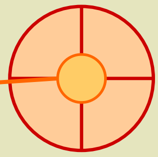
AZ ELOSZLÁSFÜGGVÉNY

Egy céltábla sugara 50 cm, a ξ valószínűségi változó jelentse azt, hogy milyen távol lőttünk a céltábla középpontjától. Tegyük föl, hogy **a céltáblát biztosan eltaláljuk**. A feladatunk az, hogy számítsuk ki először mondjuk a $P(\xi < 10)$ valószínűséget. Ez azt jelenti, hogy egy 10cm sugarú kör belsejébe találunk.

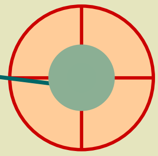
Ennek kiszámolása igazán egyszerű,



$T = r^2\pi$

$$P(\xi < 10) = \frac{t}{T} = \frac{10^2 \cdot \pi}{50^2 \cdot \pi} = 0{,}04$$

Hasonlóan izgalmas módon például



$$P(\xi < 20) = \frac{t}{T} = \frac{20^2 \cdot \pi}{50^2 \cdot \pi} = 0{,}16$$

Mekkora lehet ezek alapján általánosan a $P(\xi < x)$ valószínűség, ahol x valamilyen tetszőleges szám. Az eddigiek alapján úgy tűnik, hogy

$$P(\xi < x) = \frac{t}{T} = \frac{x^2 \cdot \pi}{50^2 \cdot \pi} = \frac{x^2}{2500}$$

Csakhogy sajnos ezzel adódnak bizonyos problémák. Nézzük meg ugyanis például, mi történik, ha x=-10. Hát egyrészt ugye $P(\xi < -10)$ azt jelenti, hogy lőttünk egyet a céltáblára, odamegyünk lemérni a távolságot, elővesszük a mérőszalagot és azt látjuk, hogy a lövés távolsága kevesebb, mint mínusz 10 centi. Nos nem tudom kinek milyen mérőszalagja van otthon, de ez ugye lehetetlen, tehát a valószínűség nulla: $P(\xi < -10) = 0$.
Ugyanakkor az előző kis képletünk azt mondja, hogy

$$P(\xi < x) = \frac{x^2}{2500} \quad \text{tehát} \quad P(\xi < -10) = \frac{(-10)^2}{2500} = 0{,}04$$

Vagy itt van mondjuk egy másik ügy, legyen x=60cm. Ez a valószínűség, hogy $P(\xi < 60)$ egészen biztosan 100%, mert ugye **a céltáblát biztosan eltaláljuk**, márpedig a céltábla sugara 50 cm, és nehéz lenne úgy eltalálni, ha távolabb lőnénk, mint 50 centi, vagyis tuti, hogy $\xi < 50$, ezért az pláne tuti, hogy $\xi < 60$.
A mi kis képletünk szerint, viszont

$$P(\xi < x) = \frac{x^2}{2500} \quad \text{tehát} \quad P(\xi < 60) = \frac{60^2}{2500} = 1{,}44$$

Ez egy picikét sok. A képlet tehát kisebb javítgatásra szorul.

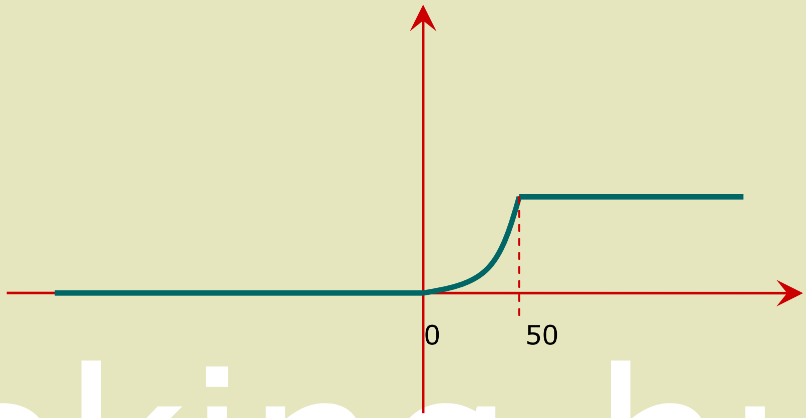
Arról van szó, hogy *normális* x-ekre jó eredményt ad képletünk, csak olyan idióta x-ekre nem, amikor x negatív, vagy pedig túl sok. Ezért csinálunk egy kikötést az x-re, és így kapjuk a jó képletet:

$$P(\xi < x) = \begin{cases} 0 & ha \quad x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{2500} & ha \quad 0 < x \le 50 \\ 1 & ha \quad 50 < x \end{cases}$$

Ez, amit így kaptunk nem más, mint egy függvény. Az $x \mapsto P(\xi < x)$ hozzárendeléssel megadott függvény. Ezt a függvényt a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényének nevezzük, és $F(x)$-el jelöljük. Tehát a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye $F(x) = P(\xi < x)$

AZ F(x) ELOSZLÁSFÜGGVÉNY:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ha \quad x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{2500} & ha \quad 0 < x \le 50 \\ 1 & ha \quad 50 < x \end{cases}$$



Nézzünk meg egy másik nagyon izgalmas céltáblás esetet is. Ketten lőnek céltáblára. Az *A* találati esélye 0,7 a *B* találati esélye 0,8. Mindketten egy lövést adnak le egymástól függetlenül. Jelentse ξ a találatok számát és adjuk meg az eloszlásfüggvényt!

Az előző történetben ξ egy távolságot jelentett, ami 0cm és 50cm között bármi lehetett, most viszont a találatok számát, ami vagy 0 vagy 1 vagy 2 és semmi más nem lehet. Ezt a fajta valószínűségi változót diszkrétnek, míg az előzőt folytonosnak nevezzük. Itt az eloszlásfüggvényt úgy kapjuk meg, hogy készítünk egy eloszlástáblázatot:

találatok száma	valószínűség
0	$0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$
1	$0{,}7 \cdot 0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}38$
2	$0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}56$

EGYIK SEM TALÁL:
A nem talál: 1-0,7=0,3
B nem talál: 1-0,8=0,2

CSAK AZ EGYIK TALÁL:
A talál: 0,7
B nem talál: 1-0,8=0,2
vagy
A nem talál: 1-0,7=0,3
B talál: 0,8

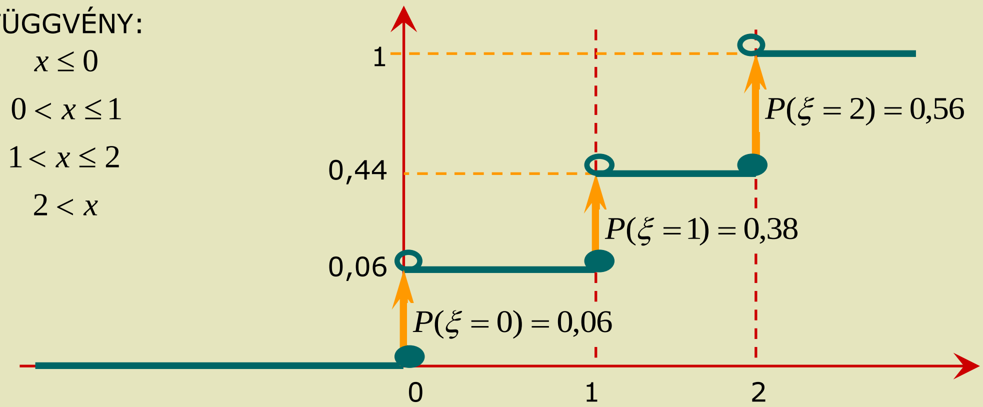
Az eloszlástáblázattal megvolnánk:

találatok száma	Valószínűség
0	0,06
1	0,38
2	0,56

Az eloszlásfüggvény itt egy lépcsőzetesen emelkedő függvény lesz:

AZ F(x) ELOSZLÁSFÜGGVÉNY:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ha \quad x\le 0 \\ 0{,}06 & ha \quad 0<x\le 1 \\ 0{,}44 & ha \quad 1<x\le 2 \\ 1 & ha \quad 2<x \end{cases}$$



Az eloszlásfüggvény tehát egy lépcsőzetes függvény lesz, ami minden számnál pontosan akkorát ugrik, mint az adott szám valószínűsége. Vagyis x=0 esetén az ugrás $P(\xi=0)=0{,}06$.
Aztán x=1 esetén megint ugrik, itt az ugrás $P(\xi=1)=0{,}38$, de ahogyan a rajzon is látszik ez hozzáadódik az előzőhöz.
Végül x=2 esetén az ugrás $P(\xi=2)=0{,}56$ ami szintén hozzáadódik az előzőhöz és így a függvény eléri az 1-et.

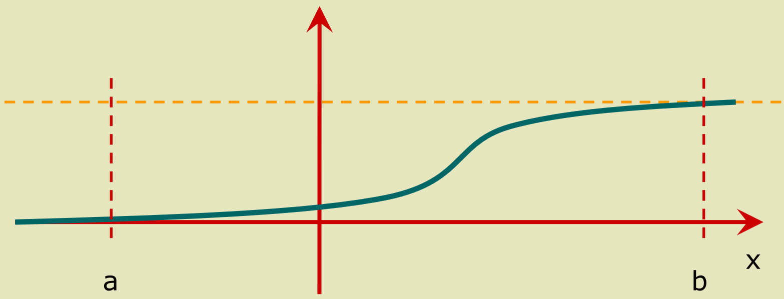
Folytonosnak nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik folytonos mennyiségeket mérnek, ilyen például az idő, a távolság. Ebben az esetben az eloszlásfüggvény mindig folytonos függvény lesz, ilyen volt az előző történet.

Diszkrétnek nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik megszámlálhatóan sok értéket vesznek fel. Ez azt jelenti, hogy vagy véges sokat, vagy végtelent, de úgy, hogy fel tudjuk sorolni az értékeit. Az egész számok például diszkrétnek számítanak, mert végtelen sokan vannak ugyan, de felsorolhatók: 1;2;3;4…

Ha a valószínűségi változó diszkrét, akkor az eloszlásfüggvény mindig egy lépcsőzetesen emelkedő függvény lesz, ami minden egyes x esetén éppen akkorát ugrik, mint amekkora az adott x valószínűsége.

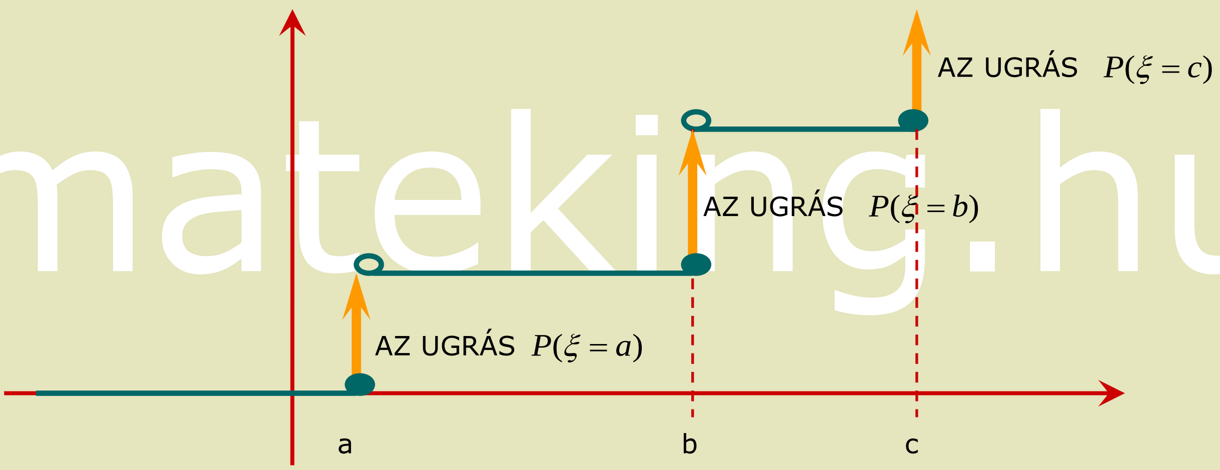
Mindezt foglaljuk össze.

FOLYTONOS VALÓSZÍNŰSÉGI VÁLTOZÓ ELOSZLÁSFÜGGVÉNYE



A ξ valószínűségi változó folytonos, $a \le \xi \le b$ ahol *a* és *b* tetszőleges számok. A céltáblás esetben például *a*=0 és *b*=50, ezek között vehet fel értékeket a ξ.
Ilyenkor az eloszlásfüggvény is folytonos függvény, ami *a*-ig nullát vesz föl, *a* és *b* közt növekszik és *b* után végig egyet vesz föl. Vagyis ahol a ξ valószínűségi változó működik, ott a függvény életre kel, előtte és utána pedig hibernált állapotban van.

DISZKRÉT VALÓSZÍNŰSÉGI VÁLTOZÓ ELOSZLÁSFÜGGVÉNYE



A ξ valószínűségi változó diszkrét és értékei: $\xi=a$; $\xi=b$; $\xi=c$; stb.
Ilyenkor az eloszlásfüggvény mindig egy lépcsőzetes függvény, ami minden számnál pontosan akkorát ugrik, mint az adott szám valószínűsége. Vagyis $x=a$ esetén az ugrás $P(\xi=a)$, aztán $x=b$ esetén az ugrás $P(\xi=b)$ és így tovább, és az ugrások összeadódnak.

Az eloszlásfüggvény tehát:

$$F(x)=\begin{cases} \mathbf{0} & ha \quad x \le a \\ P(\xi=a) & ha \quad a < x \le b \\ P(\xi=a)+P(\xi=b) & ha \quad b < x \le c \\ \ldots & \\ \mathbf{1} & \end{cases}$$

3.1. Ketten lőnek céltáblára. Az A találati esélye 0,7 a B találati esélye 0,8. Mindketten egy lövést adnak le egymástól függetlenül. Jelentse ξ a találatok számát. Adjuk meg az eloszlásfüggvényt!

3.2. Egy sorsjegy ára 200 forint és minden ötödik sorsjegy nyer. 800 forintunk van és addig veszünk sorsjegyet, amíg nem nyerünk – vagy amíg el nem fogy a pénzünk. Jelentse ξ a vásárolt sorsjegyek számát. Adjuk meg az eloszlásfüggvényt!

3.3. Egy dobozban van 2 piros, 3 fehér és 1 kék labda. Kiveszünk három darabot visszatevés nélkül. Jelentse ξ a húzott piros labdák számát. Adjuk meg ξ eloszlását és eloszlásfüggvényét.

3.4. Egy dobókocka 2 oldala piros, 3 oldala fehér és 1 oldala kék. A kockával háromszor dobunk, jelentse ξ a piros dobások számát. Adjuk meg ξ eloszlását és eloszlásfüggvényét.

3.5. Egy fogorvos a hét öt munkanapjából három nap rendel. Kiválasztunk az öt nap közül két napot és itt jelentse ξ a rendeléses napok számát. Adjuk meg ξ eloszlásfüggvényét.

3.6. Egy dobozban cédulákat helyezünk el. Egy darab 1-es, két darab 2-es és három darab 3-as feliratút. A dobozból két cédulát húzunk és jelentse ξ a húzott cédulákon szereplő számok összegét. Adjuk meg az eloszlást és az eloszlásfüggvényt!

3.7. Egy dobozban cédulákat helyezünk el. Egy darab 1-es, két darab 2-es és három darab 3-as feliratút. A dobozból két cédulát húzunk és jelentse ξ a húzott cédulákon szereplő számok szorzatát. Adjuk meg az eloszlást és az eloszlásfüggvényt!

3.8. Egy dobozban van 5 piros és 15 fehér golyó. Kiveszünk 6 darabot, mi a valószínűsége, hogy 4 piros lesz köztük, ha

a) visszatevés nélkül húzunk?
b) visszatevéssel húzunk?
c) mi a helyzet, ha 1 piros és 3 fehér illetve, ha 100 piros és 300 fehér van?

3.9. Egy üzletben 100-an vásárolnak, közülük 80-an rendelkeznek bankkártyával. A pénztárnál 10-en állnak sorba, mi a valószínűsége, hogy 7-nek lesz bankkártyája?

3.10. Egy üzletben 100 vásárlóból átlag 80-an rendelkeznek bankkártyával. A pénztárnál 10-en állnak sorba, mi a valószínűsége, hogy 7-nek lesz bankkártyája?

3.11. Egy nap 0,2 valószínűséggel esik eső. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

3.12. A közúti ellenőrzések során 100 autóból 12-nél találnak valamilyen szabálytalanságot. Mi a valószínűsége, hogy 20 megállított autóból éppen 4-nél találnak?

3.13. Egy bútoráruházban 100 vásárlóból 8-an reklamálnak. Mi a valószínűsége, hogy 10 vevőből

a) ketten reklamálnak?
b) legalább ketten reklamálnak?
c) legalább öten reklamálnak?
d) az első két vevő reklamál?
e) Csak az első két vevő reklamál?
f) Az első és a harmadik vevő reklamál?

3.14. Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy éppen a 20%-uk megy át?

a) Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 2-en mennek át?
b) Mi a valószínűsége, hogy legalább 2-en mennek át?
c) Mi a valószínűsége, hogy legalább 4-en mennek át?

3.15. Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

3.16. Egy dobozban van 60 golyó, amiből 4 piros. Kiveszünk belőle visszatevéssel négy darabot. Mi a valószínűsége, hogy 1 piros?

3.17. Egy dobozban van 60 golyó, amiből 4 piros. Kiveszünk visszatevés nélkül négy darabot, majd visszatesszük, és a húzást megismételjük. Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb az egyik húzásban lesz legfeljebb két piros?

3.18. Egy étteremben dolgozó 20 pincér közül 7 tud németül. Egyik este éppen 8 pincér dolgozik és közülük 5-en a teraszon. Mi a valószínűsége, hogy a teraszon dolgozók közül 2-en beszélnek németül?

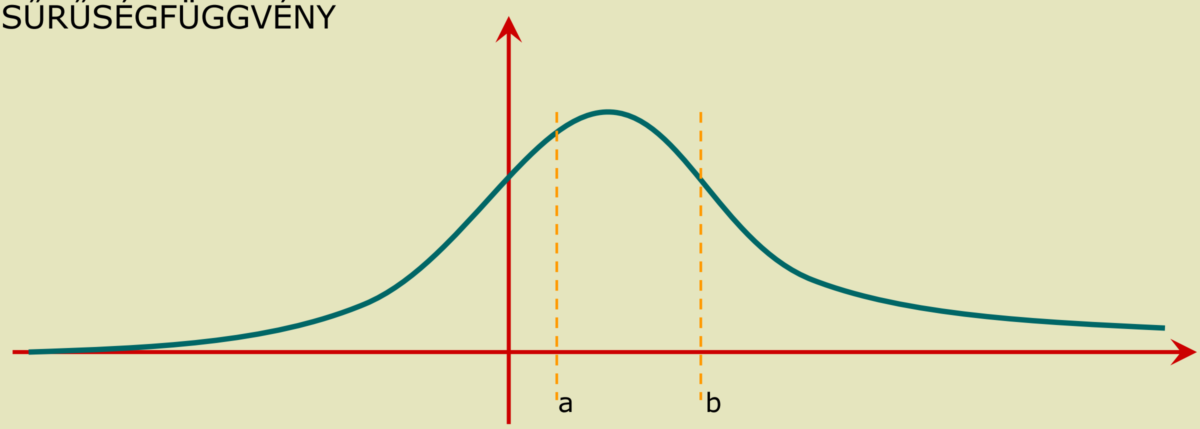
3.19. Egy kockával háromszor dobunk. Jelentse ξ annak a dobásnak a sorszámát, amikor először dobunk hatost, és legyen nulla, ha egyáltalán nem dobunk hatost. Adjuk meg ξ eloszlását és eloszlásfüggvényét.

3.20. A ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ha \quad x\le -1 \\ 0,3 & ha \quad -1<x\le 2 \\ 0,4 & ha \quad 2<x\le 5 \\ 0,8 & ha \quad 5<x\le 6 \\ 1 & ha \quad 6<x \end{cases}$$

Adjuk meg az eloszlást, a várható értéket és a szórást!

A SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY



A sűrűségfüggvény jele f(x) és úgy működik, hogy a valószínűségek a görbe alatti területek lesznek.
Vagyis

$$P(a < \xi < b) = \int_a^b f(x)dx$$

Az eloszlásfüggvény és a sűrűségfüggvény kapcsolata egészen izgalmas.
Eloszlásfüggvényből sűrűségfüggvényt úgy kapunk, hogy az eloszlásfüggvényt deriváljuk:

$$f(x) = F'(x)$$

Sűrűségfüggvényből pedig úgy lesz eloszlásfüggvény, ha integráljuk, de meglehetősen trükkös módon:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

AZ ELOSZLÁSFÜGGVÉNY ÉS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY TULAJDONSÁGAI:

***F(x)* eloszlásfüggvény tulajdonságai:** I. $\lim_{-\infty} F(x) = 0$ II. $\lim_{\infty} F(x) = 1$ III. Monoton nő IV. Balról folytonos	Adott *F(x)* eloszlásfüggvény, kell *f(x)* sűrűségfüggvény: $f(x) = F'(x)$
***f(x)* sűrűségfüggvény tulajdonságai:** I. Nem negatív II. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$	Adott *f(x)* sűrűségfüggvény, kell *F(x)* eloszlásfüggvény: $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

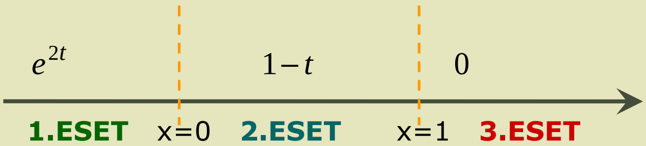
SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYBŐL ELOSZLÁSFÜGGVÉNY

Adott a ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye, állítsuk elő az eloszlásfüggvényt!

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x} & ha \quad x\le 0 \\ 1-x & ha \quad 0<x\le 1 \\ 0 & ha \quad 1<x \end{cases}$$

A képlet alapján:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$



1.ESET $x\le 0$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{-\infty}^{x} e^{2t}dt=\left[e^{2t}\cdot\frac{1}{2}\right]_{-\infty}^{x}=e^{2x}\cdot\frac{1}{2}-0=\boxed{\frac{1}{2}e^{2x}}$$

x=0

2.ESET $0<x\le 1$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\overbrace{\int_{-\infty}^{0} f(t)dt}+\int_{0}^{x}(1-t)dt=\frac{1}{2}e^{0}+\left[t-\frac{t^2}{2}\right]_{0}^{x}=\boxed{\frac{1}{2}+x-\frac{x^2}{2}}$$

x=1

3.ESET $x<0$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\overbrace{\int_{-\infty}^{1} f(t)dt}+\int_{1}^{x}0\,dt=\overbrace{\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}}+0=\boxed{1}$$

Az eloszlásfüggvény:

$$F(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{2x} & ha \quad x\le 0 \\ \frac{1}{2}+x-\frac{x^2}{2} & ha \quad 0<x\le 1 \\ 1 & ha \quad 1<x \end{cases}$$

Az eloszlásfüggvényből a sűrűségfüggvényt úgy kapjuk vissza, ha a F(x) eloszlásfüggvényt deriváljuk. Ez a művelet már meglehetősen ártalmatlan, így mindenki próbálja ki otthon.

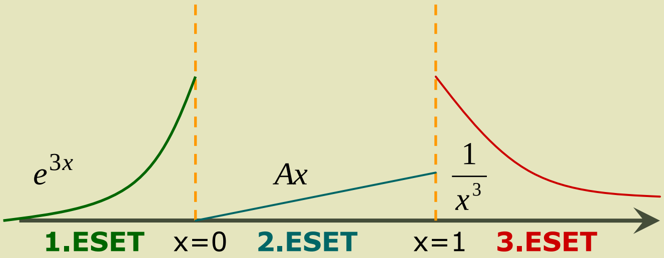
SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY TULAJDONSÁGAINAK TESZTELÉSE

Ellenőrizzük, hogy lehet-e a ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi függvény!

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x} & ha \quad x < 0 \\ Ax & ha \quad 0 \le x \le 1 \\ \dfrac{1}{x^3} & ha \quad 1 < x \end{cases}$$

f(x) akkor sűrűségfüggvény, ha

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \boxed{\int_{-\infty}^{0} e^{3x}dx} + \boxed{\int_{0}^{1} Ax\ dx} + \boxed{\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x^3}dx} = \left[e^{3x}\cdot\frac{1}{3}\right]_{-\infty}^{0} + \left[A\frac{x^2}{2}\right]_{0}^{1} + \left[\frac{x^{-2}}{-2}\right]_{1}^{\infty} = \frac{1}{3} + A\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Ekkor A=1/3

ELOSZLÁSFÜGGVÉNY TULAJDONSÁGAINAK TESZTELÉSE

Ellenőrizzük, hogy lehet-e a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye az alábbi függvény!

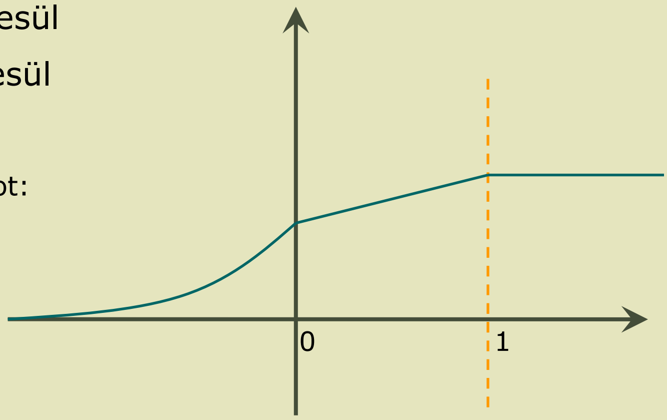
$$F(x) = \begin{cases} 2^{x-1} & ha \quad x < 0 \\ \dfrac{x+1}{2} & ha \quad 0 \le x \le 1 \\ 1 & ha \quad 1 < x \end{cases}$$

Lássuk az eloszlásfüggvény négy tulajdonságát!

I. $\lim\limits_{-\infty} F(x) = 0$ most $\lim\limits_{-\infty} 2^{x-1} = 0$ ez teljesül

II. $\lim\limits_{\infty} F(x) = 1$ most $\lim\limits_{\infty} 1 = 1$ ez is teljesül

III. Monoton nő
IV. Balról folytonos
} Készítünk egy rajzot:



Nos úgy tűnik ezek is rendben vannak, tehát F(x) eloszlásfüggvény.

3.21. Lehet-e valamely ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x} & ha \quad x<0 \\ x^2 & ha \quad 0\le x<1 \\ 0 & ha \quad 1<x \end{cases}$$

3.21. Lehet-e valamely ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x} & ha \quad x<0 \\ x^2 & ha \quad 0\le x<1 \\ 0 & ha \quad 1<x \end{cases}$$

3.22. Lehet-e valamely ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x)=\begin{cases} e^{3x} & ha \quad x<0 \\ 2x^2 & ha \quad 0\le x<1 \\ 0 & ha \quad 1<x \end{cases}$$

3.23. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x} & ha \quad x<0 \\ 1-x & ha \quad 0\le x\le 1 \\ 0 & ha \quad 1<x \end{cases}$$

F(x)=? p(ξ +6<4)=?

3.24. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^4} & ha \quad x<-1 \\ x+1 & ha \quad -1\le x\le 0 \\ e^{-6x} & ha \quad 0<x \end{cases}$$

F(x)=? p(ξ <4)=? p($|\xi-5|$ <3)=?

3.25. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases} Ax\cdot e^{-3x^2} & ha \quad 0<x \\ 0 & különben \end{cases}$$

A=? F(x)=? p(ξ <4)=?

3.26. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{A\ln x}{x} & ha \quad 1<x<e\\ 0 & különben\end{cases}$$

A=? F(x)=?

3.27. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{Ax}{\sqrt{x^2+16}} & ha \quad 0<x<3\\ 0 & különben\end{cases}$$

A=? F(x)=?

3.28. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{x^3} & ha \quad x<-1\\ 0 & különben\end{cases}$$

A=? F(x)=? E(ξ)=? D(ξ)=?

3.29*. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases}e^{3x} & ha \quad x<0\\ Ax^2 & ha \quad 0\le x\le 1\\ 0 & ha \quad 1<x\end{cases}$$

A=? E(ξ)=? E($9\xi+4$)=? D(ξ)=? D($9\xi+4$)=?

3.30. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{x}} & ha \quad 1<x<4\\ 0 & különben\end{cases}$$

A=? E(ξ)=? E($4-3\xi$)=? D(ξ)=? D($4-3\xi$)=?

3.31. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases}Ax\cdot e^{-x^2} & ha \quad x>0\\ 0 & ha \quad x\le 0\end{cases}$$

A=? F(x)=?

3.32. Lehet-e valamely ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye az alábbi függvény?

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ha \quad x<0 \\ x^2 & ha \quad 0\le x\le 1 \\ \dfrac{2x+1}{x+2} & ha \quad 1<x \end{cases}$$

3.33. Lehet-e valamely ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye az alábbi függvény?

$$F(x)=\begin{cases} e^x & ha \quad x<0 \\ x^2 & ha \quad 0\le x\le 1 \\ \dfrac{x+1}{x+2} & ha \quad 1<x \end{cases}$$

3.34. Lehet-e valamely ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye az alábbi függvény?

$$F(x)=\begin{cases} 2^{x-1} & ha \quad x<0 \\ \dfrac{x+1}{x+2} & ha \quad 0\le x<1 \\ 1-\dfrac{1}{4x} & ha \quad 1\le x \end{cases}$$

3.35. A ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x)=\begin{cases} A-\dfrac{1}{x} & ha \quad x>1 \\ 0 & ha \quad x\le 1 \end{cases}$$

A=? f(x)=? p(ξ<4)=? E(ξ)=?

3.36. Lehet-e valamely ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye az alábbi függvény?

$$F(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2x^4} & ha \quad x<-1 \\ \dfrac{x+2}{x+3} & ha \quad -1\le x<1 \\ 1-\dfrac{1}{4x} & ha \quad 1<x \end{cases}$$

3.37. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases} Ax\cdot e^{-3x} & ha \quad x>0 \\ 0 & ha \quad x\le 0 \end{cases}$$

A=? F(x)=?

3.38. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases} Ax\cdot\ln x & ha \quad 1<x<e \\ 0 & különben \end{cases}$$

A=?

3.39. A ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x)=\begin{cases} A-e^{-x} & ha \quad x>0 \\ 0 & ha \quad x\le 0 \end{cases}$$

A=? f(x)=? p(ξ >1)=? E(ξ)=? D(ξ)=?

3.40. A ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x)=\begin{cases} 2^{x-1} & ha \quad x<0 \\ \dfrac{x+1}{x+2} & ha \quad 0\le x<1 \\ A-\dfrac{1}{3x} & ha \quad 1<x \end{cases}$$

A=? f(x)=? p(ξ <4)=?

3.41. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{Ax}{x^2+1} & ha \quad 0<x<1 \\ 0 & különben \end{cases}$$

A=? F(x)=? p(ξ <4)=?