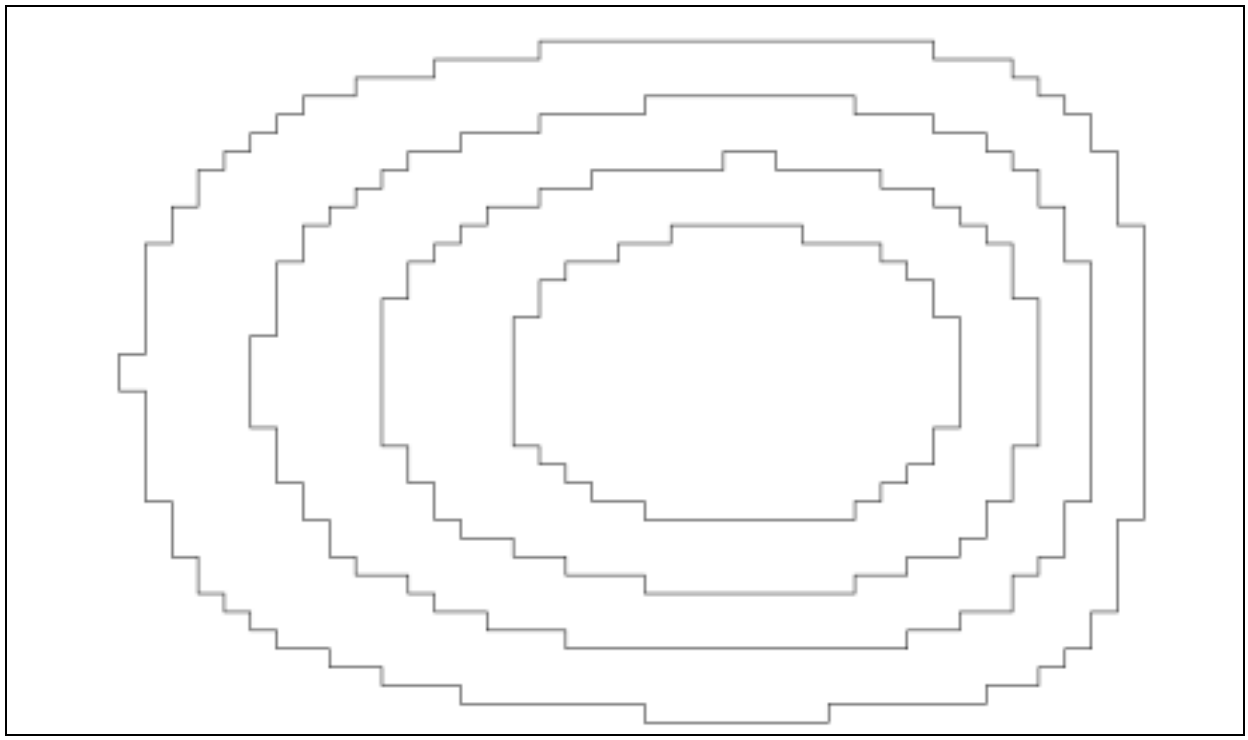
Kétváltozós függvények ábrázolása

1 Bevezetés

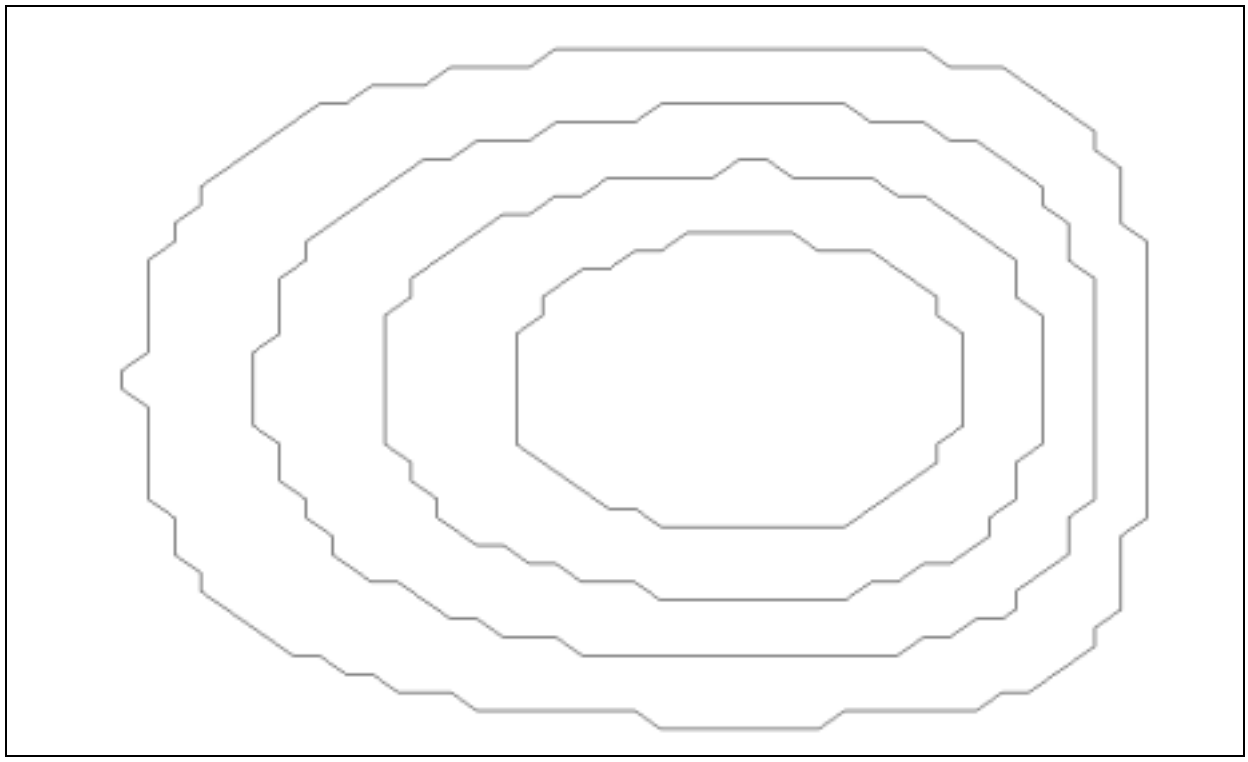
Feladat egy kétváltozós valós függvény kirajzolása különféle megjelenítési módszerekkel. Például:

- szintvonalakkal,
- pontfelhővel,
- téglalapokkal,
- folytonos szakaszokkal,
- …

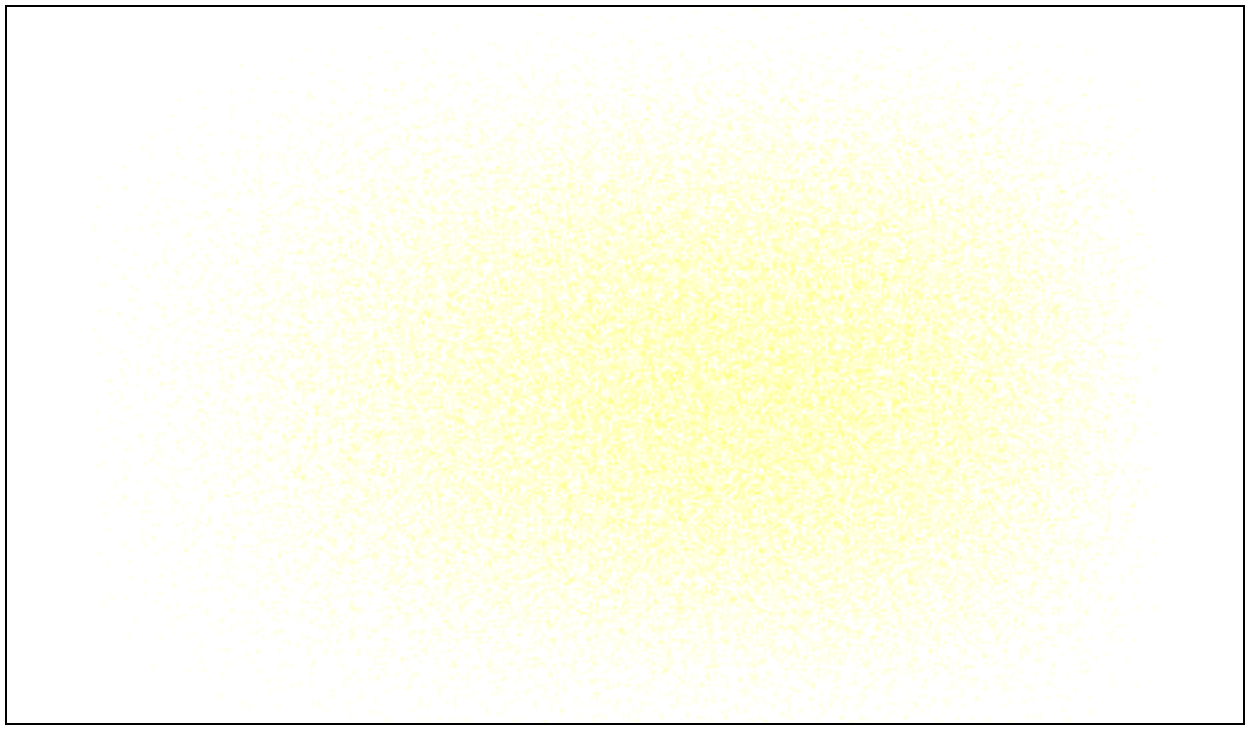
Az elvárásokat legjobban az alábbi, futás során keletkezett ábrasor fejezi ki,



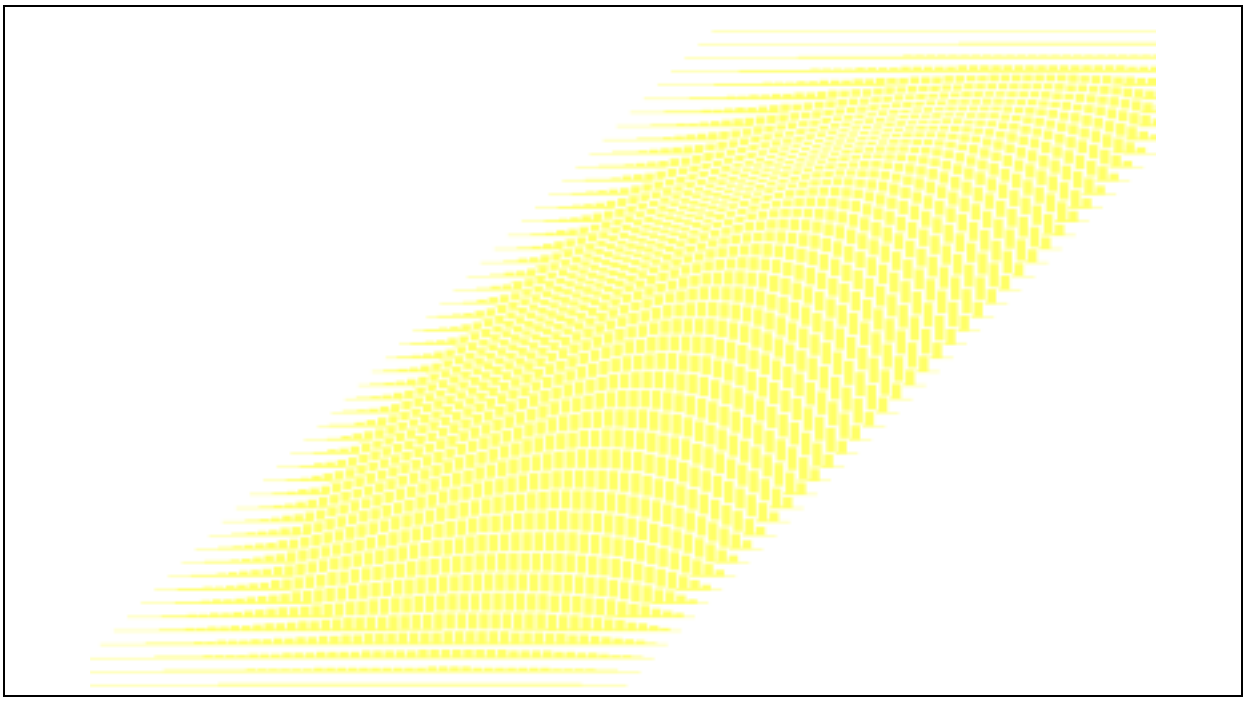
1. ábra. Egy futási kép – szintvonalas ábrázolás (2-irányú vonalakkal)



2. ábra. Egy futási kép – szintvonalas ábrázolás (4-irányú vonalakkal)



3. ábra. Egy futási kép – pontfelhővel



4. ábra. Egy futási kép – téglalapokkal

valamint egy próba: FV2MO.EXE.

2 Útban a megoldás felé

2.1 Jelölések

Alapadatok:

- f – függvénykapcsolat; f: $\mathcal{D}_f \to \mathcal{R}_f$,
- $\mathcal{D}_f$ – értelmezési tartomány = [1..MaxN]×[1..MaxN]⊂**N**×**N**
- $\mathcal{R}_f$ – értékkészlet = [0..yMax] ⊂**R**

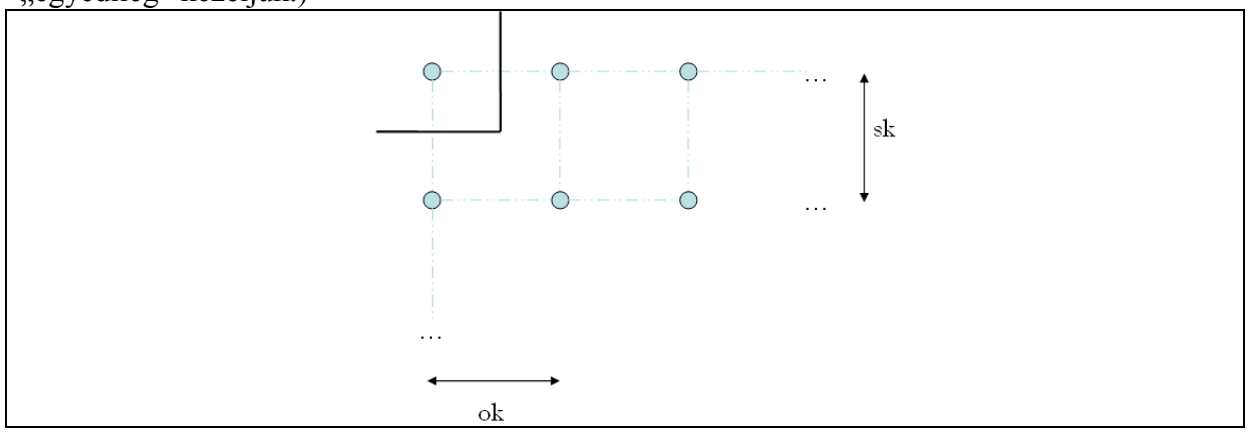
3 Módszerek – algoritmusok

Algoritmikus adatok és egyéb kellékek:

```
Függvény f(Konstans i,j:Egész):Valós
  …
Konstans   MaxN : Egész(50)
           SzvDb: Egész(5)
Típus      TFvTábla = Tömb(1..MaxN,1..MaxN:Valós)
           TSzintVonalak = Tömb(1..SzvDb:Valós)
Konstans   szv : TSzintVonalak(0.2,0.4,0.6,0.8,1.0)
Változó    fvt:TFvTábla          [egy fv. gráfjának pontjai]
           sDb,oDb:Egész         [rajzolandó sorok, oszlopok száma]
           sk,ok:Egész           [rácsháló sor-, oszlopköz mérete]
           yMax,ny:Valós         [fv. maximuma, nyújtási tényező]
```

3.1 Rajzolás merőleges szintvonalakkal

A lényeg: minden (?!?) pont és jobb oldali szomszédja közé meghúzzuk a felező merőlegest, ha közöttük megy (legalább egy) szintvonal. Ugyanígy teszünk a pont és alatta levő szomszédjával is. (Így nem járhatunk el a jobb szélső oszlop és a legalsó sor pontjaival. Ezeket „egyedileg” kezeljük.)



5. ábra. Megengedett 2 szintvonal.

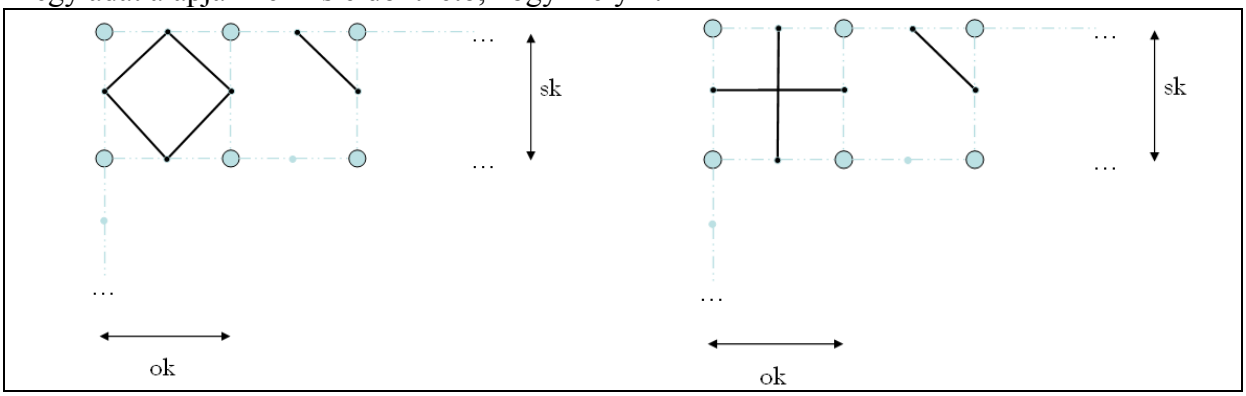
```
Eljárás SzintVonalasRajzolás1:
  Változó
    i,j:Egész

  sk:=MaxY Div sDb; ok:=MaxX Div oDb;
  Ciklus i=1-től sDb-1-ig
    Ciklus j=1-től oDb-1-ig
      Ha szintvonal(fvt(i,j),fvt(i,j+1)) akkor Függőleges(i,j)
      Ha szintvonal(fvt(i,j),fvt(i+1,j)) akkor Vízszintes(i,j)
    Ciklus vége
  Ciklus vége
  Ciklus j=1-től oDb-1-ig
    Ha szintvonal(fvt(sDb,j),fvt(sDb,j+1)) akkor Függőleges(sDb,j)
  Ciklus vége
  Ciklus i=1-től sDb-1-ig
      Ha szintvonal(fvt(i,oDb),fvt(i+1,oDb)) akkor Vízszintes(i,oDb)
  Ciklus vége
Eljárás vége.

Függvény Szintvonal(Konstans y1,y2:Valós):Logikai
  Változó
    k:Egész
    x:Valós

  x:=szv(1)*yMax; k:=1
  Ciklus amíg (x<y1) és (x<y2) [eldöntés tétel kiválasztás szerűen]
    k:+1; x:=szv(k)*yMax
  Ciklus vége
  Szintvonal:=(x<y1) vagy (x<y2)
Függvény vége.

Eljárás Függőleges(Konstans i,j:Egész):
  Szakasz(j*ok,MaxY-i*sk,j*ok,MaxY-i*sk+sk)[1]
Eljárás vége.
```

[1] Ugyanez a Turbo grafikában: `Line(x1,y1,x2,y2)`.

```
Eljárás Vízszintes(Konstans i,j:Egész):
  Szakasz(j*ok,MaxY-i*sk,j*ok-ok,MaxY-i*sk)
Eljárás vége.
```

3.2 Rajzolás 4-irányú szintvonalakkal

A túl szögletes vonalakon úgy segítünk, hogy 45 fokos egyeneseket is megengedünk. Ekkor az adott pont és 3 szomszédját vesszük figyelembe. Világos, hogy a négy szomszédos pont közötti szakaszfelező pontok száma: 0, 2 vagy 4 lehet. A 4 esete sajnálatos módon kétféle szintvonal összekötést is jelenthet: egy keresztre, ill. egy rombuszra emlékeztető. Ráadásul a négy adat alapján nem is eldönthető, hogy melyik.



6. ábra. Megengedett szintvonalak – 2 változat.

```
Típus
  TSzintPontok=Tömb(1..4:Rekord(sor,oszlop:Egész))

Eljárás SzintVonalasRajzolás2:
  Változó
    x:Valós;
    db,i,j,k:Egész;
    szint:TSzintPontok

  sk:=MaxY Div sDb; ok:=MaxX Div oDb
  Cilus i=1-től sDb-1-ig
    Cilus j=1-től oDb-1-ig
      db:=0  [kiválogatás, cikluskibontással!]
      Ha szintvonal(fvt(i,j),fvt(i,j+1)) akkor
        db:+1
        szint(db).sor:=i*2; szint(db).oszlop:=j*2+1
      Elágazás vége
      Ha szintvonal(fvt(i,j),fvt(i+1,j)) akkor
        db:+1
        szint(db).sor:=i*2+1; szint(db).oszlop:=j*2
      Elágazás vége
      Ha szintvonal(fvt(i+1,j),fvt(i+1,j+1)) akkor
        db:+1
        szint(db).sor:=i*2+2; szint(db).oszlop:=j*2+1
      Elágazás vége
      Ha szintvonal(fvt(i,j+1),fvt(i+1,j+1)) akkor
        db:+1
        szint(db).sor:=i*2+1; szint(db).oszlop:=j*2+2
      Elágazás vége
```

```
      Elágazás
        db=2 esetén Egyenes(szint)
        db=4 esetén Kereszt(szint) [2]
      Elágazás vége
    Ciklus vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.

Eljárás Egyenes(Konstans szint:TSzintPontok):
  Szakasz(szint(1).oszlop*ok Div 2, MaxY-szint(1)*sk Div 2,
          szint(2).oszlop*ok Div 2, MaxY-szint(2).sor*sk Div 2)
Eljárás vége.

Eljárás Kereszt(Konstans szint:TSzintPontok):
  Változó
    s1,o1,s2,o2:Egész

  s1:=MaxY-szint(1).sor*sk Div 2;  o1:=szint(1).oszlop*ok Div 2
  s2:=MaxY-szint(2).sor*sk Div 2;  o2:=szint(2).oszlop*ok Div 2
  s3:=MaxY-szint(3).sor*sk Div 2;  o3:=szint(3).oszlop*ok Div 2
  s4:=MaxY-szint(4).sor*sk Div 2;  o4:=szint(4).oszlop*ok Div 2
  Szakasz(o1,s1,o3,s3);  Szakasz(o2,s2,o4,s4)
Eljárás vége.
```

3.3 Pontfelhős rajzolás

A lényeg: minden y-értékhez a nagyságával arányos sűrűségű „felhődarabot” generálunk. A felhődarab `sk*ok` pixelméretű. E pixelek közül kell megfelelő számút kigyújtani.
Kétféle elképzelés lehet erre.

1) `fvt(i,j)/(Max(ii,jj) fvt(ii,jj))*sk*ok` darab kigyújtott pont legyen; vagy
2) az `sk*ok` pixel mindegyike `fvt(i,j)/(Max(ii,jj) fvt(ii,jj))` valószínűséggel legyen kigyújtva.

Az első pontos tud lenni, ha ügyelünk a pontkiválasztás egyértelműségére, de a telítéshez közel túl sok ismétlődést kíván. A második csak „várhatólag” ad jó eredményt, de konstans idejű.
Az alábbi algoritmus az első egy variációja, amely nem ügyel a pontkiválasztás egyediségére, de azzal minimalizálja problémát, hogy 50%-ban maximálja a kitöltést. (Az 50% tartozik a maximális függvényértékhez.)

```
Eljárás PontFelhősRajzolás:
  Változó
    db,i,j,ii,jj,k:Egész

  sk:=MaxY Div sDb; ok:=MaxX Div oDb

  Ciklus i=1-től sDb-ig
    Ciklus j=1-től oDb-ig
      db:=Kerekít(sqr(fvt(i,j)/yMax)*sk*ok) Div 2
      Ciklus k=1-től db-ig
        ii:=Random(sk); jj:=Random(ok)
        Pont(j*ok+jj,MaxY-i*sk+ii,1)
      Ciklus vége
    Ciklus vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

[2] A `Rombusz(szint)` eljáráshívás is elképzelhető. A `Kereszt`-et választjuk, mert az csak 2 vonalat jelent. ☺

3.4 Téglalapos rajzolás

Lényege: a felület minden pontjának megfeleltetünk egy színezett oszlopot, amelynek magassága a pont „magassága” lesz. A térbeliséget a téglalapok axonometrikus elhelyezésével érjük el. Vagyis az `(i,j)` indexű `fvt(i,j)` magasságú ponthoz egy `(o,s0)` „talppontú”, `fvt(i,j)` magasságú oszlopot rendelünk. Ahol

- `o:=i*sk+j*ok`
- `s:=Kerekít(MaxY-i*sk-fvt(i,j)*ny)`
- `s0:=Kerekít(MaxY-i*sk)`

Mivel az *axonometrikus ábrázolás* esetén az egyes oszlopok takarhatják egymást, a kirajzolást hátulról kezdve végezzük. Annak érdekében, hogy az egyes oszlopok ne olvadjanak össze, árnyékkal operálunk: `ax,ay` jelentse az „árnyék kilógását” az oszlop alól *balra*, ill. *felfelé*. Hogy a megjelenítést ki lehessen próbálni a különféle árnyékkal, az eljárást velük paraméterezzük. Az oszlopok magasságának maximumát jelöljük `MaxMag`-gal, amit ismertnek veszünk.

```
Eljárás TéglásRajzolás(ax,ay: Egész):
  Változó
    i,j,o,s,s0:Egész
  sk:=(MaxY-MaxMag) Div sDb; ok:=MaxX Div (sDb+oDb+1)
  Ciklus i=sDb-től 1-ig visszafelé
    Ciklus j=oDb-tól 1-ig visszafelé
      o:=i*sk+j*ok; s:=Kerekít(MaxY-i*sk-fvt[i,j]*ny)
      s0:=Kerekít(MaxY-i*sk)
      OszlopSzin(Fekete)[3]; Oszlop(o+ax-ok,s-ay,o+ax,s0-ay)
      OszlopSzin(Kék); Oszlop(o-ok,s,o,s0)
    Ciklus vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

4 A keretprogram

Lásd Fv2Ker.htm, FV2KER.PAS.

[3] Turbo grafikában ugyanez: `SetFillStyle(SolidFill,Black)`.