P - Datalog program

$p^{(n)}(x_1, \dots, x_n)$ $\quad n \geq 0$

$p,\ \neg p$ $\quad n = 0$

I - adatbázis

T_P - közvetlen következmény operátor

$T_P(I)$ - I-ből 1 lépésben levezethető tények

Értelmezés (2-értékű logikában)

~~$2\text{-}T_P(I) := \{ \text{fej}(r) \mid \text{fej}(r) \in \dots \}_{r \in \text{edb}(P)}$~~

$2\text{-}T_P(I) := \{ A \mid A \in EDB$ vagy $\exists r \in P$ és olyan helyettesítése r-nek:

$A \leftarrow A_1, \dots, A_n$, ahol

ha A_i pozitív, akkor $A_i \in I$

ha $A_i = \neg B$, akkor $B \notin I \}$

Á: a) T_P-nek nincs mindig fixpontja,

$p \leftarrow \neg p$ (ellentmondásos! - nincs változója)

b) $p \leftarrow \neg q$
$q \leftarrow \neg p$

Adott inputot tart.- minimális fixpont is tartalmazhat.

input $= \emptyset$ $\quad M_1 = \{p\},\ M_2 = \{q\}$

c) $T_P^{\omega}(\emptyset)$ nem konvergál, vagy nem "jó helyre"

1) $p \leftarrow \neg r$
$r \leftarrow \neg p$
$p \leftarrow \neg p, r$

$\{p\}$ legkisebb fixpont

$T_p^i(\emptyset)$ $\emptyset$ és $\{p, r\}$ között alternál

2) $p \leftarrow p$
$q \leftarrow q$
$p \leftarrow \neg p$
$q \leftarrow \neg p$

$\{p\}$ legkisebb fixpont

$T_p^i(\emptyset) \to \{p, q\}$

$$\begin{tikzcd} b \arrow[r] & c \arrow[dl] & e \\ a \arrow[u] \arrow[r] & d \arrow[ur] \arrow[r] & f \arrow[r] & g \end{tikzcd}$$

veszít, ha nem tud lépni

nyerő$(X) \leftarrow$ lépés(X, y), $\neg$nyerő(y)

$I \begin{cases} I^1 & \text{nyerő}(d), \text{nyerő}(f) \quad \text{IGAZ} \\ I^0 & \text{nyerő}(e), \text{nyerő}(g) \quad \text{HAMIS} \\ I^{\frac{1}{2}} & \text{nyerő}(a), \text{nyerő}(b), \text{nyerő}(c) \quad \text{ISMERETLEN} \end{cases}$

$\{$nyerő(d), nyerő(f), $\neg$nyerő(e), $\neg$nyerő$(g)\}$

$I(\text{nyerő}(d)) = 1$

$I(\text{nyerő}(e)) = 0$

$I(\text{nyerő}(c)) = \frac{1}{2}$

Minimális, legkisebb, monoton v. tartalmazás $\subseteq$

$$I \leq J \iff \forall A: I(A) \leq J(A)$$

Igazságérték (formuláké)

$$\mathcal{I}(\alpha \wedge \beta) = \min(\mathcal{I}(\alpha), \mathcal{I}(\beta))$$
$$\mathcal{I}(\alpha \vee \beta) = \max(\mathcal{I}(\alpha), \mathcal{I}(\beta))$$
$$\mathcal{I}(\neg\alpha) = 1 - \mathcal{I}(\alpha)$$
$$\mathcal{I}(\alpha \leftarrow \beta) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \mathcal{I}(\alpha) \geq \mathcal{I}(\beta) \\ 0 & \text{kben} \end{cases}$$

Vigyázat $\mathcal{I}(\alpha \leftarrow \beta) \neq \mathcal{I}(\neg\beta \vee \alpha)$

3-értékű modell: P minden r szabályának minden helyettesítésére $\mathcal{I}(r) = 1$

$$\underset{1/2}{\text{nyerő}(a)} \underset{\geq}{\leftarrow} \underbrace{\underset{1}{\text{lépés}(a,d)},\ \underset{0}{\neg\,\text{nyerő}(d)}}_{\text{MIN}\ =\ 0}$$

$$\underset{1/2}{\text{nyerő}(a)} \leftarrow \underbrace{\underset{1}{\text{lépés}(a,b)},\ \underset{\frac{1}{2}}{\neg\,\text{nyerő}(b)}}_{\text{MIN}\ =\ \frac{1}{2}}$$

$$\mathcal{I}(\underset{\frac{1}{2}}{\text{nyerő}(a)} \vee \neg(\underbrace{\underset{1}{\text{lépés}(a,b)} \wedge \underset{\frac{1}{2}}{\neg\,\text{nyerő}(b)}}_{\frac{1}{2}})) = \frac{1}{2}$$

$3-T_P(I)(A) =$

$$\begin{cases} 1 & \text{ha } \exists r \in P \text{ és olyan helyettesítése: } \\ & A \leftarrow \text{törzs és } I(\text{törzs}) = 1 \\ 0 & \text{ha } \forall r \in P \text{ és } \forall \text{ olyan helyettesítésre: } \\ & A \leftarrow \text{törzs esetén } I(\text{törzs}) = 0 \\ \frac{1}{2} & \text{kban} \end{cases}$$

3-kiterjesztett (negációmentes) adatalap: törzsben $1, 0, \frac{1}{2}$ is szerepelhet

$$\begin{cases} p \leftarrow 1/2 \\ p \leftarrow q, 1/2 \\ q \leftarrow p, r \\ q \leftarrow p, s \\ s \leftarrow q \\ r \leftarrow 1 \end{cases}$$

$3-T_P(\underbrace{\{\neg p, \neg q, \neg r, \neg s\}}_{\emptyset \text{ vagy } \bot}) = \{\neg q, r, \neg s\}$

$3-T_P(\{\neg q, r, \neg s\}) = \{r, \neg s\}$

$3-T_P(\{r, \neg s\}) = \{r\}$

$3-T_P(\{r\}) = \{r\}$

Á: $3-T_P$ monoton, $3-T_P^i(\bot)$ növekvő és $\rightarrow$

$3-T_P$ legkisebb fixpontjához, ami P ~~egyik~~ minimális modellje

D: $pg(P, I)$ — P helyettesítéseiben $\neg A$ helyett $I(\neg A)$-t írunk

pozitív ground

$\uparrow$

3-kiterjesztett adatalap

$$\text{Köv}_P(I) := \underbrace{\text{pf}(P, I)}(\bot)$$

legkisebb fixpontja a 3-kiterjesztett Datalognak

D: I 3-stabil modellje P-nek akkor, ha

$$\text{Köv}_P(I) = I$$

M: 2 esetén ~~A-ból~~ $\neg A$-ról feltesszük, hogy igaz, amíg le nem vezetjük A-t

3 esetén A-ról és ($\neg A$-ról) feltesszük, hogy ismeretlen, amíg A-t le nem vezetjük

Példa:

$p \leftarrow \neg r$
$q \leftarrow \neg r, p$
$s \leftarrow \neg t$
$t \leftarrow q, \neg s$
$u \leftarrow \neg t, p, s$

$I_1 = \{p, q, t, \neg r, \neg s, \neg u\}$
$I_2 = \{p, q, s, \neg r, \neg t, \neg u\}$
$I_3 = \{p, q, \neg r\}$

Összes 3-stabil modell

P^{I_3} 3-stabil

$p \leftarrow 1$
$q \leftarrow 1, p$
$s \leftarrow 1/2$
$t \leftarrow q, 1/2$
$u \leftarrow 1/2, p, s$

3-T_P iterálása

0: $\bot = \{\neg p, \neg q, \neg r, \neg s, \neg t, \neg u\}$
1: $\{p, \neg q, \neg r, \neg t, \neg u\}$
2: $\{p, q, \neg r, \neg t\}$
3: $\{p, q, \neg r\} = \text{Köv}_P(I)$

D: $I^1 = \bigcap_{I_\alpha \text{ stabil}} I_\alpha^1$, $I^0 = \bigcap_{I_\alpha \text{ stabil}} I_\alpha^0$

Példában: $\alpha = 1,2,3$ $\quad I = \{\underbrace{p, q}_{I^1}, \underbrace{\neg r}_{I^0}\}$

A: I jól megalapozott modell

Alternáló fixpontszámítás:

$$I_0 = \bot$$
$$I_{i+1} = \mathrm{Köv}_P(I_i)$$

A: $I_0 \leq I_2 \leq \dots I_{2i} \leq I_{2i+2} \leq \dots \leq I_{2i+1} \leq I_{2i-1} \leq \dots \leq I_1$

$$\longrightarrow \quad I_* \leq I^* \quad \longleftarrow$$

A: $\mathrm{Köv}_P(I_*) = I^*$

$\mathrm{Köv}_P(I^*) = I_*$

D: $I^*_*(A) = \begin{cases} 1 & \text{ha } I_*(A) = I^*(A) = 1 \\ 0 & I_*(A) = I^*(A) = 0 \\ \frac{1}{2} & \text{klben} \end{cases}$

A I^*_* 3-stabil

T: I^*_* a jól megalapozott modell (legkisebb 3-stabil)

A: P rétegzett $\Rightarrow$ Perfekt fixpont = megalapozott fixpont