Nevezetes diszkrét eloszlások:

ELOSZLÁS NEVE	KÉPLET	VÁRHATÓ ÉRTÉK	SZÓRÁS
Hipergeometriai eloszlás PARAMÉTEREI: (N, K, n) **ADOTT SELEJTSZÁMÚ MINTAVÉTEL** *N* darab elemből *K* darab selejtes. Annak valószínűsége, hogy *n* elemű mintát véve *k* db a mintában a selejtek száma:	$P(\xi = k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ ξ =0,1,2… maximális értéke *K* és *n* értékei közül a minimális.	$E(\xi) = n\frac{K}{N}$	$D(\xi) = \sqrt{n\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\frac{N-n}{N-1}}$
Binomiális eloszlás PARAMÉTEREI: (p, n) **ADOTT VALÓSZÍNŰSÉGŰ MINTAVÉTEL** Egy esemény bekövetkezésére adva van *n* lehetőség. Egy darab bekövetkezés valószínűsége minden egyes alkalommal *p*. Ekkor annak valószínűsége, hogy a tényleges bekövetkezések száma éppen *k*:	$P(\xi = k) = \binom{n}{k} p^k \ (1-p)^{n-k}$ ξ =0,1,2… maximális értéke *n*	$E(\xi) = np$	$D(\xi) = \sqrt{np(1-p)}$
Poisson eloszlás PARAMÉTEREI: (λ) **ADOTT VÁRHATÓ ÉRTÉKŰ MINTAVÉTEL** Egy mintában a bekövetkezések várható értéke λ. Annak valószínűsége, hogy a tényleges bekövetkezések száma éppen *k*:	$P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ξ=0,1,2… felülről nem korlátos.	$E(\xi) = \lambda$	$D(\xi) = \sqrt{\lambda}$
Negatív binomiális (geometriai) eloszlás PARAMÉTEREI: (p) **OROSZ RULETT** Várunk egy *p* valószínűségű esemény bekövetkezésére. Annak valószínűsége, hogy ez *k*-adikra következik be:	$P(\xi = k) = (1-p)^{k-1}\, p$ ξ =0,1,2… felülről nem korlátos.	$E(\xi) = \frac{1}{p}$	$D(\xi) = \sqrt{\frac{1-p}{p}}$

Várható érték:
A ξ értékeinek a hozzá tartozó valószínűségekkel súlyozott átlaga. Jele: *E(ξ)*

$$E(\xi) = \sum x_i \cdot p(\xi = x_i)$$

$E(\xi+\eta)=E(\xi)+E(\eta)$
$E(c\cdot \xi)=c\cdot E(\xi)$
$E(c)=c$
$\mathbf{E(a\cdot\xi+b)=a\cdot E(\xi)+b}$

Második momentum:
A ξ értékeinek négyzete a hozzá tartozó valószínű-ségekkel súlyozott átlaga. Jele: *E(ξ)*

$$E(\xi^2) = \sum x_i^2 \cdot p(\xi = x_i)$$

$D(c\cdot\xi)=|c|\cdot D(\xi)$
$D(\xi+c)=D(\xi)$
$\mathbf{D(a\cdot\xi+b)=|a|\cdot D(\xi)}$

Szórás:
Az átlagtól való négyzetes eltérés várható értékének négyzetgyöke. Jele: *D(ξ)*

$$D(\xi) = \sqrt{E(\xi^2) - E^2(\xi)}$$

Ha ξ és η független, akkor

$E(\xi\cdot\eta)=E(\xi)E(\eta)$
$D^2(\xi+\eta)=D^2(\xi)+D^2(\eta)$

FELTÉTELES VALÓSZÍNŰSÉG TÉTELE

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

TELJES VALÓSZÍNŰSÉG TÉTELE

Ha B_1 B_2 és így tovább B_n teljes eseményrendszer, valamint A tetszőleges esemény, akkor

$$P(A)=P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\ldots+P(A|B_n)P(B_n)$$

BAYES-TÉTEL

Akkor használjuk, ha egy korábban bekövetkezett (B_k) esemény valószínűségét akarjuk kiszámolni egy később bekövetkezett (A) tükrében. Ha B_1 B_2 és így tovább B_n teljes eseményrendszer, valamint A tetszőleges esemény, akkor bármely B_k eseményre

$$P(B_k|A)=\frac{P(A|B_k)P(B_k)}{P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\ldots+P(A|B_n)P(B_n)}$$

MARKOV-EGYENLŐTLENSÉG

$$P(\xi\geq t\cdot E(\xi))\leq\frac{1}{t}$$

NAGY SZÁMOK TÖRVÉNYE (*Bernoulli*)

$$P\left(\left|\frac{\xi}{n}-p\right|\geq\varepsilon\right)\leq\frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2}\qquad P\left(\left|\frac{\xi}{n}-p\right|<\varepsilon\right)>1-\frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2}$$

CSEBISEV-EGYENLŐTLENSÉG

$$P(|\xi-E(\xi)|\geq t\cdot D(\xi))\leq\frac{1}{t^2}\qquad P(|\xi-E(\xi)|<t\cdot D(\xi))>1-\frac{1}{t^2}$$

ELOSZLÁS- ÉS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY TULAJDONSÁGAI

***F(x)* eloszlásfüggvény tulajdonságai:** I. $\lim_{-\infty} F(x)=0$ II. $\lim_{\infty} F(x)=1$ III. Monoton nő IV. Balról folytonos	Adott $F(x)$ eloszlásfüggvény, kell $f(x)$ sűrűségfüggvény: $f(x)=F'(x)$
***f(x)* sűrűségfüggvény tulajdonságai:** I. Nem negatív II. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$	Adott $f(x)$ sűrűségfüggvény, kell $F(x)$ eloszlásfüggvény: $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

VALÓSZÍNŰSÉGEK KISZÁMOLÁSA FOLYTONOS VALÓSZÍNŰSÉGI VÁLTOZÓK ESETÉN AZ ELOSZLÁS- ÉS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY SEGÍTSÉGÉVEL

1.

$$P(\xi < a) = F(a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)dx$$

$$P(\xi > a) = 1 - F(a) = \int_{a}^{\infty} f(x)dx$$

$$P(a < \xi < b) = F(b) - F(a) = \int_{a}^{b} f(x)dx$$

$$P(\xi < a, \eta < b) = \int_{-\infty}^{a}\int_{-\infty}^{b} f(x,y)dydx = F(a,b)$$

$$P(\alpha < \xi < \beta, \gamma < \eta < \delta) = \int_{\alpha}^{\beta}\int_{\gamma}^{\delta} f(x,y)dydx$$

Nevezetes folytonos eloszlások:

2.

ELOSZLÁS NEVE	ELOSZLÁSFÜGGVÉNY	SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY	VÁRHATÓ ÉRTÉK	SZÓRÁS
Egyenletes eloszlás PARAMÉTEREI: (a,b)	$F(x)=\begin{cases} 0, & ha\ x \le a \\ \frac{x-a}{b-a}, & ha\ a < x \le b \\ 1, & ha\ b < x \end{cases}$	$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{b-a}, & ha\ a < x \le b \\ 0, & különben \end{cases}$	$E(\xi)=\frac{a+b}{2}$	$D(\xi)=\frac{b-a}{\sqrt{12}}$
Exponenciális eloszlás PARAMÉTEREI: (λ) A dolgok időbeli vagy távolságbeli bekövetkezésének eloszlása.	$F(x)=\begin{cases} 0, & ha\ x \le 0 \\ 1-e^{-\lambda x}, & ha\ 0 < x \end{cases}$	$f(x)=\begin{cases} 0, & ha\ x \le 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & ha\ 0 < x \end{cases}$	$E(\xi)=\frac{1}{\lambda}$	$D(\xi)=\frac{1}{\lambda}$
Normális eloszlás PARAMÉTEREI: (m,σ) A dolgok mennyiségbeli eloszlása.	$F(x)=\Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	$E(\xi)=m$	$D(\xi)=\sigma$
Standard normális eloszlás	$\Phi(x)$ =Lásd standard normális eloszlás táblázat!	$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$	$E(\xi)=0$	$D(\xi)=1$

Várható érték: $E(\xi)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

Második momentum: $E(\xi^2)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$

Szórás: $D(\xi)=\sqrt{E(\xi^2)-E^2(\xi)}$

TÖBBVÁLTOZÓS VALÓSZÍNŰSÉGI ELOSZLÁSOK

Együttes eloszlásfüggvény
$F(x,y)$

$f(x,y)=F''_{xy}$

$F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)\,dv\,du$

Együttes sűrűségfüggvény
$f(x,y)$

$F(x)=\lim_{y\to\infty} F(x,y)$

$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy$

ξ perem-eloszlásfüggvénye
$F(x)$

$f(x)=F'_x$

$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(u)\,du$

ξ perem-sűrűségfüggvénye
$f(x)$

$F(y)=\lim_{x\to\infty} F(x,y)$

$f(y)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx$

η perem-eloszlásfüggvénye
$F(y)$

$f(y)=F'_y$

$F(y)=\int_{-\infty}^{y} f(v)\,dv$

η perem-sűrűségfüggvénye
$f(y)$

ξ ÉS η EGYÜTTES ELOSZLÁSÁNAK KOVARIANCIÁJA ÉS KORRELÁCIÓJA

	ξ értékei		
η értékei	*ξ és η együttes eloszlása*	*η perem-eloszlása*	
	ξ peremeloszlása	*1*	

Kovariancia kiszámolása:
cov(ξ ; η) = E(ξ·η) − E(ξ)·E(η)

Kovariancia számolható közvetlenül a szórásokból is:

$$\mathrm{cov}(\xi;\eta)=\frac{D^2(\xi+\eta)-D^2(\xi)-D^2(\eta)}{2}$$

Korreláció kiszámolása:

$$R(\xi;\eta)=\frac{\mathrm{cov}(\xi;\eta)}{D(\xi)\cdot D(\eta)}$$