FANTASZTIKUS KOMBINATORIKA

Adva van *n* különböző elem

Kiválasztunk *k* darabot

Vesszük az összes elemet és sorba rakjuk

PERMUTÁCIÓ

$P_n = n!$

Ha ugyanolyan elemből több is előfordul, akkor az ismétléses permutáció
A 667778888 számjegyekből alkotható 9 jegyű számsorok száma:
$\frac{9!}{2!\cdot 3!\cdot 4!}$

Ha az n különböző elemet nem lineárisan, hanem ciklikusan helyezzük el, a permutációk száma
$\frac{n!}{n}$

PL1. Hét ember szeretne egymás mellett leülni a) egy padon b) egy kerek asztal körül. Hányféleképpen tehetik ezt meg?
$a) 7! \quad b) \frac{7!}{7}$

A kiválasztás sorrendje számít

VARIÁCIÓ

$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

PARASZTI MÓDSZER:

1.	2.	3.	…	k.
n	n-1	n-2		n-k+1

Ha ugyanaz az elem több helyre is kiválasztható, akkor az ismétléses variáció

$V_n^{k(i)} = n^k$

PARASZTI MÓDSZER:

1.	2.	3.	…	k.
n	n	n		n

PL1. Tíz ember közt öt **különböző** könyvet osztanak ki úgy, hogy mindenki legfeljebb egyet kaphat.
$10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6$

PL2. Egy versenyen húszan indulnak. a)Hányféle dobogós helyezés lehetséges? b)Hányféleképpen használhatnak három különböző doppingszert?
$a) 20\cdot 19\cdot 18 \quad b) 20\cdot 20\cdot 20$

A kiválasztás sorrendje nem számít

KOMBINÁCIÓ

$C_n^k = \binom{n}{k}$

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$\binom{n}{1} = n$

$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$

PL1. Tíz ember közt öt **egyforma** könyvet osztanak ki úgy, hogy mindenki legfeljebb egyet kaphat.

$\binom{10}{5}$

PL.2 Egy selejtezőn minden csapat mindegyikkel egyszer játszott/egy találkozón mindenki mindenkivel egyszer fogott kezet. Összesen 45 mérkőzés/kézfogás történt. Hányan voltak?

$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} = 45$

KEDVEZŐ = ÖSSZ – ROSSZ

Független eseményeknél a lehetőségek száma összeszorzódik: $\textit{és} \Rightarrow \cdot$

Kizáró eseményeknél a lehetőségek száma összeadódik: $\textit{vagy} \Rightarrow +$

1.1. Egy buszon összesen 25-en utaznak és a hat megálló során minden utas leszáll. Hányféleképpen tehetik ezt meg?

1.2. Öt ajándékot szeretnénk kisorsolni 20 gyerek között. Hányféleképpen lehetséges ez, ha

a) Egy gyerek csak egyet kaphat és az ajándékok különbözőek?
b) Egy gyerek többet is kaphat és az ajándékok különbözőek?
c) Egy gyerek csak egyet kaphat és az ajándékok egyformák?

1.3. Tíztagú társaság raftingolni indul egy ötszemélyes egy háromszemélyes és egy kétszemélyes csónakkal.

a) Hányféleképpen ülhetnek a csónakokba, ha a csónakokon belül a helyek között nem teszünk különbséget?
b) Mi a helyzet akkor, ha két adott ember egy csónakba akar kerülni?
c) Mi a helyzet, ha mindenképp külön csónakba akarnak kerülni?

1.4. Az ötös lottón 90 számból húznak öt darabot. Hány lottószelvényt kell kitöltenünk, hogy biztosan megnyerjük a lottóötöst?

a) Ilyenkor nyilván lesz négyes találatunk is. Hány darab lesz vajon?
b) Hány hármasunk lesz?
c) Hány kettesünk?
d) Mi a helyzet a hatos lottóval, ahol 45 számból húznak 6 darabot?

1.5. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyekből hány négyjegyű szám alkotható, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl és

a) páros számot szeretnénk?
b) páratlan számot szeretnénk?
c) 4-gyel osztható számot szeretnénk?
d) olyan számot szeretnénk, amely két páros és két páratlan számjegyet tartalmaz?

1.6. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk. Hányféle különböző szám alkotható, ha

a) Minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
b) Egy számjegyet többször is használhatunk?
c) Minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl és páros számot szeretnénk?
d) Egy számjegyet többször is használhatunk és páros számot szeretnénk?
e) Minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl és páratlan számot szeretnénk?
f) Minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl és néggyel osztható számot szeretnénk?
g) Minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl és öttel osztható számot szeretnénk?
h) Mi a helyzet akkor, ha a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számjegyekből alkotjuk a számokat?

1.7. Tíz különböző szín felhasználásával hányféle különböző

a) Olyan 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol minden cikkely más színű?
b) Olyan 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol a szomszédos cikkelyek nem lehetnek azonos színűek?
c) Olyan 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol két bizonyos színű cikkely nem kerülhet egymás mellé?
d) Olyan 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol csak az egyik szín kétszer szerepel, de nem szomszédos cikkelyen?
e) más-más színű gyöngyből álló 10 szemű nyaklánc készíthető?

1.8. 32 lapos magyar kártyából húzunk 5 lapot. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha a húzott lapok közt

a) pontosan két király lesz?
b) két király lesz és egy ász?
c) nem lesz király?
d) legalább egy király lesz?
e) két király lesz de ász nem?
f) két király és legalább egy ász lesz?
g) két piros lesz?
h) két piros és egy ász lesz?
i) két piros és két király lesz?

VARÁZSLATOS VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

KLASSZIKUS VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁSNÁL AZ A ÉS B ESEMÉNYEK VALÓSZÍNŰSÉGE

$P(A)=\frac{kedvező}{összes}=\frac{|A|}{|\Omega|}$ ÉS $P(B)=\frac{kedvező}{összes}=\frac{|B|}{|\Omega|}$

MŰVELETEK ESEMÉNYEKKEL:

$$P(A+B)=\frac{|A\cup B|}{|\Omega|}$$

$$P(A\cdot B)=\frac{|A\cap B|}{|\Omega|}$$

$$P(\overline{A})=\frac{|\Omega-A|}{|\Omega|}=1-P(A)$$

EZ A KÉPLET BÁRMILYEN A ÉS B ESEMÉNYEKRE IGAZ:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$$

HA A ÉS B KIZÁRÓK, AKKOR $P(A\cdot B)=0$ EZÉRT

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

AZ A ÉS B ESEMÉNYEK PONTOSAN AKKOR FÜGGETLENEK, HA

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$

1.9. Két dobókockát egyszerre földobunk. Legyen az A esemény, hogy mindkét dobás páros, a B esemény pedig, hogy a dobott pontok összege hatnál nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

1.10. Két dobókockát egyszerre földobunk. Legyen az A esemény, hogy legfeljebb az egyik dobás páros, a B esemény pedig, hogy a dobott pontok összege ötnél nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

1.11. Két dobókockát egyszerre földobunk. Legyen az A esemény, hogy a dobott pontok összege legalább tíz, a B esemény pedig, hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?

1.12. Két dobókockát egyszerre földobunk. Legyen az A esemény, hogy a dobott pontok összege páros, a B esemény pedig, hogy a dobások egyike sem nagyobb háromnál. Függetlenek-e az események?

1.13. Két dobókockát egyszerre földobunk. Legyen az A esemény, hogy a dobott pontok összege páros, a B esemény pedig, hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?

1.14. Két dobókockát egyszerre földobunk. Legyen az A esemény, hogy van páros dobás, a B esemény pedig, hogy a dobott pontok összege négynél nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

1.15. Tudjuk, hogy

$P(A)=0{,}6 \quad P(A+B)=0{,}8 \quad P(AB)=0{,}1$

$P(B)=?$

1.16.

a) Tudjuk, hogy A és B események függetlenek, valamint $P(A)=\frac{1}{3}$ $P(A+B)=\frac{4}{9}$

$P(B)=?$ $P(\overline{A}+\overline{B})=?$

b) Tudjuk, hogy A és B események kizárók, valamint $P(A)=\frac{1}{3}$ $P(A+B)=\frac{4}{9}$

$P(B)=?$ $P(\overline{A}+\overline{B})=?$

c) Tudjuk, hogy $P(A)=0{,}4$ és $P(B)=0{,}7$. Kizáró-e A és B?

1.17. Tudjuk, hogy

$P(A|B)=0{,}2 \quad P(A)=0{,}4 \quad P(A+B)=0{,}8$

$P(B)=?$ $P(\overline{A}+\overline{B})=?$

1.18. Egy felmérés során kiderült, a megkérdezettek 30%-a néz reggel TV-t, 60%-a néz este és 20% reggel is és este is. Mi a valószínűsége, hogy ha valaki reggel néz, akkor este is?

1.19. A reggeli hírműsorokat a TV nézők 25%-a nézi. Ezek 80%-a este is néz hírműsort. Az esti hírműsort a TV nézők 70%-a figyeli. Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott TV néző reggel sem és este sem néz hírműsort?

1.20. Egy 12 fős osztályt két hatfős csapatba osztanak. Mi a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos a) azonos csapatba kerül? b) különböző csapatba kerül?

1.21. Egy 20 fős osztályba 8 fiú és 12 lány jár. Kiosztanak közöttük 10 mozijegyet.

a) Mi a valószínűsége, hogy ugyanannyi fiú kap mozijegyet, mint ahány lány?
b) Mi a valószínűsége, hogy csak lányok kapnak?
c) Mi a valószínűsége, hogy csak fiúk kapnak?

1.22. Egy dobozban van 10 diós és 6 mákos süti. A diósakból 3, a mákosakból 5 égett. Addig húzunk, amíg diósat vagy égettet nem húzunk. Mi a valószínűsége, hogy a húzott sütik közt

a) van mákos?
b) van diós?
c) egy mákos van?
d) van égett?
e) van mákos és nincs égett?

1.23. Egy dobozban van 10 diós és 6 mákos süti. A diósakból 3, a mákosakból 4 égett. Addig húzunk, amíg diósat vagy égettet nem húzunk. Mi a valószínűsége, hogy a húzott sütik közt

a) van diós?
b) egy mákos van?
c) egy égett van?
d) nincs égett?
e) pontosan két mákos van?
f) van mákos és van égett?

1.24. Mi a valószínűsége, hogy az ötös lottón a legkisebb kihúzott szám a 17?

1.25. Egy sorsjegy ára 200 forint és minden tízedik sorsjegy nyer. 1000 forintunk van és addig veszünk sorsjegyet,amíg nem nyerünk – vagy amíg el nem fogy a pénzünk.
Adjuk meg a vásárolt sorsjegyek lehetséges számát, és az ezekhez tartozó valószínűségeket.

1.26. Ketten lőnek céltáblára. Az A találati esélye 0,7 a B találati esélye 0,8. Mindketten egy lövést adnak le egymástól függetlenül. Adjuk meg a 0, 1, 2 találat valószínűségét.

1.27. Egy pakli 32 lapos magyar kártyából 5 lapot húzunk. Mi a valószínűsége, hogy csak az első és a harmadik lap ász?

1.28. Egy pakli 32 lapos magyar kártyából 5 lapot húzunk. Mi a valószínűsége, hogy az első és a harmadik lap ász?

1.29. Egy pakli 32 lapos magyar kártyából 5 lapot húzunk. Mi a valószínűsége, hogy a húzott lapok között 2 ász és 1 király van?

1.30. Egy pakli 32 lapos magyar kártyából addig húzunk, amíg ászt nem húzunk. Mi a valószínűsége, hogy a húzott lapok száma öt?

1.31. A hatos lottón 45 számból húznak ki 6-ot. Mi a valószínűsége, hogy hat egymást követő számot húznak ki?

1.32. Egy dobozban van 10 új és 5 használt teniszlabda.

a) Valaki kivesz egy darabot, játszik vele, majd visszarakja. Utána mi húzunk egy labdát. Mi a valószínűsége, hogy újat húzunk?
b) Mi a valószínűsége, hogy újat húzunk, ha az előttünk húzó kettőt vett ki, játszott vele, majd visszarakta?
c) Mi a valószínűsége, hogy hármat húzunk és abból egy új, ha előttünk valaki kettőt vett ki, játszott vele, majd visszarakta?
d) Mi a valószínűsége, hogy hármat húzunk és abból egy új, ha előttünk valaki kettőt vett ki, játszott vele, az egyiket elvesztette, de a másikat visszarakta?

1.33. Két telefonfülke közül az egyik jó, a másik rossz, és 2/3 valószínűséggel elnyeli az érmét, de nem lehet telefonálni. Bemegyünk az egyik fülkébe, bedobjuk az érmét és tudunk telefonálni. Mi a valószínűsége, hogy a jó fülkében vagyunk?