

Kirsh

- először vertikálisan, majd horizontálisan futtatjuk a leképezést, a keletkezett képeket átlagoljuk
- jobb eredményt biztosít, mint az egyszer futtatott éldetektálók, de nem igényel annyi végrehajtást, mint a lineáris éldetektálás



Prewitt

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Konvolúciós szűrések

- az éldetektálás elvégezhető nagymértékű élesítés segítségével is
- az éldeketálás segítségével lehet előzetes intenzitás transzformációk elvégzése, pl. Gauss simítás után tisztább éleket kapunk
- *Vonaldetektálás (line detection)*: vonalszerű alakzatok felismerésére, lényegében olyan éldetektálás, ahol közvetlenül szomszédos éleket szeretnénk felismerni

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} + 2^{R-1}$$

horizontális detektálás

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} + 2^{R-1}$$

diagonális detektálás

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Légköri reflektancia

---

- A távérzékelte felvételekre számolható reflektancia, amely a földet érő sugárzás, és a föld által visszavert sugárzás aránya
  - amennyiben az érzékelő a légkör felett van (műhold), számolható a *légköri reflektancia (top of atmosphere reflectance)*
    - magában foglalja a felhők és gázok által kibocsájtott sugárzást
    - számításának módja érzékelőnként, illetve az érzékelés időpontjával változik
  - számítható *földfelszíni reflektancia (surface reflectance)*, amelyet a légköri jelenségek nem befolyásolnak
    - adott modellek alapján

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

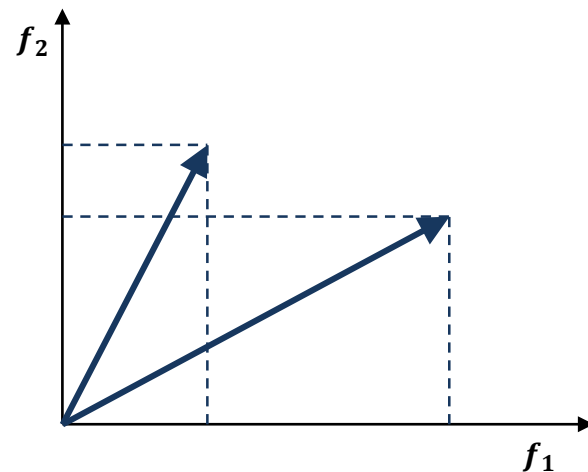
## Spektrális indexek

- A spektrális indexek olyan spektrális tartományok alapján kalkulált értékek, amelyek adott felszínborítási jellemzőket tudnak előtérbe hozni, pl.:
  - vegetációs (NDVI):  $\frac{(NIR-RED)}{(NIR+RED)}$
  - termőföld (NDSI):  $\frac{(SWIR-NIR)}{(SWIR+NIR)}$
  - állóvizek(NDWI):  $\frac{(SWIR-RED)}{(SWIR+RED)}$
  - termőföld igazított vegetációs (SAVI):  
 $\frac{(NIR-RED)}{(NIR+RED+L)} \cdot (1 + L)$ ,  
ahol  $L \in [0 \dots 1]$  a korrekciós mérték

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális tér

- A hisztogram sok esetben nem elegendő képi statisztika, mivel az egyes sávokat egymástól függetlenül kezeli
- Felépíthetünk egy olyan koordinátarendszert, amelyben a két tengely értékei az egyes sávok intenzitásértékei lesznek, és ebben helyezzük el az egyes képpontok értékeit, ez a *multispektrális térnek* (*multispectral space*)
  - a képpontok, mint *spektrális vektorok* jelennek meg, amelyek az intenzitásértékeknek megfelelő pontba mutatnak a koordinátarendszerben

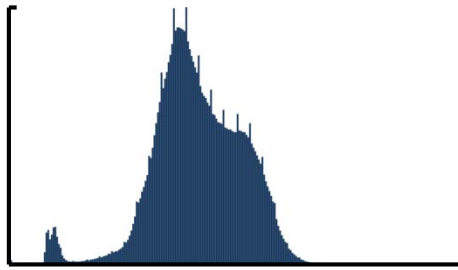
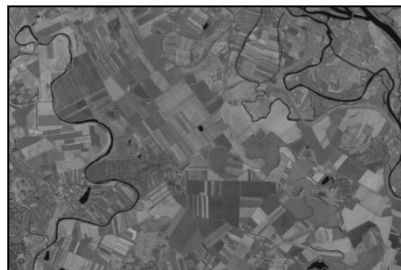




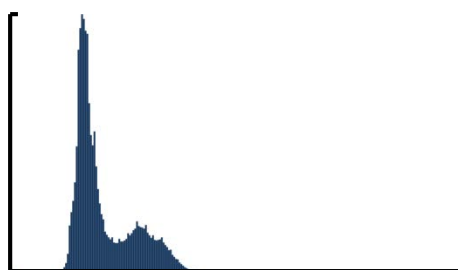
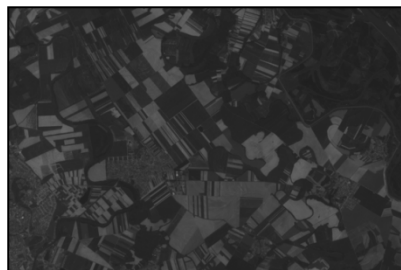
# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális tér

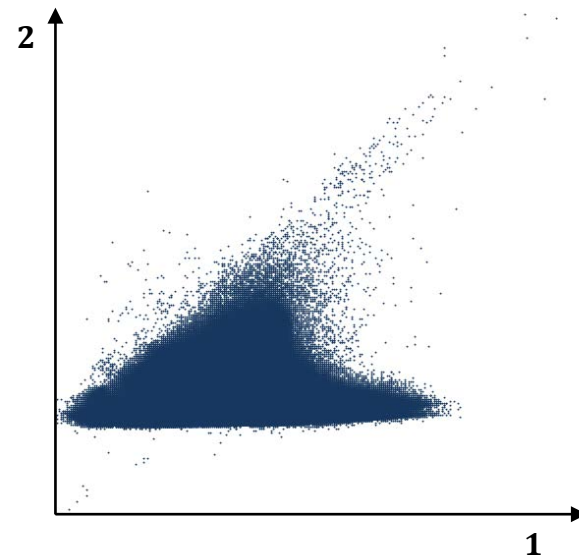
- Pl.:



1. sáv értékei



2. sáv értékei

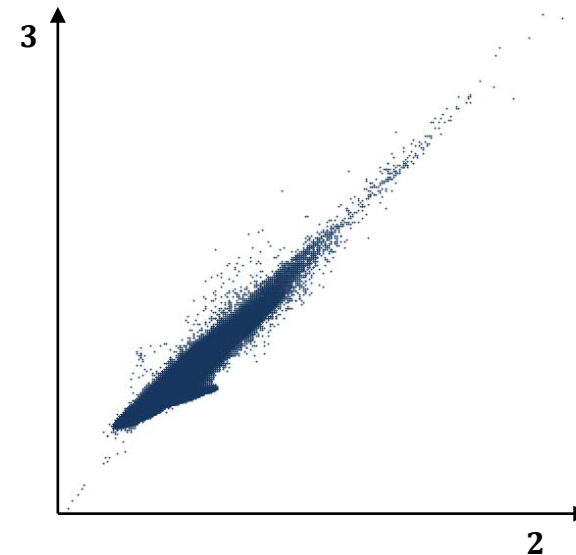
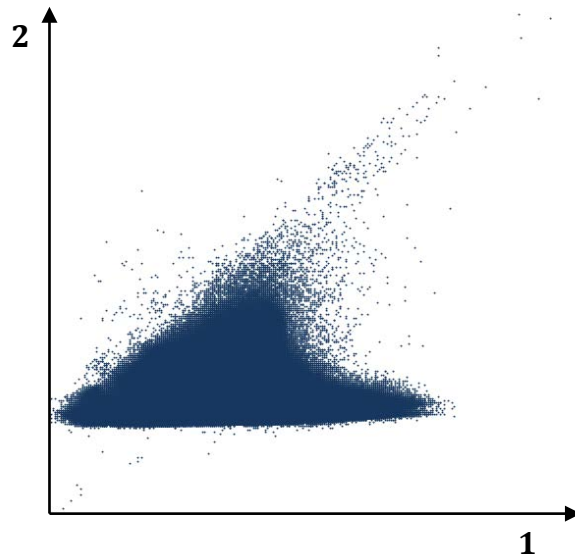
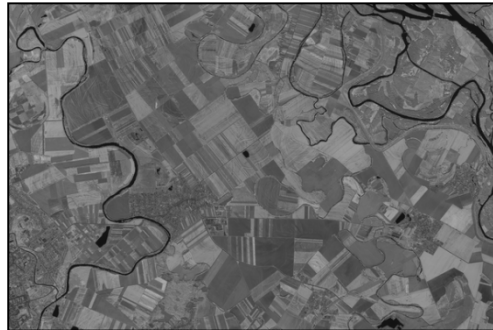


1. és 2. sáv által meghatározott multispektrális tér

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális tér

- Pl.:



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális tér

- Alapvető statisztikai értékek a multispektrális térben:
  - *átlagvektor* ( $\mathbf{m}$ ), amely megfelel a várható értéknek:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k$$

ahol  $K$  a képpontok száma,  $\mathbf{x}_k$  egy képpont vektora

- *kovariancia mátrix* ( $\Sigma_x$ ), amely megadja a vektorok együttmozgását, azaz összefüggésük mértékét:

$$\Sigma_x = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\mathbf{x}_k - \mathbf{m})(\mathbf{x}_k - \mathbf{m})^t$$

(ha 0, akkor a két sáv független egymástól)

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális tér

- *korrelációs mátrix* ( $R$ ), amely megadja a vektorok relatív összefüggését:

$$\forall i, j \in [1..n]: R_{ij} = \frac{\sum x_{ij}}{\sum x_{ii} \sum x_{jj}}$$

ahol  $n$  a sávok száma (áltójában 1 értékeket kapunk, míg a további értékek megadják az egyes sávok korrelációját)

- pl.:

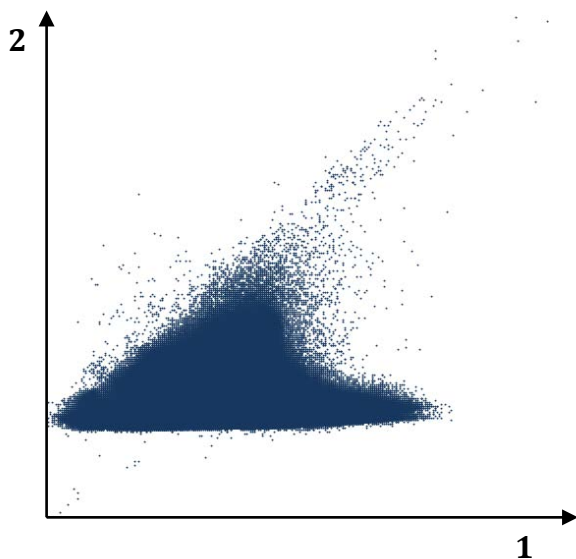
$$\sum_x = \begin{bmatrix} 1.9 & 1.1 \\ 1.1 & 1.1 \end{bmatrix} \text{ esetén } R = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.761 \\ 0.761 & 1.0 \end{bmatrix}, \text{ azaz a}$$

korreláció mértéke 76,1% a két sáv között, azaz jelentős az összefüggőség (az egyik sáv sötét pontjai a másikon is sötétként jelennek meg, stb.)

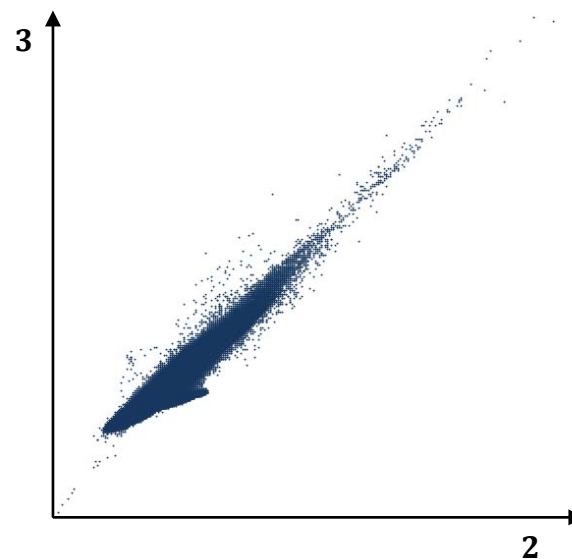
# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális tér

- A sávok összefüggősége a spektrális térben is látható, minél nagyobb az összefüggőség két sáv között, az értékei annál inkább tartanak össze, és alkotnak az identitással párhuzamos egyenest, pl.:



24,5%-os korreláció



96,7%-os korreláció

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

---

- Amikor intenzitás transzformációt végzünk a felvételen, akkor a spektrális tulajdonságait ezzel elronthatjuk
  - mivel a sávok nem függenek egymástól (kivéve, ha a korrelációs érték 0), egy sáv értékeiben az elmozdulás magával vonzza a másik sáv értékeit is, emiatt a spektrális tér eltorzul, és ezzel jelentősen befolyásolja a későbbi elemzést (pl. tematikus osztályozást)
  - ezért bármilyen intenzitás transzformáció előtt célszerű megszüntetni a korrelációt, amit úgy tehetünk meg, hogy a spektrális térünk koordinátarendszerét transzformáljuk úgy, hogy az összefüggőség 0-ra redukálódjon

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

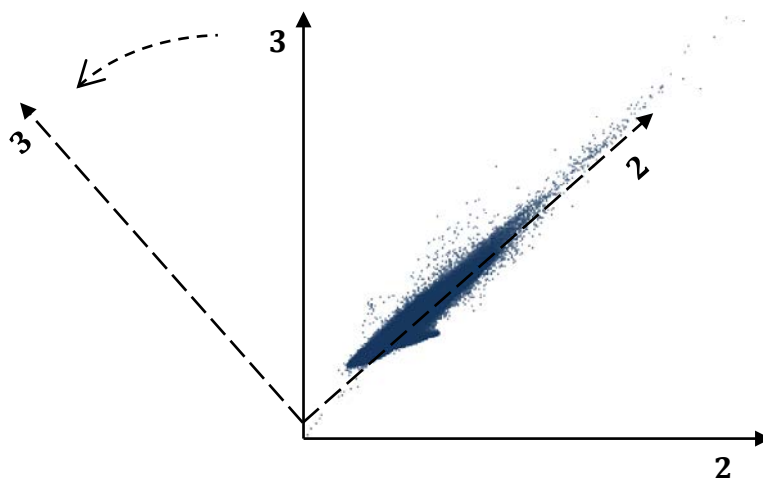
---

- A spektrális koordinátarendszer transzformációját nevezzük *multispektrális transzformációnak*
  - ez egy lineáris transzformáció, amelynek célja a koordinátarendszer megváltoztatása úgy, hogy a sávok függősége változott (általában teljesen eltűnjön)
  - a transzformáció mátrix ( $G$ ) segítségével adható meg, amelyet minden képpontra alkalmazhatunk, így az  $\mathbf{x}$  vektorokból előállítja az új koordinátarendszer  $\mathbf{y}$  vektorait:
$$\mathbf{y} = G\mathbf{x}$$
  - a leképezés nem mindig dimenziótartó, előfordulhat, hogy csökkenti a sávok számát, és így a spektrális tér dimenzióját

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

- A multispektrális transzformációt *főkomponens transzformáció* segítségével hajtjuk végre, amelynek keretében elforgatjuk úgy a koordinátarendszert, hogy a korreláció megszűnjön
  - a főkomponensek az új koordinátarendszer tengelyei
  - a vektorok az eredeti helyükön maradnak, így az összefüggés az új rendszerben már nem fog jelentkezni





# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

- A  $G$  transzformációs mátrix helyett a transzponáltját ( $D$ ) számítjuk, mivel ez diagonális:

$$\mathbf{y} = G\mathbf{x} = D^t\mathbf{x}$$

- ebből meghatározható a két kovariancia mátrix kapcsolata:

$$\Sigma_y = D^t \Sigma_x D$$

- mivel az új koordinátarendszer kovariancia mátrixának szintén diagonálisnak kell lennie, ez meghatározható az eredeti kovariancia mátrix sajátértékeivel:

$$\Sigma_y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

ahol  $\lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_n$  a  $\Sigma_x$  sajátértékei

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

- a sajátértékek alapján a transzformációs mátrix vektorai már kiszámíthatóak:

$$\forall i \in [1..n]: [\Sigma_x - \lambda_i I] \mathbf{g}_i = \mathbf{0}$$

ahol  $I$  az identitásmátrix,  $\mathbf{g}_i = \mathbf{d}^t_i$  a transzformációs mátrix egy vektora

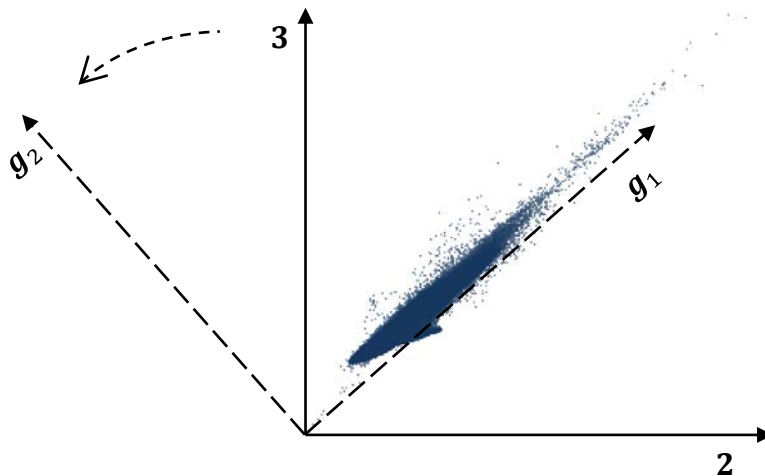
- az egyenletrendszert úgy kell megoldani, hogy a  $G$  mátrix ortogonális legyen, amiatt a sajátvektorokat normalizálni kell:

$$\forall i \in [1..n]: \sum_{j=1}^n \mathbf{g}_{ij}^2 = 1$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

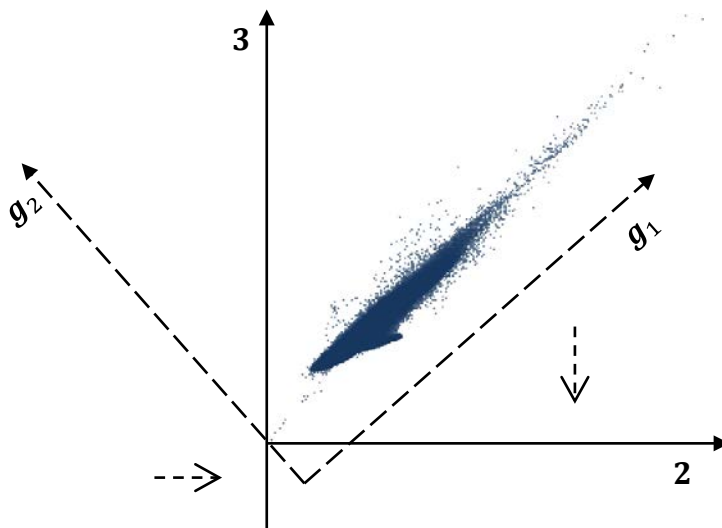
- Pl. 2 dimenziós esetben  $\mathbf{g}_i = \begin{bmatrix} g_{1i} \\ g_{2i} \end{bmatrix}$ , és 2 két ismeretlenes, ám nem független egyetlenrendszert kapunk, a normalizálás miatt azonban ezek kiegészülnek a  $g_{1i}^2 + g_{2i}^2 = 1$  egyenletekkel
- A kapott  $\mathbf{g}_1$  és  $\mathbf{g}_2$  vektorok adják az új koordinátarendszer tengelyeit, a  $G = D^t = [\mathbf{g}_1 \quad \mathbf{g}_2]^t$  mátrixot alkalmazhatjuk minden spektrális vektorra



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

- Előfordulhat, hogy a transzformáció miatt bizonyos értékek függőlegesen a negatív tartományba esnek, ennek kiküszöbölésére eltolhatjuk a transzformáció középpontját

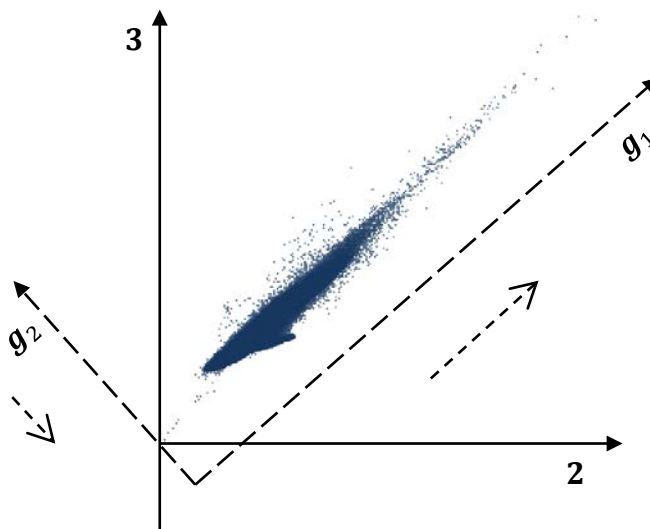


- az eltolás mértéke kiszámítható a legkisebb keletkezett érték alapján, és akár utólag, külön is elvégezhető

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

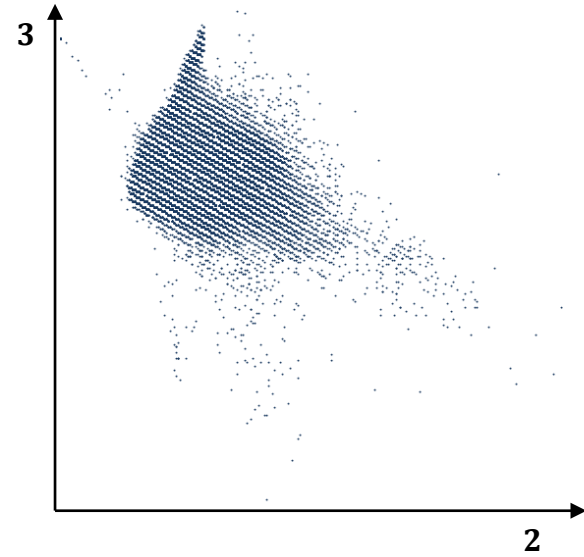
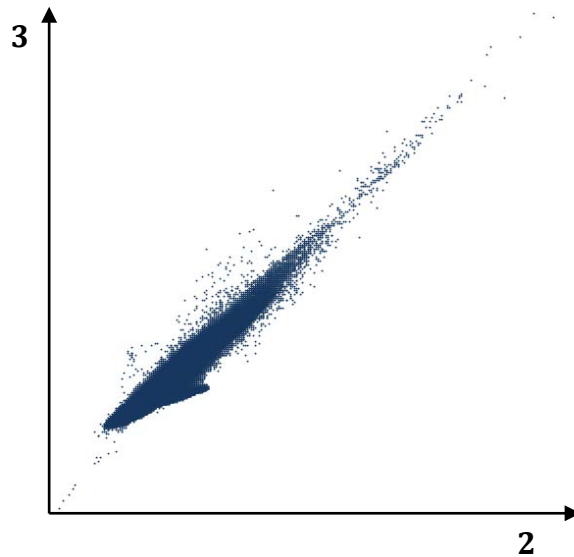
- Szintén előfordulhat, hogy az értékek túlesnek a koordinátatengely határain (pl. 8 bit esetén 255 fölöttiek), ekkor lineáris transzformációval (*saturating contrast enhancement*) alakíthatjuk át a koordinátarendszert
  - hasonlóan csökkenthetjük is a tengely méretét



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Multispektrális transzformációk

- Pl.:



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## A tematikus osztályozás feladata

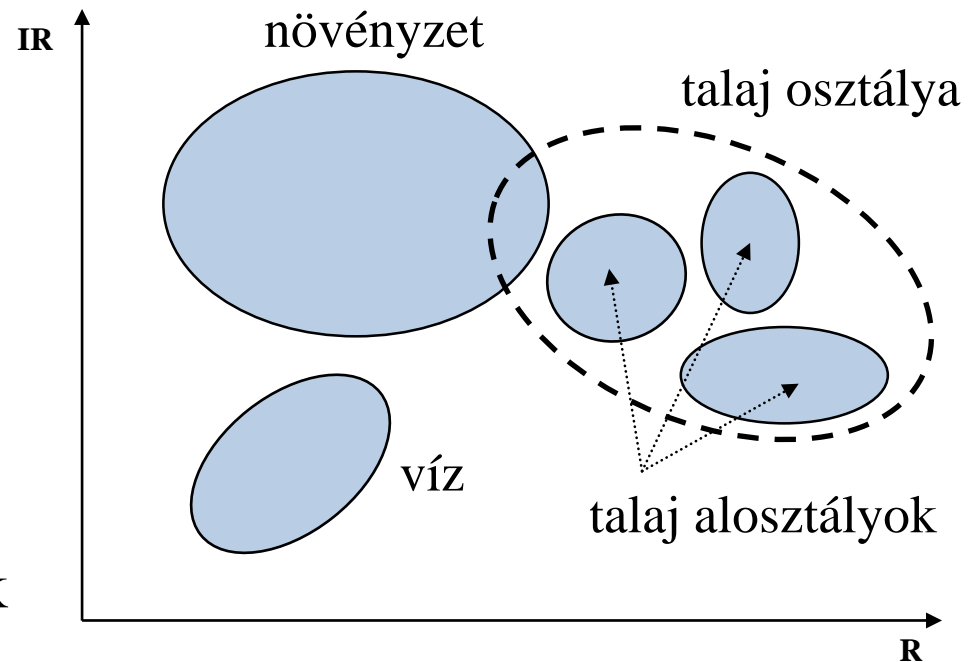
---

- A távérzékelés egyik fő feladata műholdfelvételek alapján a felszínborítás automatizált azonosítása, és olyan térképek előállítása, amelyekben a felszíntakarókat külön-külön jelöljük
  - a keletkezett térképeket *tematikus térképnek*, a besorolást elvégző eljárást *tematikus osztályozásnak* nevezzük
  - a térképek gazdasági, pénzügyi folyamatok döntési alapjaként szolgálnak
  - céljaink az osztályozással kapcsolatban:
    - kevés terepi információt igényeljen
    - a valóságnak minél jobban megfeleljen
    - a folyamatot minél nagyobb mértékben automatizáljuk

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Osztályok a spektrális térben

- Az osztályozáshoz kihasználjuk, hogy a felszíntakaró a különböző spektrális sávokban különböző értékeket produkál
  - az értékeket az egyes sávok viszonylatában összevethetjük a spektrális térben
  - az egyes intenzitás értékekhez rendelt tartományok a spektrális osztályok
  - a besorolás nem mindig egyértelmű, mert egyes osztályok átfedhetnek egymást

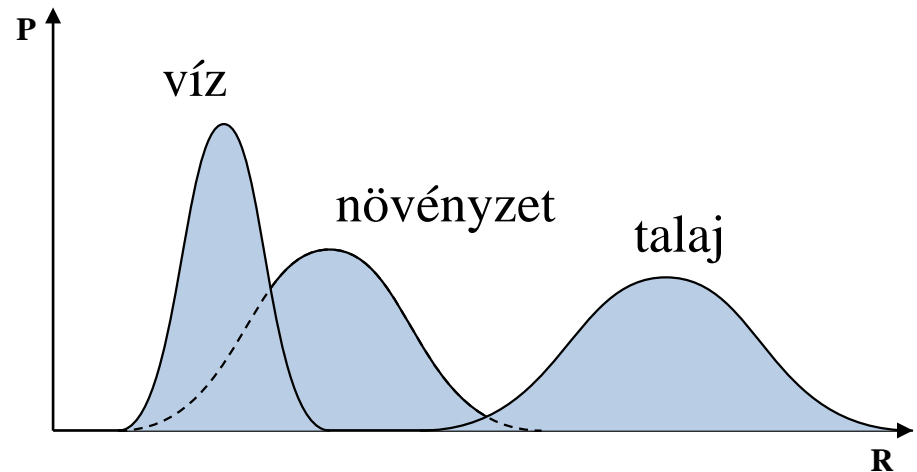




# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Osztályok a spektrális térben

- A besoroláshoz figyelembe vesszük az osztályok valószínűségét is, normális eloszlást feltételezve
  - azaz a tartomány középpontjában elhelyezkedő spektrális vektor sokkal valószínűbben tartozik az osztályba, mint a tartomány határvonalán elhelyezkedő vektor
  - különösen a több osztályt is érintő vektoros esetén fontos, hogy a valószínűbb osztályba soroljuk a képpontot



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## A klaszteres módszerei

- A tematikus osztályozás két módon történhet:
  - *felügyelt osztályozás (supervised classification)*: az osztályozás folyamata szakértői beavatkozással történik, pl. tanulóterület megadásával
  - *felügyeletmentes osztályozás (unsupervised classification)*: az osztályozás folyamata automatikusan történik, a paraméterek és az osztályok statisztikai becslésével



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Az osztályozás folyamata

---

- A felügyelt osztályozás általában négy lépésből áll:
  1. A képpontokat intenzitásértékeik alapján besoroljuk a spektrális osztályokba, ezt a lépést *klaszterezésnek* nevezzük, az eredményt pedig *klaszterképnek*
  2. Megadunk egy referenciaterületet (*tanulóterület*), amelynek tényleges felszíntakarása ismert, ezeket a területeket megfeleltetjük a korábbi osztályoknak
  3. A megfeleltetés alapján elvégezzük a spektrálisosztályok besorolását tematikus osztályokba
  4. Egy másik referenciaterülettel (*tesztterület*, vagy *ellenőrzőterület*) ellenőrizzük az eljárás pontosságát

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Klaszterezés

- Legyen a spektrális osztályok száma  $M$ , és jelölje őket  $\omega_i$ ,  $i \in [1..M]$  az osztályokat, míg  $x$  tetszőleges spektrális vektor (képpont), a klaszterezés során meghatározzuk, hogy  $x$  melyik  $\omega_i$  osztályba tartozik
- A klaszterezés több módszerrel végezhető, a leggyakoribb a Maximum Likelihood becslés:
  - megállapítjuk annak a valószínűségét, hogy egy  $x$  spektrális vektor milyen eséllyel esik  $\omega_i$  spektrális osztályba  $p(\omega_i|x)$ , ezt maximalizáljuk, vagyis:

$$x \in \omega_i, \text{ ha } \forall j \in [1..m], i \neq j: p(\omega_i|x) > p(\omega_j|x)$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Klaszterezés Maximum Likelihood módszerrel

---

- másként:  $x \in \omega_i$ , ha

$$\forall j \in [1..m], i \neq j: p(x|\omega_i)p(\omega_i) > p(x|\omega_j)p(\omega_j)$$

ahol  $p(\omega_i)$  a spektrális osztály relatív mérete a képben,  
 $p(x|\omega_i)$  pedig a tanulóterület alapján meghatározható

- mivel a normális eloszlás exponenciális alapon számol,  
logaritmikus alapra térünk át, legyen

$$g_i(x) = \ln(p(x|\omega_i)p(\omega_i)) = \ln(p(x|\omega_i)) + \ln(p(\omega_i))$$

akkor a feladat leírható az alábbi alakban:

$$x \in \omega_i, \text{ ha } \forall j \in [1..m], i \neq j: g_i(x) > g_j(x)$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Klaszterezés Maximum Likelihood módszerrel

- behelyettesítve a normális eloszlást, ez a következő formára egyszerűsödik:

$$g_i(x) = -\ln|\Sigma_i| - (x - m_i)^t \Sigma_i^{-1} (x - m_i)$$

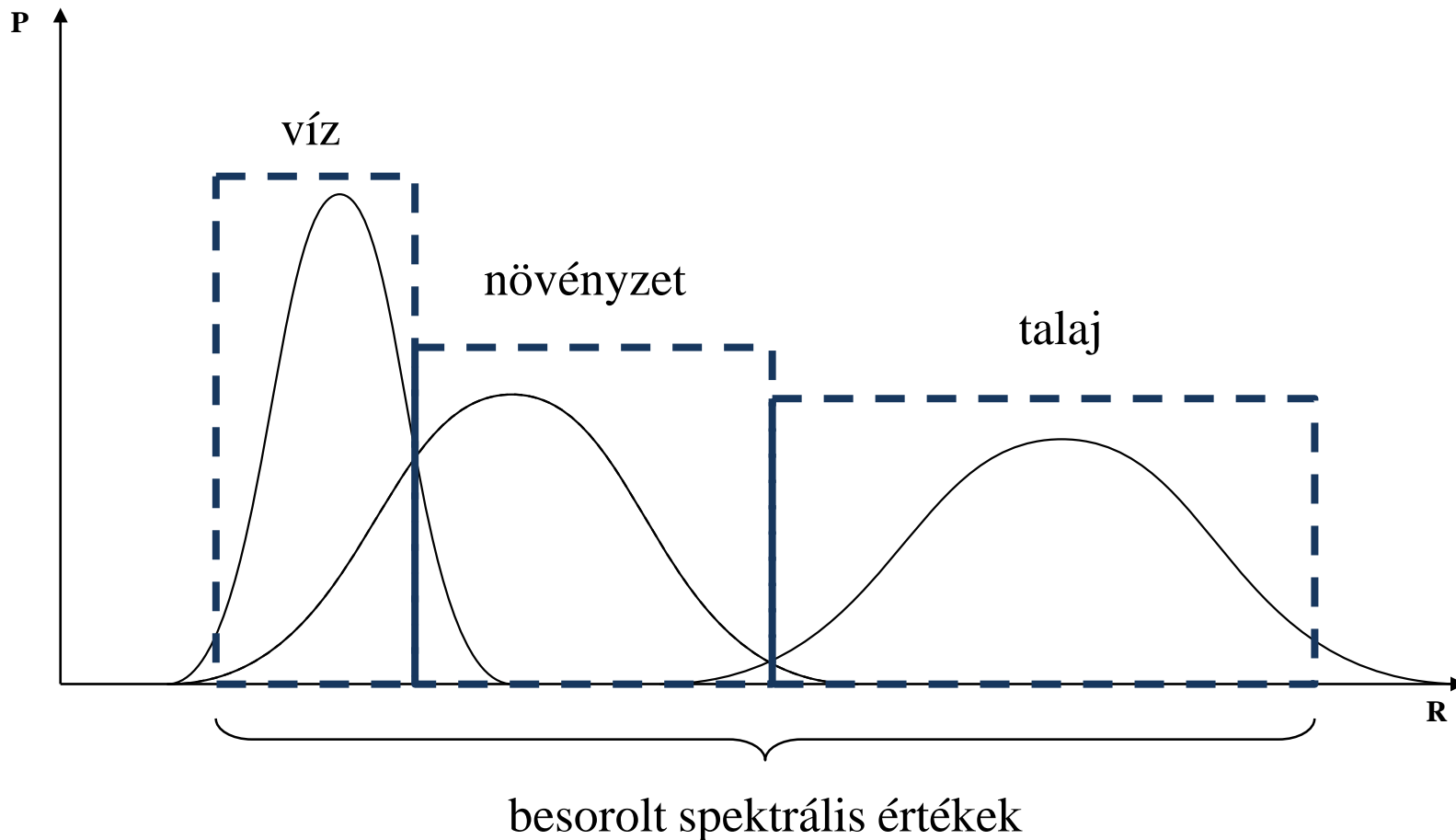
ahol  $m_i$  az átlagértékek vektora,  $\Sigma_i$  a kovarianciamátrix

- ez alapján minden képpont besorolódik a megfelelő kategóriába, ami nem célszerű, mert így a kevésbé valószínű pontok is
- a besorolásra osztályonként adható küszöbérték ( $T_i$ ,  $i \in [1..M]$ ), hogy a kevésbé valószínű képpontokat ne soroljuk be az osztályokba, pl. 95%-os korlát esetén:

$$T_i = -4.744 - \frac{1}{2} \ln|\Sigma_i| + \ln p(\omega_i)$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Osztályok a spektrális térben



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## A szegmentálás szerepe

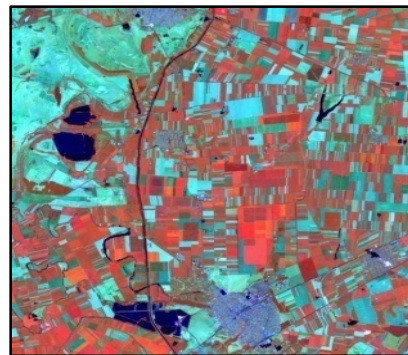
---

- A korábbi lépéseket megelőzendő bevezetünk egy újabbat, a *szegmentálást*, amely megadja a *szegmenstérképet*
  - a szegmentálás a spektrálisan hasonló, szomszédos képpontokat gyűjti egy csoportba, a szegmensbe
  - a szegmenstérképre szintén megadható a spektrális tér, ekkor a szegmens spektrális vektora a szegmens vektorainak
  - ebben a spektrális térben végrehajtva a klaszterezés már figyelem már összevont területekre lesz alkalmazható, azaz nemcsak spektrális, hanem térbeli jellemzőket is figyelembe vesz, így jobb eséllyel kerülnek a tartományok ugyanabba az osztályba



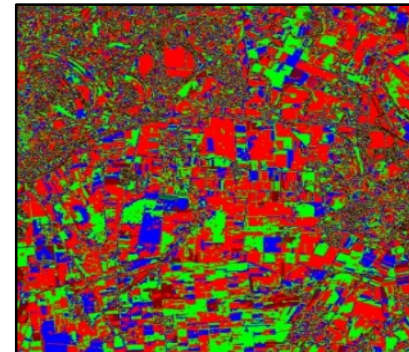
# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Az osztályozás folyamata



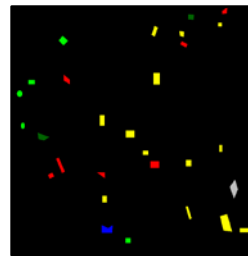
multispektrális  
felvétel

szegmentálás



szegmenstérkép

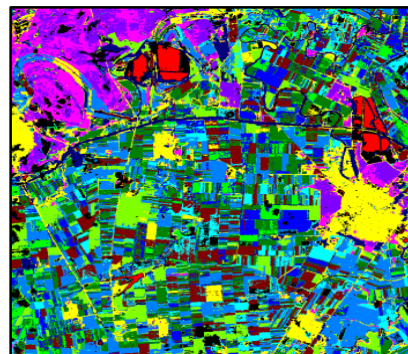
klaszterezés



osztályozás  
tanulóterület  
alapján



klasztertérkép



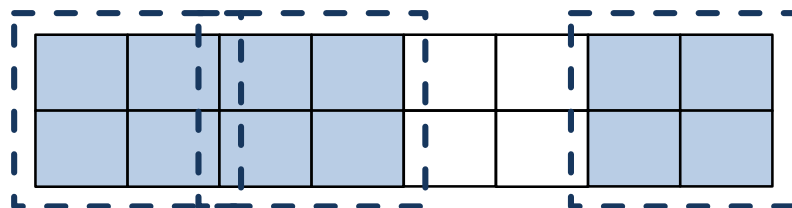
# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Szekvenciális csatolás alapú szegmentálás

- Szekvenciális csatolás módszere:
  - 2 x 2-es területekről (*cellákról*) megvizsgálja, hogy homogénnek tekinthetőek-e, a homogenitást szórás segítségével ellenőrzi külön minden sávra:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)\bar{x}^2} \leq C_H$$

ahol  $C_H$  egy rögzített homogenitási korlát,  $n = 4$  a képpontok száma,  $\bar{x}$  a képpontok átlaga



homogén cellák

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Szekvenciális csatolás alapú szegmentálás

- az eljárás felülről lefelé, balról jobbra halad a képen, és amennyiben egy cella homogén, megvizsgálja, hogy csatolható-e a tőle balra, illetve felfelé lévő cellához, vagy új szegmenset kezd

összevont cellák

1	1	1	1			2	2
1	1	1	1			2	2
3	3	1	1				
3	3	1	1				

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Szekvenciális csatolás alapú szegmentálás

- az összevonási kritérium szintén számítható szórás alapján az úgynevezett *ANOVA-kritériumokkal*:

- legyen  $x$  egy  $n$  elemű,  $y$  egy  $m$  elemű minta,  $z$  a kettő összevonása, ekkor minden sávra kiszámolhatjuk:

$$A_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad A_y = \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$$

$$B_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{z})^2 \quad B_y = \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{z})^2$$

$$A = A_x + A_y \quad B = B_x + B_y$$

- majd meghatározott  $C_1$  és  $C_2$  korlátokra megállapítjuk az összevonási feltételeket:

$$(A/B)^{(m+n)/2} \geq C_1 \quad \text{és} \quad \left[ \frac{(A_x/n)^{n-1} (A_x/m)^{m-1}}{(A/(n+m))^{n+m-2}} \right]^{1/2} \geq C_2$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Szegmentálási módszerek

- Legjobb összevonás alapú szegmentálás:
  - minden képpontot külön szegmensnek tekint, majd hasonlósági kritérium alapján a szomszédos szegmens-párokat összevonja
  - a hasonlóság megállapítható alkalmas távolságfüggvénnyel, pl. Jeffries-Matusita-távolság:

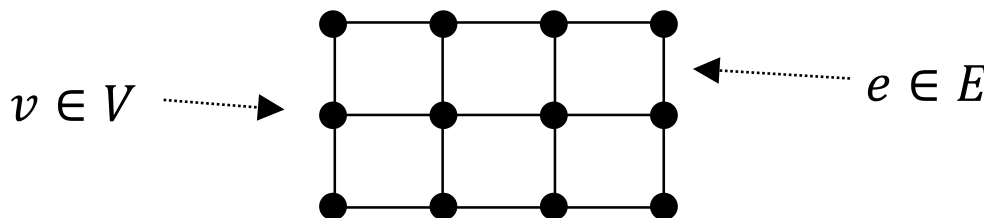
$$D_B(S_1, S_2) = \frac{1}{8} (m_1 - m_2)^t \left[ \frac{\Sigma_1 + \Sigma_2}{2} \right]^{-1} (m_1 - m_2) + \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{|(\Sigma_1 + \Sigma_2)/2|}{|\Sigma_1|^{1/2} |\Sigma_2|^{1/2}} \right]$$

ahol  $m_i$  az átlagértékek vektora,  $\Sigma_i$  a kovarianciamátrix

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Képek gráf alapú kezelése

- A képszegmentálás tekinthető gráfelméleti problémának is, mivel a kép könnyen reprezentálható egy rácsgráf segítségével

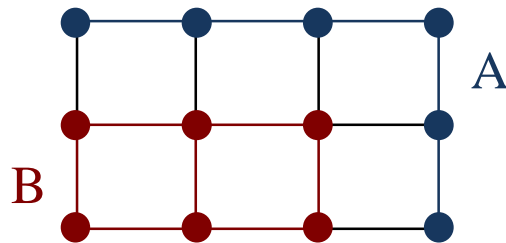


- a csúcsok a képpontok, vagy azok intenzitásértékei lesznek
- az élek költsége a szomszédos képpontok viszonyát (hasonlóságát, vagy különbségét) fejezi ki, pl.
  - *lineáris távolság*:  $\omega(u, v) = -|I(u) - I(v)|$ , ahol  $I(u)$  az adott csúcs intenzitásértéke sávonként, vagy azok átlaga

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Képek gráf alapú kezelése

- *szórás alapú távolság*:  $\omega(u, v) = e^{-\frac{(I(u) - I(v))^2}{\sigma^2}}$ , ahol  $\sigma^2$  a szórásnégyzet
- a szegmensek ekkor összefüggő részgráfok lesznek, pl.:



- két irányból végezhetjük az szegmentálást:
  - *összevonással*: a részgráfokat az összekötő élek mentén összevonjuk
  - *vágással*: alkalmas élsorozat mentén bontjuk a részgráfot két szegmensre

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Összevonás alapú szegmentálás

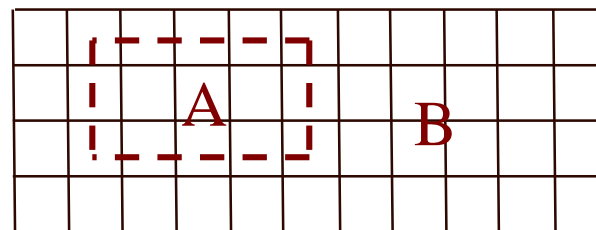
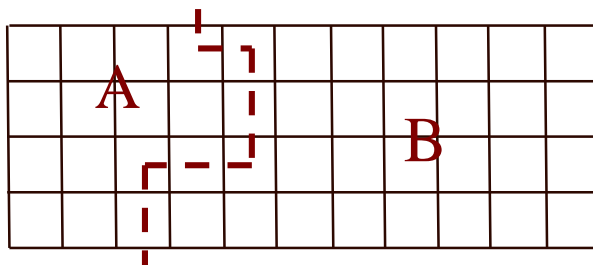
- Egy egyszerű összevonás alapú eljárás, amelyet a rácsgráfra alkalmazhatunk, hogy a szegmenseket (részgráfokat) heterogenitási vizsgálat alapján összevonjuk
  - a heterogenitást (*het*) a szegmens minimális feszítőfájában a maximális él súlyával adjuk meg (így az eljáráshoz elég lesz eltárolni a maximális él súlyát)
  - két szegmens összevonható, ha az újonnan keletkezett szegmens nem növeli jelentős mértékben a heterogenitást:
$$\min \left\{ \text{het}(A) + \frac{k}{|A|}, \text{het}(B) + \frac{k}{|B|} \right\} > \text{het}(A \cup B)$$
ahol  $k$  egy küszöbérték
  - az összevont szegmensre elég az összekötő éleket vizsgálni



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Vágás alapú szegmentálás

- Alkalmazhatunk vágás alapú módszert is, ám a gráfok vágása általánosságban NP-teljes probléma, ezért transzformációkat kell végrehajtanunk, hogy polinomiális időben végrehajthassuk az algoritmust
  - a vágás lehet nyílt, illetve zárt a gráfon belül:



- több vágás alapú eljárás van, pl. normált minimális vágás, minimális átlagsúly alapú vágás, minimális arány alapú vágás

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Minimális átlagsúly alapú vágás

- A vágás alapú eljárások a *normált vágás* fogalmán alapszik, ahol egy vágás költségét a benne szereplő súlyköltségek alapján tudjuk meghatározni:

$$Cut(A, B) = \sum_{u \in A, v \in B, (u, v) \in E} \omega(u, v)$$

- A *minimális átlagsúly* megállapításához a vágás költségét elosztjuk a benne szereplő élek számával:

$$Mcut(A, B) = \frac{Cut(A, B)}{\sum_{u \in A, v \in B, (u, v) \in E} 1}$$

- Ezt az értéket minimalizáljuk minden lehetséges vágásra:

$$\min_{A, B \subset V, A \cup B = V, A \cap B = \emptyset} Mcut(A, B)$$

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

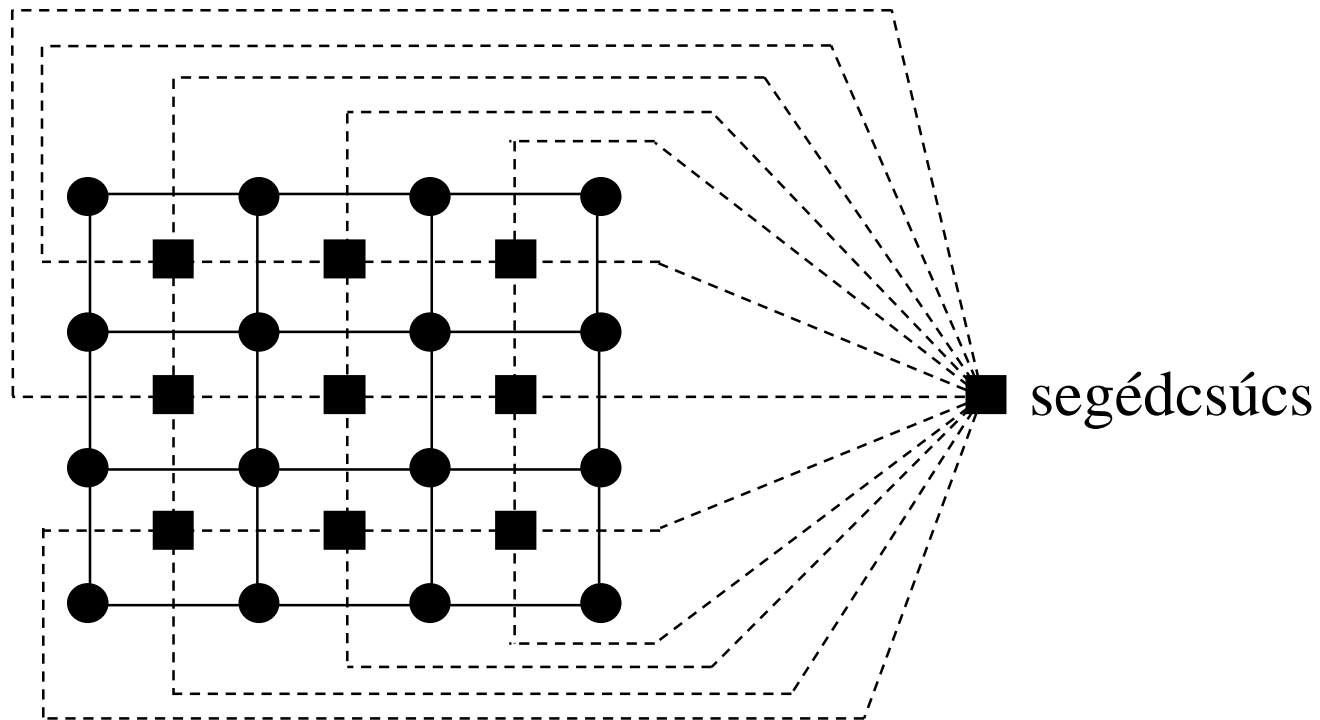
## Minimális átlagsúly alapú vágás

---

- A feladatot átfogalmazzuk negatív egyszerű körök keresésére
  - ehhez kialakítunk egy duális gráfot, ahol a csúcsok az eredeti rács középpontjaiban helyezkednek el, amelyek között ugyanúgy rácsként meghúzzuk az éleket, kiegészítve egy segédcsúccsal (a kivezető éleknek)
  - az élköltségek az eredeti gráfnak megfelelően alakulnak (annak az élnek a költségét veszi át, melyiket metszi)
  - ezután az élköltségeket csökkentjük úgy, hogy egy negatív kör szerepeljen a duális gráfban (a csökkentés mértékét bináris kereséssel határozzuk meg), így a feladatunk ennek a negatív körnek a megkeresése lesz

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Minimális átlagsúly alapú vágás

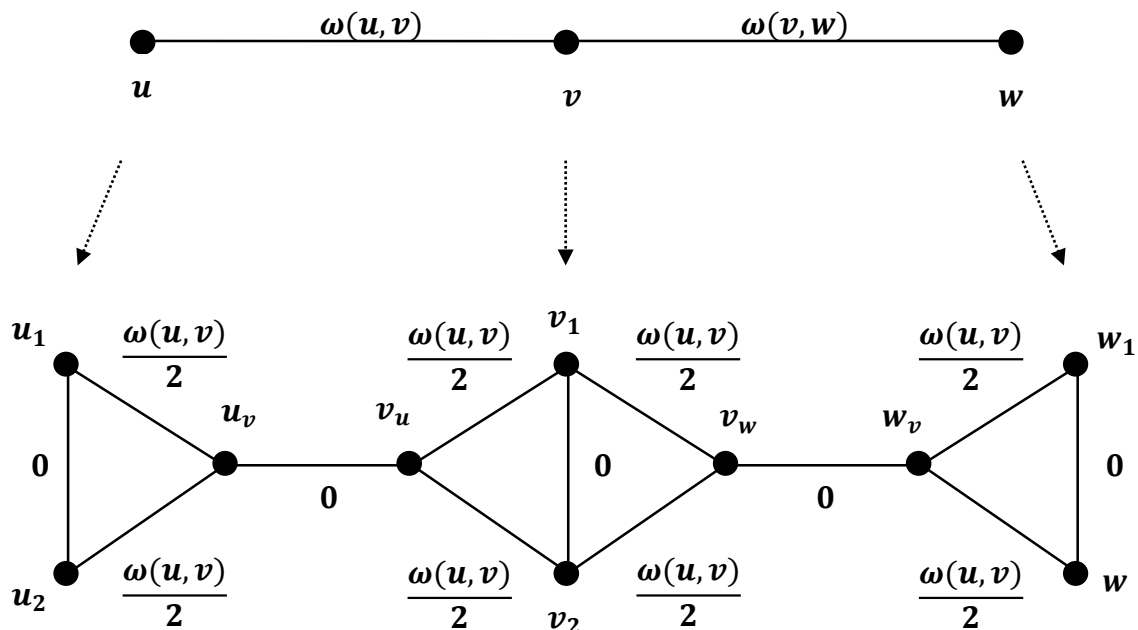


● — ● eredeti gráf éle      ■ - - - ■ duális gráf éle

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Minimális átlagsúly alapú vágás

- A feladatot ezután átfogalmazzuk minimális tökéletes illesztéssé, mivel arra már adható polinomiális megoldó algoritmus
  - ehhez újabb transzformációt végzünk a gráfon:



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Minimális átlagsúly alapú vágás

---

- Gráf egy illesztése (*matching*) olyan élek halmaza, amelyeknek nincs közös csúcspontjuk, ez akkor tökéletes (*perfect matching*), ha a gráf összes éle vagy benne van az illesztésben, vagy szomszédos vele, ezen illesztések közül keressük azt, ahol az élek összköltsége minimális
- Ez a feladat az *Edmonds* féle virág (*blossom*) algoritmussal  $\mathcal{O}(n^2 \cdot e)$  műveletigénnyel megoldható
  - iteratívan páratlan hosszú köröket (virágokat) készít, amely az illesztésben bent lévő, illetve nem bent lévő váltakozó élsorozatot (*alternating path*) tartalmaz
  - ezen köröket kiegészíti, illetve összevonja minimális költségű élekkel, amíg lehetséges

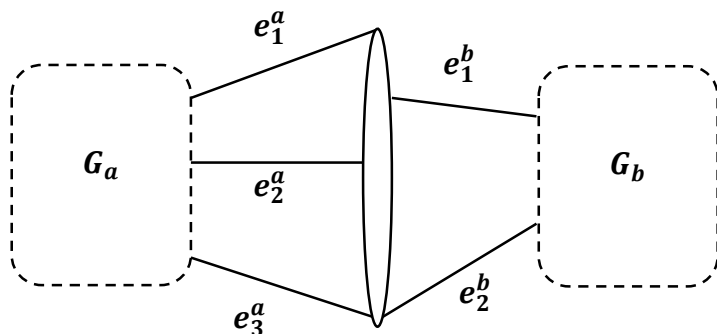
# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Minimális átlagsúly alapú vágás

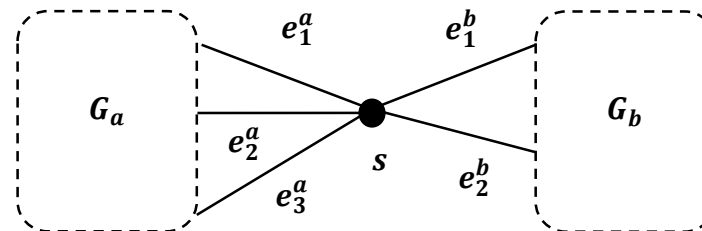
- Eddig egy vágást tisztáztunk, a teljes algoritmus egynél sokkal többet fog alkalmazni, ezért minden esetben a transzformáció elvégzése költséges lenne, így a vágást a duális gráfok szintjén fogalmazzuk meg
  - a minimális (negatív) átlagsúlyú kört redukáljuk egy pontra, a körbe vezető élek így ebbe a pontba fognak vezetni
  - a pontot felbontjuk a két részgráfhoz vezető élek mentén, ezzel kialakítjuk a két részgráfnak megfelelő duális gráfokat, amelyekből párhuzamosan újra számíthatunk minimális köröket (pontosabban negatív köröket)
- Az iterációt egy adott mélységig hajtjuk végre, vagy amíg a részgráfok kellően homogének nem lesznek

# Távérzékelte felvételek feldolgozása

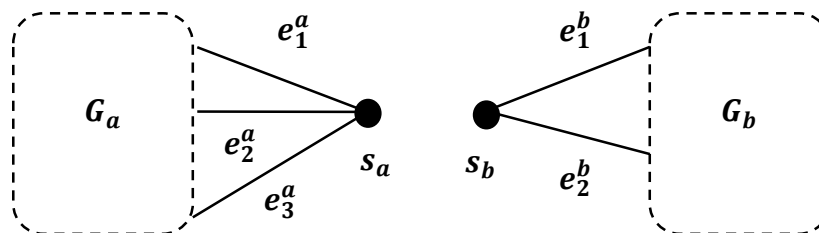
## Minimális átlagsúly alapú vágás



minimális átlagsúlyú kör



kör összevonása egy pontra



gráf felbontása



# Távérzékelte felvételek feldolgozása

## Ellenőrzés és hibaszámítás

- A tematikus osztályozás utolsó lépéseként a teszterület alapján felépíthető egy mátrix (*tévesztési mátrix*)
  - értékei megadják, hogy hány olyan képpont található, amely az adott kategóriába került besorolásra az osztályozás során, illetve a teszterületen

		Osztályozás eredménye	
		1	2
Teszterület osztályai	1	3627	325
	2	936	6540

- az átlóban lévő értékek a jól osztályozott képpontok, ezek százalékos aránya adja meg az osztályozás pontosságát