A feladat specifikációja:

Legyen $\mathbb{X} : vekt(\mathbb{N}, \{0, 1, 2, ..., 9\})$.

$$A = \underset{n}{\mathbb{N}_0} \times \underset{s}{\mathbb{N}} \times \underset{x}{\mathbb{X}}$$

$$B = \underset{n'}{\mathbb{N}}$$

$Q : \big(n = n'\big)$

$R : \big(n' = \sum\limits_{j=x.lob}^{x.hib} x[j] \cdot 10^{(x.hib-j)} \wedge s = szjsz(n') \ \wedge n' = x.dom\big)$

Keressük a megoldást adó programot **ciklus** formában, ahol

$P : \big(s \in [0..x.dom] \wedge \ n' = x.dom \ \wedge$
$\wedge \ n' = (\sum\limits_{x.hib-s+1}^{x.hib} x[j] \cdot 10^{(x.hib-j)}) + n \cdot 10^s \wedge \forall j \in [x.lob..x.hib - s] : x[j] = 0 \wedge$
$\wedge \ n > 0 \rightarrow szjsz(n') = szjsz(n) + s \wedge \ n = 0 \rightarrow szjsz(n') = s\big)$

1. $Q \not\Rightarrow P$, de $Q \Rightarrow P^{s,x \leftarrow 0,(1,<0_1,0_2,....,0_n>)}$.
   Innen adódik, hogy
   $Q \Rightarrow \mathrm{lf}(s, x := 0, (1, < 0_1, 0_2, ..., 0_n >), \ P)$
2. A ciklus levezetési szabálya második feltétele:
   $P \wedge \neg\pi \Rightarrow R$
   teljesül, ha $\neg\pi : \ (n = 0)$.
   Ezért $\pi : \ (n > 0)$ alkalmas választás.
3. A ciklus levezetési szabálya harmadik feltétele:
   $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$
   teljesül, ha $t : \ n$
   a π választása miatt.
4. és 5. Belátható, hogy
   $P \wedge n > 0 \Rightarrow \big((s + 1) \in [0..x.dom] \wedge \ n' = x.dom \ \wedge$
   $\wedge \ n' = (n \ mod \ 10) \cdot 10^s + (\sum\limits_{x.hib-s+1}^{x.hib} x[j] \cdot 10^{(x.hib-j)}) + (n \ div \ 10) \cdot 10^{(s+1)} \ \wedge$
   $\wedge \ \forall j \in [x.lob..x.hib - (s + 1)] : x[j] = 0 \wedge$
   $\wedge \ (n \ div \ 10) > 0 \rightarrow szjsz(n') = szjsz((n \ div \ 10)) + (s + 1) \ \wedge$
   $\wedge \ (n \ div \ 10) = 0 \rightarrow szjsz(n') = (s + 1)\big)$
   ezért
   $P \wedge \pi \Rightarrow P^{n,s,x[x.hib-s] \leftarrow (n \ div \ 10),s+1,(n \ mod \ 10)})$
   Innen adódik, hogy
   $P \wedge \pi \Rightarrow \mathrm{lf}(n, s, x[x.hib - s] := (n \ div \ 10), s + 1, (n \ mod \ 10), \ P)$

Egy lehetséges megoldás tehát a következő program:

$s, x := 0, (1, < 0_1, 0_2, ..., 0_n >)$
$n > 0$
$\quad n, s, x[x.hib - s] := (n \ div \ 10), s + 1, (n \ mod \ 10)$

Legyen $\mathbb{X} : fun(\mathbb{N}, \{0, 1, 2, ..., 9\})$.

$$A = \underset{n}{\mathbb{N}_0} \times \underset{s}{\mathbb{N}} \times \underset{x}{\mathbb{X}}$$

$$B = \underset{n'}{\mathbb{N}}$$

$$Q : \big(n = n'\big)$$

$$R : \big(n' = \sum_{j=x.lob}^{x.hib} x[j] \cdot 10^{(x.hib-j)} \wedge \ x[x.lob] \neq 0 \ \wedge s = szjsz(n')\big)$$

Keressük a megoldást adó programot **ciklus** formában, ahol

$$P : \big(n' = (\sum_{x.lob}^{x.hib} x[j] \cdot 10^{(x.hib-j)}) + n \cdot 10^{(x.hib-x.lob+1)} \wedge s = x.hib - x.lob + 1 \wedge$$
$$\wedge \ n > 0 \rightarrow szjsz(n') = szjsz(n) + s \wedge \ n = 0 \rightarrow szjsz(n') = s\big)$$

1. $Q \not\Rightarrow P$, de $Q \Rightarrow P^{s,x \leftarrow 0,(n,<>)}$.
   Innen adódik, hogy
   $Q \Rightarrow \mathrm{lf}(s, x := 0, (n, <>), \ P)$
2. A ciklus levezetési szabálya második feltétele:
   $P \wedge \neg\pi \Rightarrow R$
   teljesül, ha $\neg\pi : \ (n = 0)$.
   Ezért $\pi : \ (n > 0)$ alkalmas választás.
3. A ciklus levezetési szabálya harmadik feltétele:
   $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$
   teljesül, ha $t : \ n$
   a π választása miatt.
4. és 5. Belátható, hogy
   $P \wedge n > 0 \Rightarrow$
   $$\big(n' = (n \ mod \ 10) \cdot 10^{(x.hib-(x.lob-1))} + (\sum_{x.lob}^{x.hib} x[j] \cdot 10^{(x.hib-j)}) +$$
   $$+ \ (n \ div \ 10) \cdot 10^{(x.hib-(x.lob-1)+1)} \ \wedge$$
   $$\wedge \ (s + 1) = x.hib - (x.lob - 1) + 1 = 0 \wedge$$
   $$\wedge \ (n \ div \ 10) > 0 \rightarrow szjsz(n') = szjsz((n \ div \ 10)) + (s + 1) \ \wedge$$
   $$\wedge \ (n \ div \ 10) = 0 \rightarrow szjsz(n') = (s + 1)\big)$$
   ezért
   $$P \wedge \pi \Rightarrow P^{n,s,x \leftarrow (n \ div \ 10), s+1, x:loext((n \ mod \ 10))}\big)$$

Innen adódik, hogy
$P \wedge \pi \Rightarrow \mathrm{lf}(n, s, x := (n\ div\ 10), s+1, x : loext((n\ mod\ 10)),\ P)$

Egy lehetséges megoldás tehát a következő program:

$s, x := 0, (n, <>)$	
$n > 0$	
	$n, s, x := (n\ div\ 10), s+1, x : loext((n\ mod\ 10))$