

# Relációs adatbázisok tervezése ---1

Tankönyv: Ullman-Widom:  
Adatbázisrendszerek Alapvetés  
Második, átdolgozott kiadás, 2009

---



3.3.1. Bevezetés: anomáliák

3.3.2. Relációk felbontása

3.1. Funkcionális függőségek

3.2. Funk.függőségek szabályai,  
 $X^+$  attribútumhalmaz lezártja,  
és  $X^+$  kiszámítására algoritmus,  
Funkc.függőségi halmazok lezárása,  
Funkcionális függőségek vetítése

Folyt. 2.részben: 3.3.3-3.3.4. Boyce-Codd normálforma és  
3.4. A felbontások tulajdonságai, 3.részben 3NF, stb.

# Relációs adatmodell története

- **E.F. Codd** 1970-ban publikált egy cikket  
A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks  
Link: <http://www.seas.upenn.edu/~zives/03f/cis550/codd.pdf>  
amelyben azt javasolta, hogy az adatokat táblázatokban, **relációkban** tárolják. Az elméletére alapozva jött létre a relációs adatmodell, és erre épülve jöttek létre a relációs adatmodellen alapuló (piaci) relációs adatbázis-kezelők.
- **Relációs sématervezés:** függőségeken alapuló felbontás, normalizálás: Ezen a kurzuson a funkcionális függőségen alapuló Boyce\_Codd normálformát (BCNF) és a 3NF-t, illetve a többértékű függőségen alapuló 4normálformát tanuljuk, és megvizsgáljuk a felbontások tulajdonságait (veszteségmentesség, függőségörzés).

# Tankönyv 3.fejezet: Bevezető példa

- Több tábla helyett -> vegyük egy táblában lenne  
Melyik séma jobb?

Sörivő(név, cím, kedveltSörök, gyártó, aKedvencSör)

név	cím	kedveltSörök	gyártó	kedvencS
Janeway	Voyager	Bud	A.B.	WickedAle
Janeway	???	WickedAle	Pete's	???
Spock	Enterprise	Bud	???	Bud

- **Redundáns adat**, a ??? helyén mi szerepel, ha mindenkinek csak egy lakcíme és aKedvencSöre lehet, vagyis a név meghatározza a címet és a aKedvencSör-t és a Söröknek is egy gyártója

lehet

# Hibás tervezés problémái

A rosszul tervezettség anomáliákat is eredményez  
Sörivó(név, cím, kedveltSörök, gyártó, aKedvencSör)

név	cím	kedveltSörök	gyártó	kedvencS
Janeway	Voyager	Bud	A.B.	WickedAle
Janeway	???	WickedAle	Pete's	???
Spock	Enterprise	Bud	???	Bud

- **Módosítási anomália:** ha Janeway-t Jane-re módosítjuk, megtesszük-e ezt minden sornál?
- **Törlési anomália:** Ha senki sem szereti a Bud sört, azzal töröljük azt az infót is, hogy ki gyártotta.
- **Beillesztési anomália:** és felvinni ilyen gyártót?

# Relációs sémák tervezése

- Cél: az anomáliák és a redundancia megszüntetése.
- **Módosítási anomália** : egy adat egy előfordulását megváltoztatjuk, más előfordulásait azonban nem.
- **Törlési anomália** : törléskor olyan adatot is elveszítünk, amit nem szeretnénk.
- **Beillesztési anomália** : megszorítás, trigger kell, hogy ellenőrizni tudjuk (pl. a kulcsfüggőséget)
- **Redundancia** (többszörös tárolás feleslegesen)

# Dekomponálás (felbontás)

A fenti problémáktól dekomponálással (felbontással) tudunk megszabadulni:

➤ **Definíció:**

$d = \{R_1, \dots, R_k\}$  az  $(R, F)$  **dekompozíciója**, ha nem marad ki attribútum, azaz  $R_1 \cup \dots \cup R_k = R$ .  
Az adattábla felbontását projekcióval végezzük.

➤ **Példa:**

$R = ABCDE$ ,  $d = \{AD, BCE, ABE\}$

3 tagú dekompozíció, ahol

$R_1 = AD$ ,  $R_2 = BCE$ ,  $R_3 = ABE$ ,

# Felbontásra vonatkozó elvárások

## ➤ Elvárások

(1) **A vetületek** legyenek jó tulajdonságúak, és a vetületi függőségi rendszere egyszerű legyen (normálformák: BCNF, 3NF, 4NF, később)

(2) **A felbontás** is jó tulajdonságú legyen, vagyis ne legyen információvesztés:

**Veszteségmentes** legyen a felbontás (VM)

(3) **Függőségek megőrzése** a vetületekben (FŐ)

➤ **Tételek** (ezekre nézünk majd algoritmusokat)

➤ Mindig van **VM BCNF-ra való felbontás**

➤ Mindig van **VM FŐ 3NF-ra való felbontás**

# Relációs sématervezés (vázlat)

- **I. Függőségek:** a sématervezésnél használjuk
  - Funkcionális függőség
  - Többértékű függőség
- **II. Normalizálás:** „jó” sémákra való felbontás
  - Funkcionális függőség -> BCNF
  - Funkcionális függőség -> 3NF
  - Többértékű függőség -> 4NF
- **III. Felbontás tulajdonságai:** „jó” tulajdonságok
  - Veszteségmentesség
  - Függőségörző felbontás



# Funkcionális függőségek

- $X \rightarrow Y$  az  $R$  relációra vonatkozó megszorítás, miszerint ha két sor megegyezik  $X$  összes attribútumán,  $Y$  attribútumain is meg kell, hogy egyezzenek.
- **Jelölés:**  $X, Y, Z, \dots$  attribútum halmazokat;  $A, B, C, \dots$  attribútumokat jelöl.
- **Jelölés:**  $\{A, B, C\}$  attribútum halmaz helyett  $ABC$ -t írunk.

# Funkcionális függőségek (definíció)

**Definíció.** Legyen  $R(U)$  egy relációséma, továbbá  $X$  és  $Y$  az  $U$  attribútum-halmaz részhalmazai.

**$X$ -től funkcionálisan függ  $Y$**  (jelölésben  $X \rightarrow Y$ ), ha bármely  $R$  feletti  $T$  tábla esetén valahányszor két sor megegyezik  $X$ -en, akkor megegyezik  $Y$ -on is  $\forall t_1, t_2 \in T$  esetén  $(t_1[X]=t_2[X] \Rightarrow t_1[Y]=t_2[Y])$ .

Ez lényegében azt jelenti, hogy az  $X$ -beli attribútumok értéke egyértelműen meghatározza az  $Y$ -beli attribútumok értékét.

- **Jelölés:**  $R \models X \rightarrow Y$  vagyis  $R$  kielégíti  $X \rightarrow Y$  függőséget

# Példa: Funkcionális függőség

Sörivók(név, cím, kedveltSörök, gyártó, aKedvencSör)

Feltehetjük például, hogy az alábbi FF-ek teljesülnek:

név	cím	kedveltSörök	gyártó	aKedvencSör
Janeway	Voyager	Bud	A.B.	WickedAle
Janeway	Voyager	WickedAle	Pete's	WickedAle
Spock	Enterprise	Bud	A.B.	Bud

Mert név -> cím

Mert név -> aKedvencSör

Mert kedveltSörök -> gyártó

# Jobboldalak szétvágása (FF)

- $X \rightarrow A_1 A_2 \dots A_n$  akkor és csak akkor teljesül  $R$  relációra, ha  $X \rightarrow A_1, X \rightarrow A_2, \dots, X \rightarrow A_n$  is teljesül  $R$ -en.
- Példa:  $A \rightarrow BC$  ekvivalens  $A \rightarrow B$  és  $A \rightarrow C$  függőségek kettősével.
- Baloldalak szétvágására nincs szabály!!!
- Ezért elég nézni, ha a FF-k jobboldalán egyetlen attribútum szerepel

# Kulcs, superkulcs

- Funkcionális függőség  $X \rightarrow Y$  speciális esetben, ha  $Y = U$ , ez a kulcsfüggőség.
- $R(U)$  relációséma esetén az  $U$  attribútum-halmaz egy  $K$  részhalmaza akkor és csak akkor **superkulcs**, ha a  $K \rightarrow U$  FF teljesül.
- A kulcsot tehát a függőség fogalma alapján is lehet definiálni: **olyan  $K$  attribútum-halmazt nevezünk kulcsnak, amelytől az összes többi attribútum függ (vagyis superkulcs), de  $K$ -ból bármely attribútumot elhagyva ez már nem teljesül (vagyis minimális superkulcs)**

# Példa: szuperkulcs, kulcs

Sörivók(név, cím, kedveltSörök, gyártó, aKedvencSör)

- {név, kedveltSörök} **szuperkulcs**, ez a két attr. meghatározza funkcionálisan a maradék attr-kat.

név -> cím aKedvencSör

kedveltSörök -> gyártó

- {név, kedveltSörök} **kulcs**, hiszen sem {név}, sem {kedveltSörök} nem szuperkulcs.

név -> gyártól; kedveltSörök -> cím nem telj.

- Az előbbi kívül nincs több kulcs, de számos szuperkulcs megadható (ami ezt tartalmazza)

## Másik példa (több kulcs is lehet)

- Legyen  $ABC$  sémán def.FF-ek:  $AB \rightarrow C$  és  $C \rightarrow B$ .
  - Példa:  $A =$  utca,  $B =$  város,  $C =$  irányítószám.
- Itt két kulcs is van:  $\{A, B\}$  és  $\{A, C\}$ .

# Az implikációs probléma

- Legyenek  $X_1 \rightarrow A_1, X_2 \rightarrow A_2, \dots, X_n \rightarrow A_n$  adott FF-k, szeretnénk tudni, hogy  $Y \rightarrow B$  teljesül-e olyan relációkra, amire az előbbi FF-k teljesülnek.
- Példa:  $A \rightarrow B$  és  $B \rightarrow C$  teljesülése esetén  $A \rightarrow C$  biztosan teljesül.
- Implikációs probléma eldöntése definíció alapján (minden előfordulásra ellenőrizni) túl nehéz, de van egyszerűbb lehetőség: levezetési szabályok segítségével, lásd Armstrong-axiómák.



# Armstrong-axiómák

Legyen  $R(U)$  relációséma és  $X, Y \subseteq U$ , és jelölje  $XY$  az  $X$  és  $Y$  attribútum-halmazok egyesítését.  
 $F$  legyen funkcionális függőségek tetsz. halmaza.

## Armstrong axiómák:

- A1 (reflexivitás):  $Y \subseteq X$  esetén  $X \rightarrow Y$ .
- A2 (bővíthetőség):  $X \rightarrow Y$  és tetszőleges  $Z$  esetén  
 $XZ \rightarrow YZ$ .
- A3 (tranzitivitás):  $X \rightarrow Y$  és  $Y \rightarrow Z$  esetén  $X \rightarrow Z$ .

# Levezetés fogalma

- $F$  implikálja  $X \rightarrow Y$ -t ( $F$ -nek következménye  $X \rightarrow Y$ ), ha minden olyan táblában, amelyben  $F$  összes függősége teljesül, azokra  $X \rightarrow Y$  is teljesül.

Jelölés:  $F \models X \rightarrow Y$ , ha  $F$  implikálja  $X \rightarrow Y$ -et.

- $X \rightarrow Y$  levezethető  $F$ -ből, ha van olyan  $X_1 \rightarrow Y_1, \dots, X_k \rightarrow Y_k, \dots, X \rightarrow Y$  véges levezetés, hogy  $\forall k$ -ra  $X_k \rightarrow Y_k \in F$  vagy  $X_k \rightarrow Y_k$  az FD1, FD2, FD3 axiómák alapján kapható a levezetésben előtte szereplő függőségekből.

Jelölés:  $F \vdash X \rightarrow Y$ , ha  $X \rightarrow Y$  levezethető  $F$ -ből

# További levezethető szabályok:

4. Szétvághatósági (vagy felbontási) szabály  
 $F \vdash X \rightarrow Y$  és  $Z \subseteq Y$  esetén  $F \vdash X \rightarrow Z$ .
5. Összevonhatósági (vagy unió) szabály  
 $F \vdash X \rightarrow Y$  és  $F \vdash X \rightarrow Z$  esetén  $F \vdash X \rightarrow YZ$ .
6. Pszeudotranzitivitás  
 $F \vdash X \rightarrow Y$  és  $F \vdash WY \rightarrow Z$  esetén  $F \vdash XW \rightarrow Z$ .

**Bizonyítás (4):** Reflexivitási axióma miatt  $F \vdash Y \rightarrow Z$ , és tranzitivitási axióma miatt  $F \vdash X \rightarrow Z$ .

**Bizonyítás (5):** Bővítési axióma miatt  $F \vdash XX \rightarrow YX$  és  $F \vdash YX \rightarrow YZ$ , és  $XX=X$ , valamint a tranzitivitási axióma miatt  $F \vdash X \rightarrow YZ$ .

**Bizonyítás (6):** Bővítési axióma miatt  $F \vdash XW \rightarrow YW$ , és  $YW=WY$ , és a tranzitivitási axióma miatt  $F \vdash XW \rightarrow Z$ .

# Szétvághatóság/összevonhatóság

- A szétvághatósági és összevonhatósági szabályok következménye:

$$F \mid\!\!\! \dashv\!\!\! \rightarrow X \rightarrow Y \Leftrightarrow \forall A_i \in Y \text{ esetén } F \mid\!\!\! \dashv\!\!\! \rightarrow X \rightarrow A_i$$

- A következmény miatt feltehető, hogy a függőségek jobb oldalai 1 attribútumból állnak.
- **Fontos!** A függőségeknek csak a jobboldalát lehet szétbontani, a baloldalra ez természetesen nem igaz (például {filmcím, év}  $\rightarrow$  stúdió)

# Armstrong-axiómák (tétel)

- **TÉTEL:** Az Armstrong-axiómarendszer helyes és teljes, azaz minden levezethető függőség implikálódik is, illetve azok a függőségek, amelyeket  $F$  implikál azok levezethetők  $F$ -ből.

$$F \vdash X \rightarrow Y \Leftrightarrow F \models X \rightarrow Y$$

# Implikáció eldöntése --- Lezárással

- Implikációs probléma:  
Legyenek  $X_1 \rightarrow A_1, X_2 \rightarrow A_2, \dots, X_n \rightarrow A_n$  adott FF-k, szeretnénk tudni, hogy  $Y \rightarrow B$  teljesül-e minden olyan relációkra, amire az előbbi FF-k teljesülnek. Hogyan tudjuk ellenőrizni, hogy egy előfordulás nem teljesíti  $Y \rightarrow B$  ?
- Mivel az Armstrong axiómarendszer helyes és teljes, elegendő a levezetési szabályokkal levezetni. Még a levezetési szabályoknál is van egyszerűbb út: **kiszámítjuk  $Y$  lezártját:  $Y^+$ -t**
- Attribútum-halmaz lezárására teszt:

# Attribútumhalmaz lezártja (definíció)

- Adott  $R$  séma és  $F$  funkcionális függőségek halmaza mellett,  $Y^+$  az összes olyan  $A$  attribútum halmaza, amire  $Y \rightarrow A$  következik  $F$ -ből.
- $(R, F)$  séma esetén legyen  $Y \subseteq R$ .
- **Definíció:**  $Y^{+(F)} := \{A \mid F \vdash Y \rightarrow A\}$   
az  $Y$  attribútum-halmaz lezárása  $F$ -re nézve.

# Attribútumhalmaz lezártja (lemma)

- LEMMA:  $F \mid\!\!\! \dashv\!\!\! \rightarrow Y \rightarrow Z \Leftrightarrow Z \subseteq Y^+$ .

Bizonyítás:

( $\Rightarrow$ )  $\forall A \in Z$  esetén a reflexivitás és tranzitivitás miatt  $F \mid\!\!\! \dashv\!\!\! \rightarrow Y \rightarrow A$ , azaz  $Z \subseteq Y^+$ .

( $\Leftarrow$ )  $\forall A \in Z \subseteq Y^+$  esetén  $F \mid\!\!\! \dashv\!\!\! \rightarrow Y \rightarrow A$ , és az egyesítési szabály miatt  $F \mid\!\!\! \dashv\!\!\! \rightarrow Y \rightarrow Z$ .

- Lemma következménye: az implikációs probléma megoldásához elég az  $Y^+$ -t hatékonyan kiszámolni.



# Algoritmus $X^+$ attr.halmaz lezártja

- Input:  $Y$  attribútumhz.,  $F$  funk.függőségek hz.
- Output:  $Y^+$  (zárás, típusa: attribútumhalmaz)
- **Algoritmus  $Y^+$  kiszámítására:**

/\* Iteráció, amíg  $Y(n)$  változik \*/

$Y(0) := Y$

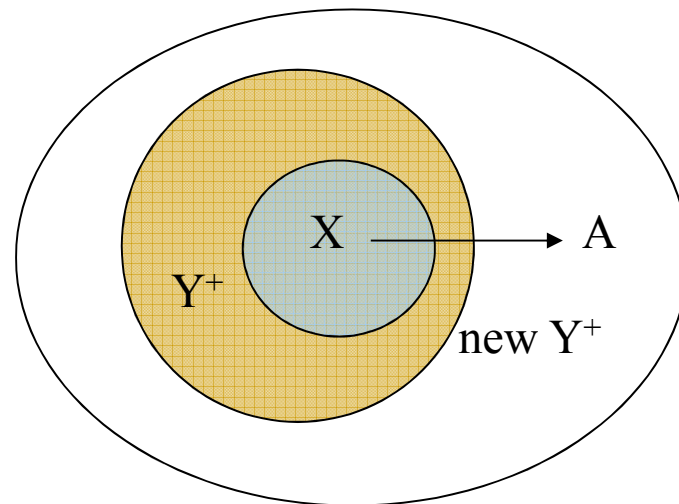
$Y(n+1) := Y(n) \cup \{A \mid \underline{X \rightarrow Z} \in F, A \in Z, X \subseteq Y(n)\}$

Ha  $Y(v+1) = Y(v)$ , akkor Output:  $Y(v) = Y^+$ .

- Miért működik az  $Y^+$  lezárási algoritmus?  
(Tankönyv 3.2.5. szakasz, 81-83. oldal)

# Lezárás (teszt)

- **Kiindulás:**  $Y^+ = Y$
- **Indukció:** Olyan FF-ket keresünk, melyeknek a baloldala már benne van  $Y^+$ -ban. Ha  $X \rightarrow A$  ilyen,  $A$ -t hozzáadjuk  $Y^+$ -hoz.



# A lezárást kiszámító algoritmus „helyes”

- Az algoritmus „tényleg”  $Y^+$ -t számítja ki. Vagyis:
  1. Ha az  $A$  attribútum valamely  $i$ -re belekerül  $Y(i)$ -be, akkor  $A$  valóban eleme  $Y^+$ -nak.
  2. Másfelől, ha  $A \in Y^+$ , akkor létezik olyan  $i$ , amire  $A$  belekerül  $Y(i)$ -be.
- Az első állítás: Miért csak az igaz funkcionális függőségeket fogadja el a lezárási algoritmus? Könnyen bizonyítható indukcióval [Tk.3.2.5.]

# A lezárást kiszámító algoritmus „teljes”

- A második állítás: Miért talál meg minden igaz függőséget a lezárási algoritmus? [Tk.3.2.5.]
- Konstruktív bizonyítás: Tegyük fel, hogy  $A \in Y^+$ , és nem olyan  $i$ , amire  $A$  belekerül  $Y(i)$ -be

	$X^+$ elemei	más attribútumok
t	111 ... 111	000 ... 000
s	111 ... 111	111 ... 111

- Ekkor  $I$ -re minden  $F^+$ -beli függőség teljesül
- $I$ -re viszont nem teljesül  $X \rightarrow A$

# Példa: Attribútumhalmaz lezárása

$R=ABCDEFGG, \{AB \rightarrow C, B \rightarrow G, CD \rightarrow EG, BG \rightarrow E\}$

$X=ABF, X^+=?$

$X(0):=ABF$

$X(1):=ABF \cup \{C, G\} = ABCFG$

$X(2):=ABCFG \cup \{C, G, E\} = ABCEFG$

$X(3):=ABCEFG$

$X^+ = ABCEFG$

# Tankönyv 3.5.2. feladata (111.o.)

- **Órarend adatbázis:** Kurzus(**K**), Oktató(**O**), Időpont(**I**), Terem(**T**), Diák(**D**), Jegy(**J**)
- **Feltételek:**
  - Egy kurzust csak egy oktató tarthat:  $K \rightarrow O$ .
  - Egy helyen egy időben egy kurzus lehet:  $IT \rightarrow K$ .
  - Egy időben egy tanár csak egy helyen lehet:  $IO \rightarrow T$ .
  - Egy időben egy diák csak egy helyen lehet:  $ID \rightarrow T$ .
  - Egy diák egy kurzust egy végső jeggyel zár:  $KD \rightarrow J$ .
- **$R=KOITDJ$   $F= \{K \rightarrow O, IT \rightarrow K, IO \rightarrow T, ID \rightarrow T, KD \rightarrow J\}$**
- **Feladat:** Határozzuk meg a  $(R, F)$  kulcsait az  $X^+$  kiszámítási algoritmusa segítségével.

# Relációs adatbázisok tervezése ---2

Tankönyv: Ullman-Widom:  
Adatbázisrendszerek Alapvetés  
Második, átdolgozott kiadás,  
Panem, 2009

---

3.2.8. Funkcionális függ-ek vetítése

3.3.3. Boyce-Codd normálforma

3.3.4. BCNF-ra való felbontás

Folyt. 3.4. Információ visszanyerése  
a komponensekből. Chase-teszt  
a veszteségmentesség ellenőrzésére



# FF-i halmaz vetülete (definíció)

- Tegyük fel, hogy adott az  $R$  reláció egy  $F$  funkcionális függőségi halmazzal.
- Vegyük  $R$  egy vetítését  $L$ -re:  $R_1 = \Pi_L ( R )$ , ahol  $L$  az  $R$  reláció sémájának néhány attribútuma.
- Mely függőségek állnak fenn a vetületben?
- Erre a választ az  **$F$  funkcionális függőségek  $L$ -re való vetülete** adja, azok a függőségek, amelyek
  - (1) az  $F$ -ből levezethetők és
  - (2) csak az  $L$  attribútumait tartalmazzák.

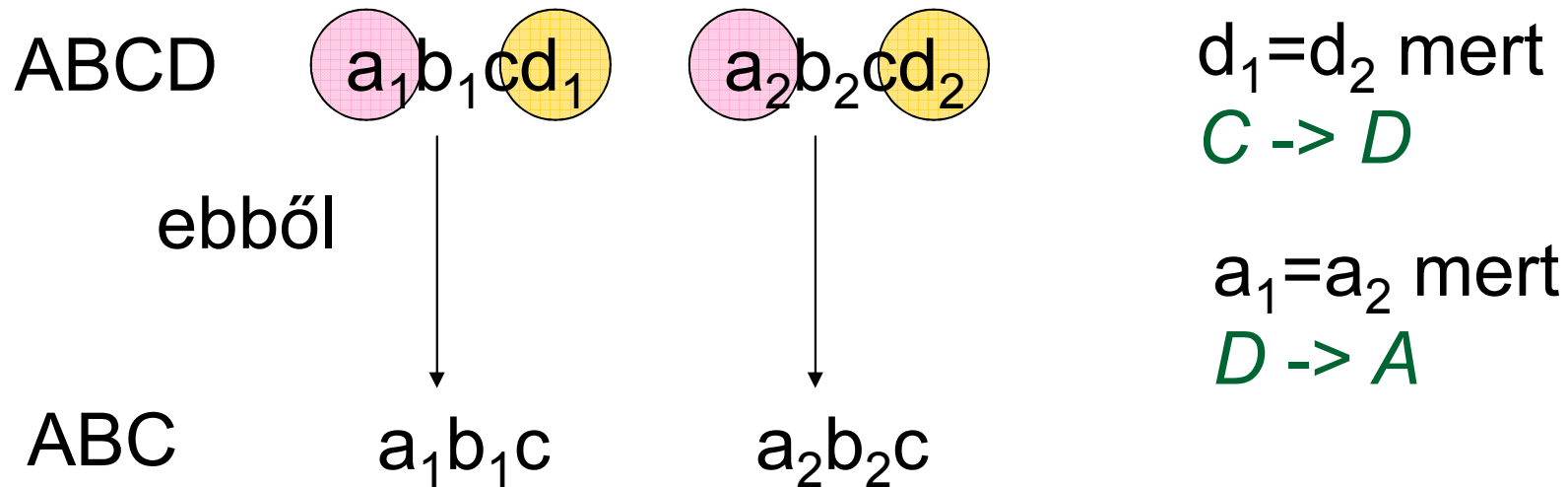


# FF-ek vetítése

- **Motiváció:** „normalizálás”, melynek során egy reláció sémát több sémára bonthatunk szét.
- **Definíció: Függőségek vetülete**  
Adott  $(R, F)$ , és  $R_i \subseteq R$  esetén:  
$$\Pi_{R_i}(F) := \{ X \rightarrow Y \mid F \vdash X \rightarrow Y, XY \subseteq R_i \}$$
- **Példa:**  $R=ABCD$   $F=\{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$ 
  - Bontsuk fel  $R$ -et  $R_1=ABC$  és  $R_2=AD$ -re.
  - Milyen FF-k teljesülnek  $R_1=ABC$ -n?
  - $ABC$  -n nemcsak az  $AB \rightarrow C$ , de a  $C \rightarrow A$  is teljesül!

# Miért igaz az előző példa?

Példa:  $R=ABCD$   $F=\{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$   
 $d=\{ABC, AD\}$ . Milyen FF-k teljesülnek  $ABC$ -n?



Emiatt, ha két vetített sor C-n megegyezik A-n is, azaz:  $C \rightarrow A$ .  
Ezért  $ABC$ -n az  $AB \rightarrow C$  és a  $C \rightarrow A$  is teljesül!

# Boyce-Codd normálforma

- **Definíció:**  $R$  reláció **Boyce-Codd normálformában, BCNF-ban (BCNF) van**, ha
  - minden  $X \rightarrow Y$  **nemtriviális FF-re**  $R$ -ben (nemtriviális, vagyis  $Y$  nem része  $X$ -nek)
  - az  $X$  **szuperkulcs** (szuperkulcs, vagyis tartalmaz kulcsot).

# Példa BCNF-ra

Sörivók(név, cím, kedveltSörök, gyártó,  
aKedvencSör)

FF-ek: név->cím aKedvencSör, kedveltSörök-  
>gyártó

- Itt egy kulcs van: {név, kedveltSörök}.
- A baloldalak egyik FF esetén sem superkulcsok.
- Emiatt az *Sörivók* reláció nincs BCNF normálformában.

# egy másik példa BCNF-ra

Sörök(név, gyártó, gyártóCím)

FF-ek:  $név \rightarrow gyártó$ ,  $gyártó \rightarrow gyártóCím$

- Az egyetlen kulcs {név} .
- $név \rightarrow gyártó$  nem sérti a BCNF feltételét, de a  $gyártó \rightarrow gyártóCím$  függőség igen.

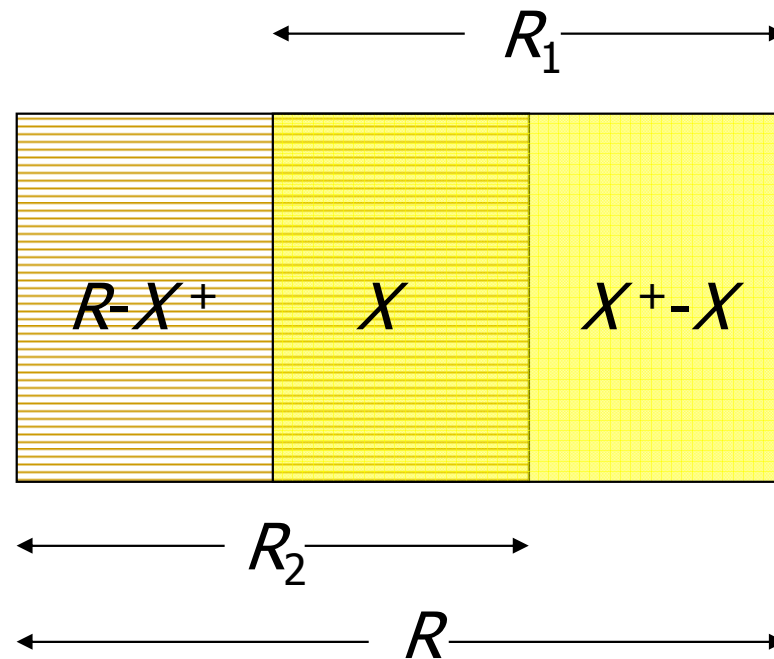
# BCNF-re való felbontás ---1

- Adott  $R$  reláció és  $F$  funkcionális függőségek.
- Van-e olyan  $X \rightarrow Y$  FF, ami sérti a BCNF-t?
  - Ha van olyan következmény FF  $F$ -ben, ami sérti a BCNF-t, akkor egy  $F$ -beli FF is sérti.
- Kiszámítjuk  $X^+$ -t:
  - Ha itt nem szerepel az összes attribútum,  $X$  nem szuperkulcs.

# BCNF-re való felbontás ---2

- $R$ -t helyettesítsük az alábbiakkal:
  1.  $R_1 = X^+$ .
  2.  $R_2 = R - (X^+ - X)$ .
- *Projektáljuk* a meglévő  $F$ -beli FF-eket a két új relációsémára.

# Dekomponálási kép





# Példa: BCNF dekompozíció ---1

Sörivók(név, cím, kedveltSörök, gyártó,  
aKedvencSör)

$F = \text{név} \rightarrow \text{cím}, \text{név} \rightarrow \text{aKedvencSör},$   
 $\text{kedveltSörök} \rightarrow \text{gyártó}$

- Vegyük  $\text{név} \rightarrow \text{cím}$  FF-t:
- $\{\text{név}\}^+ = \{\text{név}, \text{cím}, \text{aKedvencSör}\}$ .
- A dekomponált relációsémák:
  1. Sörivók1(név, cím, aKedvencSör)
  2. Sörivók2(név, kedveltSörök, gyártó)

# Példa: BCNF dekompozíció ---2

- Meg kell néznünk, hogy az Sörivók1 és Sörivók2 táblák BCNF-ben vannak-e.
- Az FF-ek projektálása könnyű.
- A Sörivók1(név, cím, aKedvencSör), az FF-ek név->cím és név->aKedvencSör.
- Tehát az egyetlen kulcs: {név}, azaz Sörivók1 relációséma BCNF-ben van.

# Példa: BCNF dekompozíció ---3

- Az  $Sörivók2(\underline{név}, \underline{kedveltSörök}, gyártó)$  esetén az egyetlen FF:  $kedveltSörök \rightarrow gyártó$ , az egyetlen kulcs:  $\{név, kedveltSörök\}$ .
  - Sérül a BCNF.
- $kedveltSörök^+ = \{kedveltSörök, gyártó\}$ , a  $Sörivók2$  felbontása:
  1.  $Sörivók3(\underline{kedveltSörök}, gyártó)$
  2.  $Sörivók4(\underline{név}, \underline{kedveltSörök})$

# Példa: BCNF dekompozíció ---4

- Az *Sörivók* dekompozíciója tehát:
  1. *Sörivók1*(név, cím, aKedvencSör)
  2. *Sörivók 3*(kedveltSörök, gyártó)
  3. *Sörivók 4*(név, kedveltSörök)
- A *Sörivók1* a sörivókról, a *Sörivók3* a sörökről, az *Sörivók4* a sörivók és kedvelt söreikről tartalmaz információt.

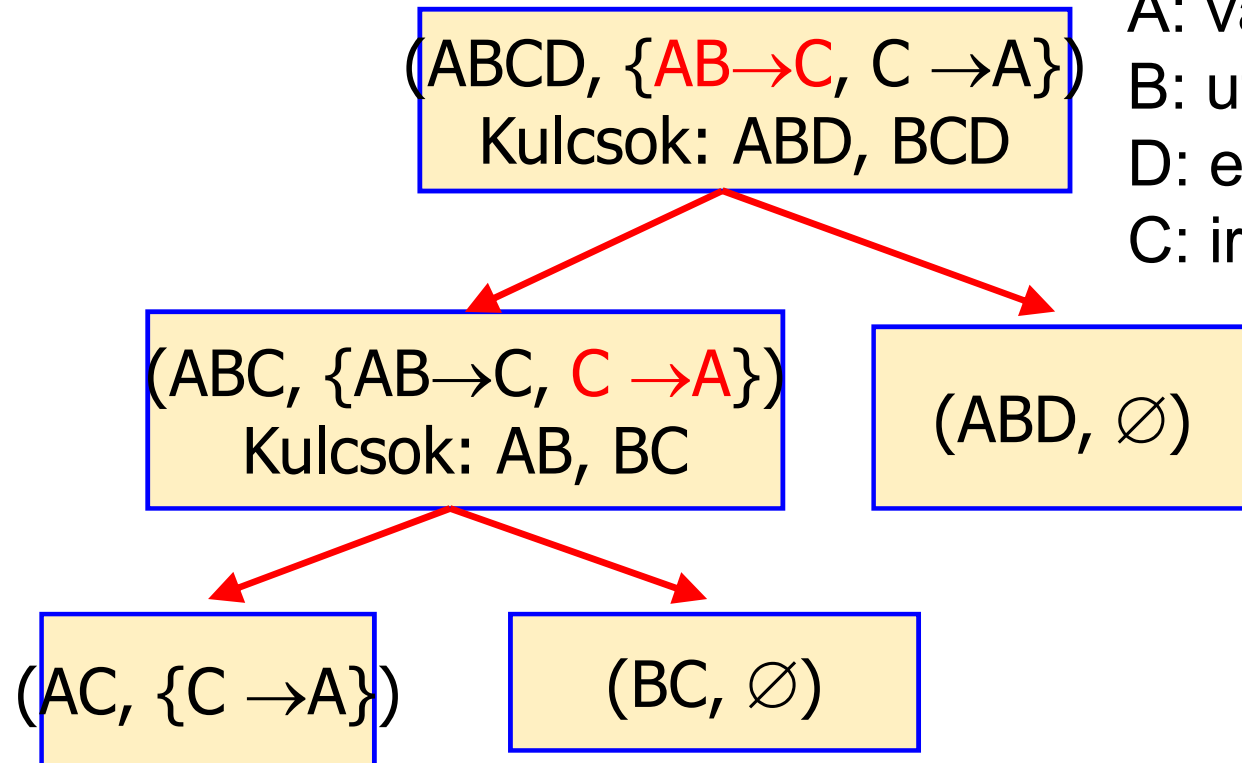
# Miért működik a BCNF?

- **Feladat-1:** Az algoritmus befejeződik, mert legrosszabb esetben két attribútumból álló sémáig jutunk. Bebizonyítandó, hogy minden két attribútumú séma BCNF-ban van! (mert nincs olyan FF, ami sértené a BCNF definíciót)
- **Feladat-2:** A felbontás jó tulajdonágú, vagyis veszteségmentes felbontást ad, visszatérünk erre: Bizonyítsuk be, hogy ha  $R(A, B, C)$  reláció esetén  $B \rightarrow C$  teljesül, akkor  $R_1(A, B)$ ,  $R_2(B, C)$  felbontás mindig veszteségmentes

# Példa: BCNF-ra való felbontás

$R=ABCD, F=\{AB \rightarrow C, C \rightarrow A\}$

Például R: lakcím  
A: város, kerület  
B: utca, házszám  
D: emelet, ajtó  
C: irányítószám



Tehát  $d=(AC,BC,ABD)$  veszteségmentes BCNF dekompozíció.  
( $\emptyset$  azt jelenti, hogy csak a triviális függőségek teljesülnek a sémában.)

## Tankönyv 3.5.2. feladata (111.o.)

- **Órarend adatbázis:** Kurzus(**K**), Oktató(**O**), Időpont(**I**), Terem(**T**), Diák(**D**), Jegy(**J**)
- **Feltételek:**
  - Egy kurzust csak egy oktató tarthat:  $K \rightarrow O$ .
  - Egy helyen egy időben egy kurzus lehet:  $IT \rightarrow K$ .
  - Egy időben egy tanár csak egy helyen lehet:  $IO \rightarrow T$ .
  - Egy időben egy diák csak egy helyen lehet:  $ID \rightarrow T$ .
  - Egy diák egy kurzust egy végső jeggyel zár:  $KD \rightarrow J$ .
- **$R=KOITDJ$   $F= \{K \rightarrow O, IT \rightarrow K, IO \rightarrow T, ID \rightarrow T, KD \rightarrow J\}$**
- **Feladat:** Adjuk meg az algoritmussal egy BCNF dekompozícióját!

# Relációs adatbázisok tervezése ---2b

Tankönyv: Ullman-Widom:  
Adatbázisrendszerek Alapvetés  
Második, átdolgozott kiadás,  
Panem, 2009

---

3.4. Információ visszanyerése  
a komponensekből. Chase-teszt  
a veszteségmentesség ellenőrzésére





# Felbontásra vonatkozó elvárások

## ➤ Elvárások

(1) **A vetületek** legyenek jó tulajdonságúak, és a vetületi függőségi rendszere egyszerű legyen (normálformák: BCNF, 3NF, 4NF)

(2) **Veszteségmentes** legyen a felbontás, vagyis ne legyen információvesztés

(3) **Függőségek megőrzése** a vetületekben (FŐ)

## ➤ BCNF-ra való felbontás algoritmus

➤ mindig veszteségmentes felbontást ad

➤ De nem feltétlen függőségőrző a felbontás

# Veszteségmentes szétvágás ---1

- A fenti jelölésekkel: ha  $r = \prod_{R_1}(r) \bowtie \dots \bowtie \prod_{R_k}(r)$  teljesül, akkor az előbbi összekapcsolásra azt mondjuk, hogy **veszteségmentes**. Itt  $r$  egy  $R$  sémájú reláció-előfordulást jelöl.

R

A	B	C
a	b	c
d	e	f
c	b	c

$R_1$

A	B
a	b
d	e
c	b

$R_2$

B	C
b	c
e	f

# Veszteségmentes szétvágás ---2

- **Megjegyzés:** Könnyen belátható, hogy  $r \subseteq \prod_{R_1}(r) \bowtie \dots \bowtie \prod_{R_k}(r)$  mindig teljesül.
- Példa: itt a szétvágás után keletkező relációk összekapcsolása nem veszteségmentes:

R

A	B	C
a	b	c
c	b	e

R<sub>1</sub>

A	B
a	b
c	b

R<sub>2</sub>

B	C
b	c
b	e

# Chase-teszt VM ellenőrzése ---1

- Példa: adott  $R(A, B, C, D)$ ,  $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C, CD \rightarrow A \}$  és az  $R_1(A, D)$ ,  $R_2(A, C)$ ,  $R_3(B, C, D)$  felbontás. Kérdés veszteségmentes-e a felbontás?
- Vegyük  $R_1 \bowtie R_2 \bowtie R_3$  egy  $t = (a, b, c, d)$  sorát. Bizonyítani kell, hogy  $t$   $R$  egy sora. A következő tablót készítjük:

A	B	C	D
a	$b_1$	$c_1$	d
a	$b_2$	c	$d_2$
$a_3$	b	c	d

Itt pl. az  $(a, b_1, c_1, d)$  sor azt jelzi, hogy  $R$ -nek van olyan sora, aminek  $R_1$ -re való levetítése  $(a, d)$ , ám ennek a  $B$  és  $C$  attribútumokhoz tartozó értéke ismeretlen, így egyáltalán nem biztos, hogy a  $t$  sorról van szó.

# Chase-teszt VM ellenőrzése ---2

- Az F-beli függőségeket használva egyenlővé tesszük azokat a szimbólumokat, amelyeknek ugyanazoknak kell lennie, hogy valamelyik függőség ne sérüljön.
- Ha a két egyenlővé teendő szimbólum közül az egyik index nélküli, akkor a másik is ezt az értéket kapja.
- Két indexes szimbólum esetén a kisebbik indexű értéket kapja meg a másik.
- A szimbólumok minden előfordulását helyettesíteni kell az új értékkel.
- Az algoritmus véget ér, ha valamelyik sor t-vel lesz egyenlő, vagy több szimbólumot már nem tudunk egyenlővé tenni.

# Chase-teszt VM ellenőrzése ---3

A	B	C	D
a	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d
a	b <sub>2</sub>	c	d <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b	c	d

A → B



A	B	C	D
a	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d
a	b <sub>1</sub>	c	d <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b	c	d

B → C



A	B	C	D
a	b <sub>1</sub>	c	d
a	b <sub>1</sub>	c	d <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b	c	d

CD → A



A	B	C	D
a	b <sub>1</sub>	c	d
a	b <sub>1</sub>	c	d <sub>2</sub>
a	b	c	d

# Chase-teszt VM ellenőrzése ---5

- Ha  $t$  szerepel a tablóban, akkor valóban  $R$ -nek egy sora,  $s$  mivel  $t$ -t tetszőlegesen választottuk, ezért a felbontás veszteségmentes.
- Ha nem kapjuk meg  $t$ -t, akkor viszont a felbontás nem veszteségmentes.
- **Példa:**  $R(A, B, C, D)$ ,  $F = \{ B \rightarrow AD \}$ ,  
a felbontás:  $R_1(A, B)$ ,  $R_2(B, C)$ ,  $R_3(C, D)$ .

A	B	C	D
a	b	$c_1$	$d_1$
$a_2$	b	c	$d_2$
$a_3$	$b_3$	c	d

$B \rightarrow AD$

➔

A	B	C	D
a	b	$c_1$	$d_1$
a	b	c	$d_1$
$a_3$	$b_3$	c	d

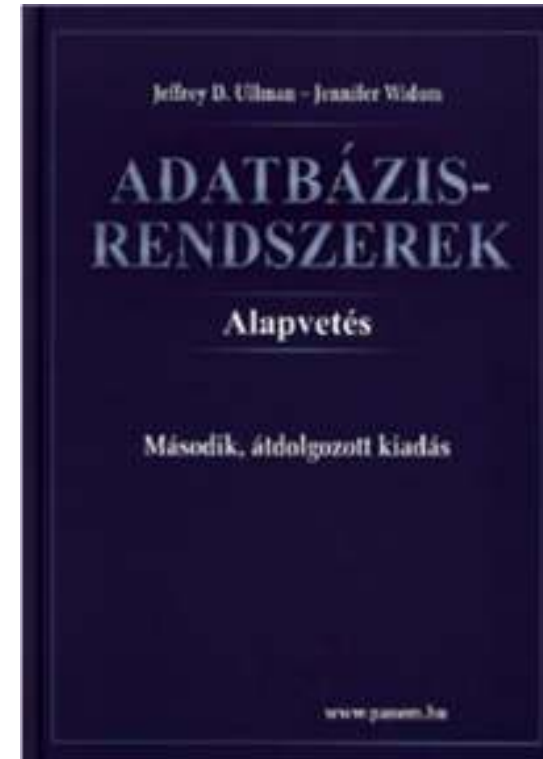
Itt az eredmény jó ellenpélda, hiszen az összekapcsolásban szerepel  $t = (a, b, c, d)$ , míg az eredeti relációban nem.

# Relációs adatbázisok tervezése ---3

Tankönyv: Ullman-Widom:  
Adatbázisrendszerek Alapvetés  
Második, átdolgozott kiadás,  
Panem, 2009

---

- 3.2.7. Funkcionális függőségi  
halmazok lezárása (min.bázis)
- 3.4.4. Függőségek megőrzése
- 3.5. Harmadik normálforma és  
3NF-szintetizáló algoritmus





# Relációs sématervezés (vázlat)

- **I. Függőségek:** a sématervezésnél használjuk
  - Funkcionális függőség
  - Többértékű függőség
- **II. Normalizálás:** „jó” sémákra való felbontás
  - Funkcionális függőség -> BCNF
  - Funkcionális függőség -> 3NF
  - Többértékű függőség -> 4NF
- **III. Felbontás tulajdonságai:** „jó” tulajdonságok
  - Veszteségmentesség
  - Függőségörző felbontás

# Függőségek megőrzése

- Függőségőrző felbontás: a dekompozíciókban érvényes függőségekből következzen az eredeti sémára kirótt összes függőség.
- Milyen függőségek lesznek érvényesek a dekompozíció sémáiban?
- **Példa:**  $R=ABC$ ,  $F= \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$  vajon a  $d= (AB, BC)$  felbontás megőrzi-e a  $C \rightarrow A$  függőséget?

# Függőségek megőrzése (definíció)

- Definíció: Függőségek vetülete

Adott  $(R, F)$ , és  $R_i \subseteq R$  esetén:

$$\Pi_{R_i}(F) := \{ X \rightarrow Y \mid F \vdash X \rightarrow Y, XY \subseteq R_i \}$$

- Definíció: Adott  $(R, F)$  esetén  $d = (R_1, \dots, R_k)$  függőségőrző dekompozíció akkor és csak akkor, ha minden  $F$ -beli függőség levezethető a vetületi függőségekből:

minden  $X \rightarrow Y \in F$  esetén

$$\Pi_{R_1}(F) \cup \dots \cup \Pi_{R_k}(F) \vdash X \rightarrow Y$$

## Példa: függőségek vetülete

- $ABC$ ,  $A \rightarrow B$  és  $B \rightarrow C$  FF-vel.  
Nézzük meg az  $AC$ -re való vetületet:
  - $A^+ = ABC$  ; ebből  $A \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow C$ .
    - Nem kell kiszámítani  $AB^+$  és  $AC^+$  lezárásokat.
  - $B^+ = BC$  ; ebből  $B \rightarrow C$ .
  - $C^+ = C$  ; semmit nem ad.
  - $BC^+ = BC$  ; semmit nem ad.
- A kapott FF-ek:  $A \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow C$  és  $B \rightarrow C$ .
- $AC$  -re projekció:  $A \rightarrow C$ .

# Függőségek megőrzése (tételek)

- A függőségőrzésből nem következik a veszteségmentesség:

$R=ABCD$ ,  $F= \{A \rightarrow B, C \rightarrow D\}$ ,  $d=\{AB, CD\}$   
függőségőrző, de nem veszteségmentes.

- A veszteségmentességből nem következik a függőségőrzés

$R=ABC$ ,  $F= \{AB \rightarrow C, C \rightarrow A\}$ ,  $d=\{AC, BC\}$   
veszteségmentes, de nem függőségőrző.

# A 3normálforma -- motiváció

- Bizonyos FF halmazok esetén a felbontáskor elveszíthetünk függőségeket.
- $AB \rightarrow C$  és  $C \rightarrow B$ .
  - Példa1:  $A =$  utca,  $B =$  város,  $C =$  irányítószám.
  - Példa2:  $A =$  oktató,  $B =$  időpont,  $C =$  kurzus.
- Két kulcs van:  $\{A, B\}$  és  $\{A, C\}$ .
- $C \rightarrow B$  megsérti a BCNF-t, tehát  $AC$ ,  $BC$ -re dekomponálunk.
- A probléma az, hogy  $AC$  és  $BC$  sémákkal nem tudjuk kikényszeríteni  $AB \rightarrow C$  függőséget.

# A probléma megoldása: 3NF

- 3. normálformában (3NF) úgy módosul a BCNF feltétel, hogy az előbbi esetben nem kell dekomponálnunk.
- Egy attribútum **elsődleges attribútum (prím)**, ha legalább egy kulcsnak eleme.
- $X \rightarrow A$  megsérti 3NF-t akkor és csak akkor, ha  $X$  nem szuperkulcs és  $A$  nem prím.

## Példa: 3NF

- Az előző példában  $AB \rightarrow C$  és  $C \rightarrow B$  FF-ek esetén a kulcsok  $AB$  és  $AC$ .
- Ezért  $A$ ,  $B$  és  $C$  mindegyike **prím**.
- Habár  $C \rightarrow B$  megsérti a BCNF feltételét, de a 3NF feltételét már nem sérti meg.



# Miért hasznos 3NF és BCNF?

- A dekompozícióknak két fontos tulajdonsága lehet:
  1. *Veszteségmentes összekapcsolás* : ha a projektált relációkat összekapcsoljuk az eredetit kapjuk vissza.
  2. *Függőségek megőrzése* : a projektált relációk segítségével is kikényszeríthetők az előre megadott függőségek.
- Az (1) tulajdonság teljesül a BCNF esetében.
- A 3NF (1) és (2)-t is teljesíti.
- A BCNF esetén (2) sérülhet (*utca-város-irszám*)

## Tk.3.2.7. Minimális bázis (definíció)

Egy relációhoz  $F$  minimális bázis, amikor az olyan függőségekből áll, amelyre három feltétel igaz:

1.  $F$  összes függőségének jobb oldalán egy attribútum van.
2. Ha bármelyik  $F$ -beli függőséget elhagyjuk, a fennmaradó halmaz már nem bázis.
3. Ha bármelyik  $F$ -beli funkcionális függőség bal oldaláról elhagyunk egy vagy több attribútumot, akkor az eredmény már nem marad bázis.

# Minimális bázist kiszámító algoritmus

1. Kezdetben  $G$  az üreshalmaz.
2. Minden  $X \rightarrow Y \in F$  helyett vegyük az  $X \rightarrow A$  függőségeket, ahol  $A \in Y - X$ .  
**Megj.:** Ekkor minden  $G$ -beli függőség  $X \rightarrow A$  alakú.
3. Minden  $X \rightarrow A \in G$ -re, amíg van olyan  $B \in X$ -re  $A \in (X - B)^+$  a  $G$ -szerint, vagyis  $(X - B) \rightarrow A$  teljesül, akkor  $X := X - B$ .  
**Megjegyzés:** E lépés után minden baloldal minimális lesz.
4. Minden  $X \rightarrow A \in G$ -re, ha  $X \rightarrow A \in (G - \{X \rightarrow A\})^+$ , vagyis ha elhagyjuk az  $X \rightarrow A$  függőséget  $G$ -ből, az még mindig következik a maradékból, akkor  $G := G - \{X \rightarrow A\}$ .  
**Megjegyzés:** Végül nem marad több elhagyható függőség

# Mohó algoritmus minimális bázis előállítására

## 1. Jobb oldalak minimalizálása:

$X \rightarrow A_1, \dots, A_k$  függőséget cseréljük le az  
 $X \rightarrow A_1, \dots, X \rightarrow A_k$  k darab függőségre.

## 2. A halmaz minimalizálása:

Hagyjuk el az olyan  $X \rightarrow A$  függőségeket, amelyek a bázist nem befolyásolják, azaz

while F változik

if  $(F - \{X \rightarrow A\})^* = F^*$  then  $F := F - \{X \rightarrow A\}$ ;

## 3. Bal oldalak minimalizálása:

Hagyjuk el a bal oldalakból azokat az attribútumokat, amelyek a bázist nem befolyásolják, azaz

while F változik

for all  $X \rightarrow A \in F$

for all  $B \in X$

if  $((F - \{X \rightarrow A\}) \cup \{(X - \{B\}) \rightarrow A\})^* = F^*$  then  $F := (F - \{X \rightarrow A\}) \cup \{(X - \{B\}) \rightarrow A\}$

# Normálformák (3NF)

- Az algoritmusban különböző sorrendben választva a függőségeket, illetve attribútumokat, különböző minimális bázist kaphatunk.
- $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow C, A \rightarrow C, C \rightarrow A\}$   
 $(F - \{B \rightarrow A\})^* = F^*$ , mivel  $F - \{B \rightarrow A\} \Vdash B \rightarrow A$   
 $F := F - \{B \rightarrow A\}$   
 $(F - \{A \rightarrow C\})^* = F^*$ , mivel  $F - \{A \rightarrow C\} \Vdash A \rightarrow C$   
 $F := F - \{A \rightarrow C\} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$  **minimális bázis**, mert több függőség és attribútum már nem hagyható el.
- $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow C, A \rightarrow C, C \rightarrow A\}$   
 $(F - \{B \rightarrow C\})^* = F^*$ , mivel  $F - \{B \rightarrow C\} \Vdash B \rightarrow C$   
 $F := F - \{B \rightarrow C\} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow C, C \rightarrow A\}$  **is minimális bázis**, mert több függőség és attribútum már nem hagyható el.

# Normálformák (3NF)

- Az algoritmusban különböző sorrendben választva a függőségeket, illetve attribútumokat, különböző minimális bázist kaphatunk.

- $F = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow B, B \rightarrow A\}$

$(F - \{AB \rightarrow C\} \cup \{A \rightarrow C\})^* = F^*$ , mivel

$(F - \{AB \rightarrow C\}) \cup \{A \rightarrow C\} \vdash AB \rightarrow C$  és  $F \vdash A \rightarrow C$ .

$F := (F - \{AB \rightarrow C\} \cup \{A \rightarrow C\}) = \{A \rightarrow C, A \rightarrow B, B \rightarrow A\}$  **minimális bázis**, mert több függőség és attribútum már nem hagyható el.

- $F = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow B, B \rightarrow A\}$

$(F - \{AB \rightarrow C\} \cup \{B \rightarrow C\})^* = F^*$ , mivel

$(F - \{AB \rightarrow C\}) \cup \{B \rightarrow C\} \vdash AB \rightarrow C$  és  $F \vdash B \rightarrow C$ .

$F := (F - \{AB \rightarrow C\} \cup \{B \rightarrow C\}) = \{B \rightarrow C, A \rightarrow B, B \rightarrow A\}$  **is minimális bázis**, mert több függőség és attribútum már nem hagyható el.

# Normálformák (3NF)

- Algoritmus **függőségőrző 3NF dekompozíció** előállítására:
- Input:  $(R, F)$ 
  - Legyen  $G := \{X \rightarrow A, X \rightarrow B, \dots, Y \rightarrow C, Y \rightarrow D, \dots\}$  az  $F$  **minimális bázisa**.
  - Legyen  $S$  az  $R$  sémának  $G$ -ben nem szereplő attribútumai.
  - Ha van olyan függőség  $G$ -ben, amely  $R$  összes attribútumát tartalmazza, akkor legyen  $d := \{R\}$ , különben legyen  
 $d := \{S, XA, XB, \dots, YC, YD, \dots\}$ .

# Normálformák (3NF)

- Algoritmus függőségörző és **veszteségmentes** 3NF dekompozíció előállítására:
- Input:  $(R, F)$ 
  - Legyen  $G := \{X \rightarrow A, X \rightarrow B, \dots, Y \rightarrow C, Y \rightarrow D, \dots\}$  az  $F$  minimális bázisa.
  - Legyen  $S$  az  $R$  sémának  $G$ -ben nem szereplő attribútumai.
  - Ha van olyan függőség  $G$ -ben, amely  $R$  összes attribútumát tartalmazza, akkor legyen  $d := \{R\}$ , különben **legyen  $K$  az  $R$  egy kulcsa**, és legyen  $d := \{K, S, XA, XB, \dots, YC, YD, \dots\}$ .



# Normálformák (3NF)

- Algoritmus függőségörző és veszteségmentes 3NF redukált (kevesebb tagból álló) dekompozíció előállítására:
- Input:  $(R, F)$ 
  - Legyen  $G := \{X \rightarrow A, X \rightarrow B, \dots, Y \rightarrow C, Y \rightarrow D, \dots\}$  az  $F$  minimális bázisa.
  - Legyen  $S$  az  $R$  sémának  $G$ -ben nem szereplő attribútumai.
  - Ha van olyan függőség  $G$ -ben, amely  $R$  összes attribútumát tartalmazza, akkor legyen  $d := \{R\}$ , különben legyen  $K$  az  $R$  egy kulcsa, és legyen  $d := \{K, S, XAB \dots, \dots, YCD \dots, \dots\}$ .
  - Ha  $K$  része valamelyik sémának, akkor  $K$ -t elhagyhatjuk.

# Miért működik?

3NF-szintetizáló algoritmus:

- **Megőrzi a függőségeket:** minden FF megmarad a minimális bázisból.
- **Veszteségmentes összekapcsolás:** a CHASE algoritmussal ellenőrizhető (a kulcsból létrehozott séma itt lesz fontos).
- **3NF:** a minimális bázis tulajdonságaiból következik.

# Ellenőrző kérdések

- Adott X-attr.hz, F-ff.hz. Attr.hz.lezártjának kiszámítása.
- Adott R-rel.séma, F-ff.hz. Kulcsok meghatározása.
- Adott R-rel.séma, F-ff.hz. BCNF-e? (def. alapján)
- Adott R-rel.séma, F-ff.hz. 3NF-e? (def. alapján)

típusú kérdésekhez lásd 1.) gyakorló feladatok :

# Ellenőrző kérdések

1.) Adott R relációs séma és F funkcionális függőségek halmaza. Attribútum halmaz lezártjának kiszámolására tanult algoritmus felhasználásával határozza meg az adott séma kulcsait, és azt, hogy BCNF-ben vagy 3NF-ben van-e?

a.) Cím(Város, Utcahsz, Irányítószám)  
röviden  $R(V, U, I)$ , és  
 $F = \{I \rightarrow V, VU \rightarrow I\}$ .

# Ellenőrző kérdések

b.) Tankönyv 3.5.2. feladata: Órarend adatbázis

Jelölje röviden:

K - Kurzus

O - Oktató

I - Időpont

T - Terem

D - Diák (hallgató)

J - Jegy

Feltételek (funkcionális függőséggel megadva)

$K \rightarrow O$  vagyis egy kurzust csak egy oktató tarthat

$IT \rightarrow K$  nincs óráütközés, egy helyen egy időben egy kurzus lehet

$IO \rightarrow T$  az oktátónak nincs óráütközése

$ID \rightarrow T$  a diákoknak sincs óráütközése

$KD \rightarrow J$  egy diák egy kurzust egy végső jeggyel zár

$R=KOITDJ$  és  $F= \{K \rightarrow O, IT \rightarrow K, IO \rightarrow T, ID \rightarrow T, KD \rightarrow J\}$

# Ellenőrző kérdések

c.) Adott SzállításiInfo (SzallAzon, SzallNev, SzallCim, AruKod, TermekNev, MeEgys, Ar) reláció séma,

amit így is rövidíthetünk  $R(S, N, C, K, T, M, A)$ , és

a séma feletti funkcionális függőségek:

$SzallAzon \rightarrow \{SzallNev, SzallCim\}$ ,

$AruKod \rightarrow \{TermekNev, MeEgys\}$ ,

$\{SzallAzon, AruKod\} \rightarrow Ar$ ,

vagyis a röviden  $F = \{S \rightarrow NC, K \rightarrow TM, SK \rightarrow A\}$ .

# Ellenőrző kérdések

- Adott R, F. Bontsuk fel VM BCNF-ra
  - Adott R, F. Bontsuk fel VM FŐ 3NF-ra
  - Adott R, F és d dekompozíció. Chase algoritmussal döntsük el, hogy veszteségmentes-e a dekompozíció.
- a.) Az 1a. feladat R sémáját szétvágjuk IU, VU sémákra.
- b.) Az 1b. feladat R sémáját szétvágjuk KOIT, IDT, KDJ sémákra.
- c.) Az 1c. feladat R sémáját szétvágjuk SNC, KTMA sémákra.

# Relációs adatbázisok tervezése

## 4.rész Többértékű függőségek

Tankönyv: Ullman-Widom:  
Adatbázisrendszerek Alapvetés  
Második, átdolgozott kiadás,  
Panem, 2009

---

---

3.6. Többértékű függőségek,  
- Negyedik normálforma  
- Funkcionális és többértékű  
függőségek következtetése





# Többértékű függőségek és 4NF

- Hasonló utat járunk be, mint a funkcionális függőségek esetén:
  - Definiáljuk a többértékű függőséget
  - implikációs probléma
  - axiomatizálás
  - levezethető függőségek hatékony meghatározása (lezárás helyett a séma partíciója függőségi bázisa)
  - veszteségmentes dekompozíció
  - 4. normálforma
  - veszteségmentes 4NF dekompozíció előállítás

# A TÉF definíciója

- A *többértékű függőség* (TÉF): az  $R$  reláció fölött  $X \twoheadrightarrow Y$  teljesül: ha bármely két sorra, amelyek megegyeznek az  $X$  minden attribútumán, az  $Y$  attribútumaihoz tartozó értékek felcserélhetők, azaz a keletkező két új sor  $R$ -beli lesz.
- Más szavakkal:  $X$  minden értéke esetén az  $Y$  -hoz tartozó értékek függetlenek az  $R$ - $X$ - $Y$  értékeitől.

# Példa: TÉF

## Sörivók(név, cím, tel, kedveltSörök)

- A sörivók telefonszámai függetlenek az általuk kedvelt söröktől.
  - név->->tel és név ->->kedveltSörök.
- Így egy-egy sörivó minden telefonszáma minden általa kedvelt sörrel kombinációban áll.
- Ez a jelenség független a funkcionális függőségektől.
  - itt a név->cím az egyetlen FF.

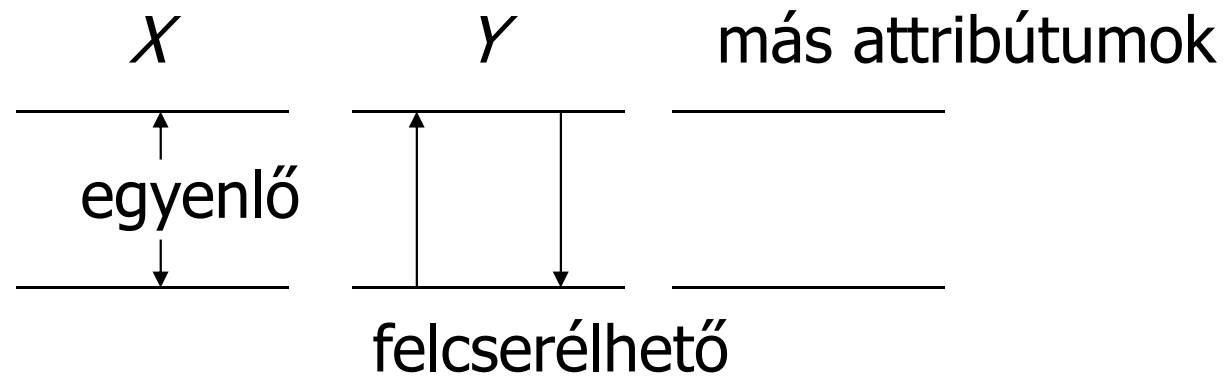
# A név->->tel által implikált sorok

Ha ezek a soraink vannak:

név	cím	tel	kedveltSörök
sue	a	p1	b1
sue	a	p2	b2
sue	a	p2	b1
sue	a	p1	b2

Akkor ezeknek a soroknak is szerepelnie kell.

# Az $X \twoheadrightarrow Y$ TÉF képe



# Többértékű függőségek

- **Definíció:**  $X, Y \subseteq R$ ,  $Z := R - XY$  esetén  $X \twoheadrightarrow Y$  többértékű függőség. (tf)
- A függőség akkor teljesül egy táblában, ha bizonyos mintájú sorok létezése garantálja más sorok létezését.
- A formális definíciót az alábbi ábra szemlélteti.
- Ha létezik **t** és **s** sor, akkor **u** és **v** soroknak is létezniük kell, ahol az azonos szimbólumok azonos értékeket jelölnek.

	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
t	x	y1	z1
s	x	y2	z2
$\exists u$	x	y1	z2
$\exists v$	x	y2	z1

# Többértékű függőségek

**Definíció (Formálisan):** Egy R sémájú  $r$  reláció kielégíti az  $X \twoheadrightarrow Y$  függőséget, ha  $t, s \in r$  és  $t[X] = s[X]$  esetén létezik olyan  $u, v \in r$ , amelyre  $u[X] = v[X] = t[X] = s[X]$ ,  $u[Y] = t[Y]$ ,  $u[Z] = s[Z]$ ,  $v[Y] = s[Y]$ ,  $v[Z] = t[Z]$ .

**Állítás:** Elég az  $u, v$  közül csak az egyik létezését megkövetelni.

	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
<b>t</b>	<b>x</b>	<b>y1</b>	<b>z1</b>
<b>s</b>	<b>x</b>	<b>y2</b>	<b>z2</b>
<b>∃ u</b>	<b>x</b>	<b>y1</b>	<b>z2</b>

# TÉF szabályok

- Minden FF TÉF.
  - Ha  $X \rightarrow Y$  és két sor megegyezik  $X$ -en,  $Y$ -on is megegyezik, emiatt ha ezeket felcseréljük, az eredeti sorokat kapjuk vissza, azaz:  $X \rightarrow \rightarrow Y$ .
  - *Komplementálás* : Ha  $X \rightarrow \rightarrow Y$  és  $Z$  jelöli az összes többi attribútum halmazát, akkor  $X \rightarrow \rightarrow Z$ .



# Nem tudunk darabolni

- Ugyanúgy, mint az FF-ek esetében, a baloldalakat nem „bánthatjuk” általában.
- Az FF-ek esetében a jobboldalakt felbonthattuk, míg ebben az esetben ez sem tehető meg.

# Példa: többattribútumos jobboldal

Sörivők(név, tTársaság, tel, kedveltSörök, gyártó)

- Egy sörivőnek több telefonja lehet, minden számot két részre osztunk: tTársaság (pl. Vodafone) és a maradék hét számjegy.
- Egy sörivő több sört is kedvelhet, mindegyikhez egy-egy gyártó tartozik.

# Példa folytatás

- Mivel a tTársaság-tel kombinációk függetlenek a kedveltSörök-gyártó kombinációtól, azt várjuk, hogy a következő FÉK-ek teljesülnek:

név ->-> tTársaság tel

név ->-> kedveltSörök gyártó

# Példa adat

Egy lehetséges előfordulás, ami teljesíti az iménti FÉK-et:

név	tTársaság	tel	kedveltS	gyártó
Sue	30	555-1111	Bud	A.B.
Sue	20	555-1111	WickedAle	Pete's
Sue	70	555-9999	Bud	A.B.
Sue	70	555-9999	WickedAle	Pete's

Ugyanakkor sem a  $név \rightarrow tTársaság$  sem a  $név \rightarrow tel$  függőségek nem teljesülnek.

# Többértékű függőségek

## ➤ Axiomatizálás

Funkcionális függőségek	Többértékű függőségek	Vegyes függőségek
<b>A1</b> (reflexivitás): $Y \subseteq X$ esetén $X \rightarrow Y$ .	<b>A4</b> (komplementer): $X \rightarrow \rightarrow Y$ és $Z = R - XY$ esetén $X \rightarrow \rightarrow Z$ .	<b>A7</b> (funkcionálisból többértékű): $X \rightarrow Y$ esetén $X \rightarrow \rightarrow Y$ .
<b>A2</b> (tranzitivitás): $X \rightarrow Y$ és $Y \rightarrow Z$ esetén $X \rightarrow Z$ .	<b>A5</b> (tranzitivitás): $X \rightarrow \rightarrow Y$ és $Y \rightarrow \rightarrow S$ esetén $X \rightarrow \rightarrow S - Y$ .	<b>A8</b> (többértékűből és funkcionálisból funkcionális): $X \rightarrow \rightarrow Y$ és $W \rightarrow S$ , ahol $S \subseteq Y$ , $W \cap Y = \emptyset$ esetén $X \rightarrow S$ .
<b>A3</b> (bővíthetőség): $X \rightarrow Y$ és tetszőleges $Z$ esetén $XZ \rightarrow YZ$ .	<b>A6</b> (bővíthetőség): $X \rightarrow \rightarrow Y$ és tetszőleges $V \subseteq W$ esetén $XW \rightarrow \rightarrow YV$ .	

# Többértékű függőségek

- Jelölés a továbbiakban:
  - **F** funkcionális függőségek halmaza
  - **M** többértékű függőségek halmaza
  - **D** vegyes függőségek (funkcionális és többértékű függőségek) halmaza
- **Tétel** (helyes és teljes axiómarendszerek):
  - **A1,A2,A3 helyes és teljes a funkcionális függőségekre,**
  - **A4,A5,A6 helyes és teljes a többértékű függőségekre,**
  - **A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8 helyes és teljes a vegyes függőségekre.**

# Többértékű függőségek

- **Állítás:**  $X \twoheadrightarrow Y$ -ből **nem következik**, hogy  $X \twoheadrightarrow A$ , ha  $A \in Y$ . (A jobb oldalak nem szedhetők szét!)
- **Bizonyítás:** A következő r tábla kielégíti az  $X \twoheadrightarrow AB$ -t, de nem elégíti ki az  $X \twoheadrightarrow A$ -t. q.e.d.

X	A	B	C
x	a	b	c
x	e	f	g
x	a	b	g
x	e	f	c

$X \twoheadrightarrow A$  esetén  
ennek a  
sornak is  
benne kellene  
lenni a  
táblában.

x	a	f	g
---	---	---	---

# Többértékű függőségek

- Állítás:  $X \twoheadrightarrow Y$  és  $Y \twoheadrightarrow V$ -ből **nem következik**, hogy  $X \twoheadrightarrow V$ .  
(A szokásos tranzitivitás nem igaz általában!)
- Bizonyítás: A következő r tábla kielégíti az  $X \twoheadrightarrow AB$ -t,  $AB \twoheadrightarrow BC$ -t, de nem elégíti ki az  $X \twoheadrightarrow BC$ -t. q.e.d.

$X \twoheadrightarrow BC$  esetén ennek a sornak is benne kellene lenni a táblában.

X	A	B	C
x	a	b	c
x	e	f	g
x	a	b	g
x	e	f	c

x	e	b	c
---	---	---	---



# Többértékű függőségek

- A **veszteségmentesség**, **függőségörzés** definíciójában most **F** funkcionális függőségi halmaz helyett **D** függőségi halmaz többértékű függőségeket is tartalmazhat.
- Így például  $d=(R_1, \dots, R_k)$  veszteségmentes dekompozíciója **R**-nek **D**-re nézve, akkor és csak akkor, ha minden **D**-t **kielégítő** **r** tábla esetén  $r = \Pi_{R_1}(r) \bowtie \dots \bowtie \Pi_{R_k}(r)$
- A következő tétel miatt a **veszteségmentesség implikációs problémára vezethető vissza**, így hatékonyan eldönthető.
- **Tétel:** A  $d=(R_1, R_2)$  akkor és csak akkor **veszteségmentes** dekompozíciója **R**-nek, ha  $D \models R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 - R_2$ .

# Többértékű függőségek

- A 4. normálforma definiálása előtt foglaljuk össze, hogy melyek a **triviális többértékű függőségek**, vagyis amelyek **minden relációban teljesülnek**.
- Mivel minden funkcionális függőség többértékű függőség is, így a triviális funkcionális egyben triviális többértékű függőség is.
- 1.  $Y \subseteq X$  esetén  $X \twoheadrightarrow Y$  **triviális többértékű függőség**.
- Speciálisan  $Y = \emptyset$  választással  $X \twoheadrightarrow \emptyset$  függőséget kapjuk, és alkalmazzuk a komplementer szabályt, azaz  $Z = R - X \emptyset$ , így az  $X \twoheadrightarrow R - X$  függőség is mindig teljesül, azaz:
- 2.  $XY = R$  esetén  $X \twoheadrightarrow Y$  **triviális többértékű függőség**.
- A szuperkulcs, kulcs definíciója változatlan, azaz  $X$  **szuperkulcsa**  $R$ -nek  $D$ -re nézve, ha  $D \models X \twoheadrightarrow R$ .
- A minimális szuperkulcsot **kulcsnak** hívjuk.

# Többértékű függőségek

- A 4.normálforma hasonlít a BCNF-re, azaz minden nem triviális többértékű függőség bal oldala szuperkulcs.
- **Definíció:** R **4NF**-ben van D-re nézve, ha  $XY \neq R$ ,  $Y \not\subseteq X$ , és
$$D \mid\!\!-\! X \twoheadrightarrow Y \text{ esetén } D \mid\!\!-\! X \rightarrow R.$$
- **Definíció:**  $d = \{R_1, \dots, R_k\}$  dekompozíció **4NF**-ben van D-re nézve, ha minden  $R_i$  **4NF**-ben van  $\Pi_{R_i}(D)$ -re nézve.
- **Állítás:** Ha R **4NF**-ben van, akkor **BCNF**-ben is van.
- Bizonyítás. Vegyünk egy nem triviális  $D \mid\!\!-\! X \rightarrow A$  **funkcionális** függőséget. Ha  $XA = R$ , akkor  $D \mid\!\!-\! X \rightarrow R$ , ha  $XA \neq R$ , akkor a  $D \mid\!\!-\! X \twoheadrightarrow A$  nem triviális többértékű függőség és a **4NF** miatt  $D \mid\!\!-\! X \rightarrow R$ . q.e.d.
- **Következmény:** Nincs mindig **függőségörző** és **veszteségmentes 4NF** dekompozíció.

# Többértékű függőségek

- **Veszteségmentes 4NF** dekompozíciót mindig tudunk készíteni a naiv BCNF dekomponáló algoritmushoz hasonlóan.
- Naiv algoritmus **veszteségmentes 4NF** dekompozíció előállítására:
  - Ha **R 4NF-ben** van, akkor megállunk, egyébként
  - van olyan** nem triviális  $X \twoheadrightarrow Y$ , amely R-ben teljesül, de **megsérti a 4NF-et**, azaz X nem superkulcs.
  - Ekkor **R helyett vegyük az (XY, R-Y)** dekompozíciót.
  - A kettévágásokat addig hajtjuk végre, amíg minden tag 4NF-ben nem lesz.

**ALGORITMUS VÉGE.**

# Többértékű függőségek

- Az is feltehető, hogy  $X$  és  $Y$  diszjunkt, mert különben  $Y$  helyett az  $Y-X$ -et vehettük volna jobb oldalnak.
- $XY \neq R$ , így *mindkét tagban csökken az attribútumok száma.*
- $XY \cap (R-Y) = X \rightarrow \rightarrow Y = XY - (R-Y)$ , azaz a kéttagú dekompozícióknál bizonyított állítás miatt *veszteségmentes kettévágást kaptunk.*
- Legrosszabb esetben a 2 oszlopos sémáig kell szétbontani, amelyek mindig 4NF-ben vannak, mivel nem lehet bennük nem triviális többértékű függőség.

# Negyedik normálforma

- A TÉF-ek okozta redundanciát a BCNF nem szünteti meg.
- A megoldás: a negyedik normálforma!
- A negyedik normálformában (4NF), amikor dekomponálunk, a TÉF-eket úgy kezeljük, mint az FF-eket, a kulcsok megtalálásánál azonban nem számítanak.

# 4NF definíció

- Egy  $R$  reláció **4NF** -ben van ha: minden  $X \twoheadrightarrow Y$  nemtriviális FÉK esetén  $X$  szuperkulcs.
- **Nemtriviális TEF** :
  1.  $Y$  nem részalmazza  $X$ -nek,
  2.  $X$  és  $Y$  együtt nem adják ki az összes attribútumot.
- A szuperkulcs definíciója ugyanaz marad, azaz csak az FF-ektől függ.

# BCNF versus 4NF

- Kiderült, hogy minden  $X \rightarrow Y$  FF  
 $X \twoheadrightarrow Y$  TÉF is.
- Így, ha  $R$  4NF-ben van, akkor BCNF-ben is.
  - Mert minden olyan FF, ami megsérti a BCNF-t, a 4NF-t is megsérti.
- De  $R$  lehet úgy BCNF-ben, hogy közben nincs 4NF-ben.



# Dekompozíció és 4NF

- H  $X \twoheadrightarrow Y$  megsérti a 4NF-t, akkor  $R$ -t ugyanúgy dekomponáljuk, mint a BCNF esetén.
  1.  $XY$  az egyik dekomponált reláció.
  2. Az  $Y - X$ -be nem tartozó attribútumok a másik.

# Példa: 4NF dekompozíció

Sörivók(név, cím, tel, kedveltSörök)

FF: név -> cím

FÉK-ek: név ->-> tel

név ->-> kedveltSörök

- Kulcs {név, tel, kedveltSörök}.
- Az összes függőség megsérti 4NF-et.

# Példa folytatás

- Dekompozíció **név** -> **cím** szerint:
  1. **Sörivók1(név, cím)**
    - u Ez 4NF-beli; az egyetlen függőség **név-> cím**.
  2. **Sörivók2(név, tel, kedveltSörök)**
    - u Nincs 4NF-ben. A **név ->-> tel** és **név ->-> kedveltSörök** függőségek teljesülnek. A három attribútum együtt kulcs (mivel nincs nemtriviális FF).

# Példa: Sörivók2 dekompozíciója

- Mind a  $\text{név} \rightarrow \rightarrow \text{tel}$ , mind a  $\text{név} \rightarrow \rightarrow \text{kedveltSörök}$  szerinti dekompozíció ugyanazt eredményezi:
  - $\text{Sörivók3}(\underline{\text{név}}, \underline{\text{tel}})$
  - $\text{Sörivók4}(\underline{\text{név}}, \underline{\text{kedveltSörök}})$