Mátrixtükrözés a mellékátlóra

A feladat specifikációja:

Legyen $\mathbb{M} : vekt(\mathbb{N}, vekt(\mathbb{N}, \mathbb{R}))$ és
$\mathbb{M}' = \{m \in \mathbb{M} | \forall j \in [m.lob..m.hib] : m_j.lob = m.lob \wedge m_j.hib = m.hib\}$

$A = \underset{m}{\mathbb{M}'}$

$B = \underset{m'}{\mathbb{M}'}$

$Q : \big(m = m'\big)$

$R : \big(\forall i \in [m.lob..m.hib] : \forall j \in [m.lob..m.hib] :$
$m'_{ij} = m_{(m.hib-(j-m.lob))(m.hib-(i-m.lob))} \wedge$
$\wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$

Keressük a megoldást adó programot **ciklus** formában, ahol

$P : \big(k \in [m.lob..m.hib + 1] \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [k..m.hib] : \forall j \in [m.lob..m.lob + (m.hib - k)] :$
$m'_{ij} = m_{(m.hib-(j-m.lob))(m.hib-(i-m.lob))} \wedge$
$\wedge\ \forall (i,j) \in [m.lob..m.hib] \times [m.lob..m.hib] \setminus$
$\setminus [k..m.hib] \times [m.lob..m.lob + (m.hib - k)] :$
$m'_{ij} = m_{ij} \wedge \wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$

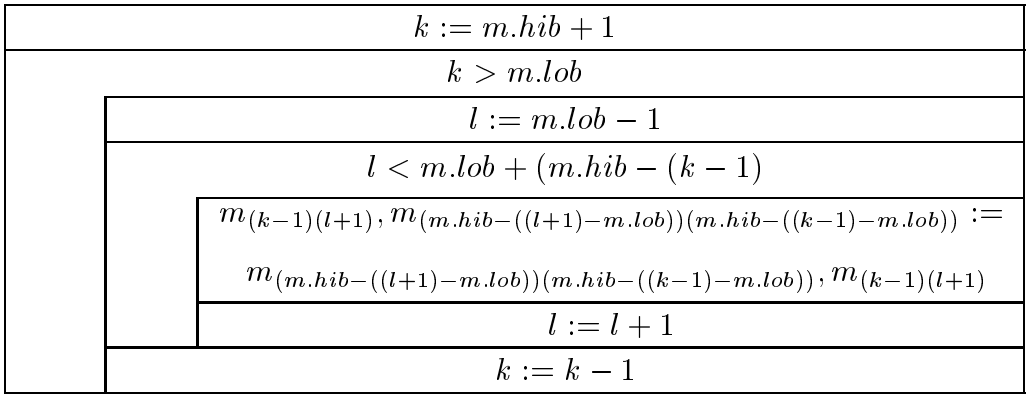
1. $Q \not\Rightarrow P$, de $Q \Rightarrow P^{k \leftarrow m.hib+1}$.
   Innen adódik, hogy
   $Q \Rightarrow \mathrm{lf}(k := m.hib + 1,\ P)$
2. A ciklus levezetési szabálya második feltétele:
   $P \wedge \neg\pi \Rightarrow R$
   teljesül, ha $\neg\pi :\ (k \leq m.lob)$.
   Ezért $\pi :\ (k > m.lob)$ alkalmas választás.
3. A ciklus levezetési szabálya harmadik feltétele:
   $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$
   teljesül, ha $t :\ k - m.lob$
   a π választása miatt.
4. és 5. Belátható, hogy
   $P \wedge k > m.lob \Rightarrow \mathrm{lf}(S_0^1,\ P^{k \leftarrow k-1})$
   esetén a $(S_0^1; k := k - 1)$ program alkalmas ciklusmag.

Legyen

$\overline{P} : \big(k \in [m.lob..m.hib+1] \wedge k > m.lob \wedge l \in [m.lob-1..m.lob+(m.hib-(k-1)] \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [k..m.hib] : \forall j \in [m.lob..m.lob+(m.hib-k)] :$
$m'_{ij} = m_{(m.hib-(j-m.lob))(m.hib-(i-m.lob))} \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [m.lob..l] :$
$(m'_{k-1i} = m_{(m.hib-(i-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob)} \wedge$
$\wedge\ m'_{(m.hib-(i-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob)} = m_{k-1i}) \wedge$
$\wedge\ \forall (i,j) \in ([m.lob..m.hib] \times [m.lob..m.hib] \setminus$
$\setminus([k..m.hib] \times [m.lob..m.lob+(m.hib-k)] \cup \{k-1\} \times [m.lob..l] \cup$
$\cup [m.hib-(l-m.lob)..m.hib] \times \{m.hib-(k-1-m.lob)\})) :$
$m'_{ij} = m_{ij} \wedge$
$\wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$

Ekkor
$P \wedge k > m.lob \Rightarrow \overline{P}^{l \leftarrow m.lob-1}$
$\overline{P} \wedge \neg\overline{\pi} \Rightarrow P^{k \leftarrow k-1}$ teljesül, ha
$\neg\overline{\pi} :\ l \geq m.lob+(m.hib-(k-1)$, tehát $\overline{\pi} : l < m.lob+(m.hib-(k-1)$ alkalmas választás.
$\overline{P} \wedge \overline{\pi} \Rightarrow \overline{t} > 0$ teljesül, ha $\overline{t} :\ m.lob+(m.hib-(k-1)-l.$
Látható, hogy
$\overline{P} \wedge \overline{\pi} \Rightarrow$
$\big(k \in [m.lob..m.hib+1] \wedge k > m.lob \wedge l+1 \in [m.lob-1..m.lob+(m.hib-(k-1)] \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [k..m.hib] : \forall j \in [m.lob..m.lob+(m.hib-k)] :$
$m'_{ij} = m_{(m.hib-(j-m.lob))(m.hib-(i-m.lob))} \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [m.lob..l] :$
$(m'_{k-1i} = m_{(m.hib-(i-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob)} \wedge$
$\wedge\ m'_{(m.hib-(i-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob)} = m_{k-1i}) \wedge$
$\wedge\ m'_{(k-1)(l+1)} = m_{(k-1)(l+1)} \wedge$
$\wedge\ m'_{(m.hib-((l+1)-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob))} = m_{(m.hib-((l+1)-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob))} \wedge$
$\wedge\ \forall (i,j) \in ([m.lob..m.hib] \times [m.lob..m.hib] \setminus$
$\setminus([k..m.hib] \times [m.lob..m.lob+(m.hib-k)] \cup \{k-1\} \times [m.lob..(l+1)] \cup$
$\cup [m.hib-((l+1)-m.lob)..m.hib] \times \{m.hib-(k-1-m.lob)\})) :$
$m'_{ij} = m_{ij} \wedge$
$\wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$
Tehát
$\overline{P} \wedge \overline{\pi} \Rightarrow \mathrm{lf}(\overline{S}_0^1,\ \overline{P}^{l \leftarrow l+1})$
teljesül, ha
$\overline{S}_0^1 :\ m_{k-1,l+1}, m_{(m.hib-(l+1-m.lob)),(m.hib-(k-1-m.lob} :=$
$m_{(m.hib-(l+1-m.lob)),(m.hib-(k-1-m.lob}, m_{k-1,l+1}$

Egy lehetséges megoldás tehát a következő program:


$k := m.hib + 1$
$k > m.lob$
$l := m.lob - 1$
$l < m.lob + (m.hib - (k-1)$
$m_{(k-1)(l+1)}, m_{(m.hib-((l+1)-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob))} :=$
$m_{(m.hib-((l+1)-m.lob))(m.hib-((k-1)-m.lob))}, m_{(k-1)(l+1)}$
$l := l + 1$
$k := k - 1$