Mátrixtükrözés a főátlóra

A feladat specifikációja:

Legyen $\mathbb{M} : vekt(\mathbb{N}, vekt(\mathbb{N}, \mathbb{R}))$ és
$\mathbb{M}' = \{m \in \mathbb{M} | \forall j \in [m.lob..m.hib] : m_j.lob = m.lob \wedge m_j.hib = m.hib\}$

$A = \underset{m}{\mathbb{M}'}$

$B = \underset{m'}{\mathbb{M}'}$

$Q : \big(m = m'\big)$

$R : \big(\forall i \in [m.lob..m.hib] : \forall j \in [m.lob..m.hib] : m'_{ij} = m_{ji} \wedge$
$\wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$

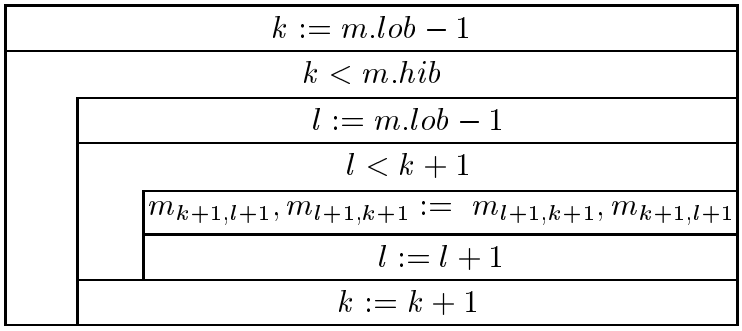
Keressük a megoldást adó programot **ciklus** formában, ahol

$P : \big(k \in [m.lob - 1..m.hib] \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [m.lob..k] : \forall j \in [m.lob..k] : m'_{ij} = m_{ji} \wedge$
$\wedge\ \forall (i,j) \in [m.lob..m.hib] \times [m.lob..m.hib] \setminus [m.lob..k] \times [m.lob..k] :$
$m'_{ij} = m_{ij} \wedge \wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$

1. $Q \not\Rightarrow P$, de $Q \Rightarrow P^{k \leftarrow m.lob-1}$.
   Innen adódik, hogy
   $Q \Rightarrow \mathrm{lf}(k := m.lob - 1,\ P)$
2. A ciklus levezetési szabálya második feltétele:
   $P \wedge \neg\pi \Rightarrow R$
   teljesül, ha $\neg\pi :\ (k \geq m.hib)$.
   Ezért $\pi :\ (k < m.hib)$ alkalmas választás.
3. A ciklus levezetési szabálya harmadik feltétele:
   $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$
   teljesül, ha $t :\ m.hib - k$
   a π választása miatt.
4. és 5. Belátható, hogy
   $P \wedge k < m.hib \Rightarrow \mathrm{lf}(S_0^1,\ P^{k \leftarrow k+1})$
   esetén a $(S_0^1; k := k + 1)$ program alkalmas ciklusmag.

Legyen

$\overline{P} : \big(k \in [m.lob - 1..m.hib] \wedge k < m.hib \wedge l \in [m.lob - 1..k + 1] \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [m.lob..k] : \forall j \in [m.lob..k] : m'_{ij} = m_{ji} \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [m.lob..l] : (m'_{k+1i} = m_{ik+1} \wedge m'_{ik+1} = m_{k+1i} \wedge)$
$\wedge\ \ \forall (i,j) \in [m.lob..m.hib] \times [m.lob..m.hib] \setminus$
$\setminus([m.lob..k] \times [m.lob..k] \cup [m.lob..l] \times \{k+1\} \cup$
$\cup\{k+1\} \times [m.lob..l]) : m'_{ij} = m_{ij} \wedge$
$\wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$

Ekkor
$P \wedge k < m.hib \Rightarrow \overline{P}^{l \leftarrow m.lob-1}$
$\overline{P} \wedge \neg\overline{\pi} \Rightarrow P^{k \leftarrow k+1}$ teljesül, ha
$\neg\overline{\pi} :\ l \geq k+1$, tehát $\overline{\pi} : l < k+1$ alkalmas választás.
$\overline{P} \wedge \overline{\pi} \Rightarrow \overline{t} > 0$ teljesül, ha $\overline{t} :\ k+1-l$.
Látható, hogy
$\overline{P} \wedge \overline{\pi} \Rightarrow$
$\big(k \in [m.lob - 1..m.hib] \wedge k < m.hib \wedge l + 1 \in [m.lob - 1..k + 1] \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [m.lob..k] : \forall j \in [m.lob..k] : m'_{ij} = m_{ji} \wedge$
$\wedge\ \forall i \in [m.lob..l] : (m'_{k+1i} = m_{ik+1} \wedge m'_{ik+1} = m_{k+1i} \wedge)$
$\wedge\ m'_{k+1l+1} = m_{k+1l+1} \wedge m'_{l+1k+1} = m_{l+1k+1}$
$\wedge\ \ \forall (i,j) \in [m.lob..m.hib] \times [m.lob..m.hib] \setminus$
$\setminus([m.lob..k] \times [m.lob..k] \cup [m.lob..l+1] \times \{k+1\} \cup$
$\cup\{k+1\} \times [m.lob..l+1]) : m'_{ij} = m_{ij} \wedge$
$\wedge\ m'.lob = m.lob \wedge m'.hib = m.hib\big)$
Ezért
$\overline{P} \wedge \overline{\pi} \Rightarrow \overline{P}^{l \leftarrow l+1 m_{k+1,l+1}, m_{l+1,k+1} \leftarrow m_{l+1,k+1}, m_{k+1,l+1}}$
Tehát
$\overline{P} \wedge \overline{\pi} \Rightarrow \mathrm{lf}(\overline{S}_0^1,\ \overline{P}^{l \leftarrow l+1})$
Teljesul, ha $\overline{S}_0^1 :\ m_{k+1,l+1}, m_{l+1,k+1} :=\ m_{l+1,k+1}, m_{k+1,l+1}$

Egy lehetséges megoldás tehát a következő program: