

Hálózatok II

gyakorló feladatok 3.

Lukovszki Tamás

1. feladat: CAN. Tekintsük a következő véletlen kísérletet egy bináris fával, amely egy Peer befűzésének felel meg a CAN-adatstruktúrájában. Először kiválasztjuk a gyökeret. Ha a kiválasztott csomópont v levél, akkor hozzáadunk a fához két új levelet, melyeknek a szülője v lesz. (Ezzel v belső csomópont lesz.) Ha a kiválasztott csomópont egy belső csomópont, akkor kiválasztjuk véletlenül $1/2 - 1/2$ valószínűséggel az egyik gyermekét. Ezt addig ismételjük, amíg el nem érünk egy levelet, melyből aztán két új levél hozzáadása után belső csomópont lesz.

Így az első fordulóban a fa csak a gyökérből áll. A második fordulóban a gyökérből és két levélből, stb...

1. Hány levelet tartalmaz a fa az n -edik forduló után?
2. Hány belső csomópontot tartalmaz a fa az n -edik forduló után?
3. Mi a valószínűsége, hogy az n -edik fordulóban egy olyan fa áll elő, amelyben minden belső csomópont egy láncon van?
4. Legyen v egy levél a fában az $(n - 1)$ -edik forduló után, melynek a mélysége (távolsága a gyökértől) k . Mi a valószínűsége, hogy az n -edik fordulóban v -t választjuk ki és v -hez két gyermeket fűzünk?

2. feladat: CAN. Legyen $h : \mathbb{N} \rightarrow [0, 1] \times [0, 1]$ egy kétértékű hash-függvény, azaz $h(k) = (h_x(k), h_y(k))$, ahol

$$h_x(k) = \frac{(2k \bmod 17) \bmod 8}{8} \text{ és } h_y(k) = \frac{(x \bmod 17) \bmod 8}{8}.$$

Legyen $P = \{2, 5, 6, 10, 14, 16\}$ a Peer-ek azonosítóinak sorozata és legyen $A = \{3, 6, 7, 11, 15, 17\}$ az adatok kulcsainak sorozata. Mind a Peer-eket mind az adatokat a h függvény képezi le a $[0, 1] \times [0, 1]$ egységnégyzetre.

1. Fűzze be a CAN adatstruktúrába a Peer-eket a P -nek megfelelő sorrendben. Minden Peer befűzése után rajzolja le az egységnégyzet felosztását és a megfelelő bináris fát.
2. Mely Peer-ek a szomszédjai a 6-os azonosítójú Peer-nek?
3. Mekkora a hálózat átmérője?
4. Fűzze be a CAN adatstruktúrába az adatokat az A -nak megfelelő sorrendben. Melyik adat melyik Peer-en tárolódik? Hány adatot (kulcsot) tárol a maximális terhelésű Peer?
5. Mely Peer-eken keresztül történik a routing, ha a 6-os azonosítójú Peer a 3-as kulcsú adatot kéri? Ha a 7-es kulcsú adatot? Ha a 11-es kulcsú adatot?
6. Törölje a CAN adatstruktúrájából a Peer-t, melynek azonosítója 6. Melyik Peer veheti át a törölt Peer zónáját és adatait? Ezután törölje a 14-es Peer-t. Hajtson végre defragmentálást. Hol tárolódnak az adatok a defragmentálás után?

3. feladat: CHORD. Tekintsünk egy n Peer-ből álló CHORD-hálózatot, melyben a Peer-ek a $\{0, \dots, 2^m - 1\}$ halmazra képeződnek le, $n \ll 2^m$, véletlenül egyenletes eloszlással.

1. Mekkora a valószínűsége, hogy egy adott Peer pontosan a k címre képeződik le?
2. Mi a várható értéke két szomszédos Peer címe közötti különbségnek? (Ez egy Peer tartományának várható értéke.)
3. Mi a valószínűsége, hogy egy adott Peer egy adott $(c \ln n) \frac{2^m}{n}$, $c > 0$, hosszú intervallumban lévő címre képeződik le? Legyen $m = 32$, $n = 1000$, $c = 1$. Mennyi ez a valószínűség.
4. Mi a valószínűsége, hogy az összes n Peer egy adott $(c \ln n) \frac{2^m}{n}$, $c > 0$, hosszú intervallumon kívüli címre képeződik le? Legyen $m = 32$, $n = 1000$, $c = 2$. Mennyi ez a valószínűség? ($\ln 1000 \approx 6,9$)
 Mi a valószínűsége, hogy az összes 1000 Peer egy adott $22 \cdot \frac{2^{32}}{1000}$, hosszú intervallumon kívüli címre képeződik le?
 Mi a valószínűsége, hogy az összes 1000 Peer egy adott $29 \cdot \frac{2^{32}}{1000}$, hosszú intervallumon kívüli címre képeződik le?
5. Mi a valószínűsége, hogy marad olyan $(1 + c \ln n) \frac{2^m}{n}$, $c > 0$, hosszú intervallum, amelybe nem képeződik le Peer?
 Legyen $m = 32$, $n = 1000$, $c = 3$. Mennyi ez a valószínűség?
6. Mi a várható értéke $n/2$ szomszédos Peer címe közötti különbségnek (a gyűrűn $n/2$ egymást követő Peer)? Azaz mekkora a várható értéke annak a tartománynak együttesen, amely $n/2$ szomszédos Peer-hez tartozik?
7. Mi a valószínűsége, hogy az $[0, 2^{m-1})$ intervallum több mint $(1 + \sqrt{\frac{6 \ln n}{n}}) \frac{n}{2}$ Peer-t tartalmaz? Legyen $n = 1000$. Mennyi ez a valószínűség?

4. feladat: CHORD. Legyen $r_V(b)$ egy hash-függvény, ami egy b Peer-t véletlenül képez le a $\{0, \dots, 2^m - 1\}$ tartományra. Legyen az A, B, C, D, E Peer-ek leképezése a következő táblázat által adott:

Peer b	$r_V(b)$
A	6
B	30
C	59
D	85
E	105

Legyen $m = 7$. A Peer-ek a fenti táblázat által adott sorrendben kerülnek befűzésre a CHORD-hálózatba. Rajzolja le minden befűzés után a CHORD-gyűrűt és rajzolja be a *finger*-mutatókat minden Peer-hez.