1. Lineáris keresés

1.0.1. Lineáris keresés 2.9 változat

Legyen $m \in \mathbb{Z}$, $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$, $\gamma : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$. Keressük meg azt a legkisebb β tulajdonságú i egész számot, ha van ilyen, amelyre $i \geq m$, és az $[m..i]$ minden elemére γ hamis.

$$A = \underset{m}{\mathbb{Z}} \times \underset{i}{\mathbb{Z}}$$

$$B = \underset{m'}{\mathbb{Z}}$$

$$Q : \big(m = m' \land \exists j \geq m : \gamma(j)\big)$$

$$R : \big(m = m' \land (u \leftrightarrow \exists i \geq m : \forall j \in [m,i] : \neg\gamma(j) \land \exists j \in [m,i] : \beta(j)) \land$$
$$\land (u \to i \geq m \land \beta(i) \land \forall j \in [m,i] : \neg\gamma(j) \land \forall j \in [m,i) : \neg\beta(j))\big)$$

Keressük a megoldást adó programot **ciklus** formában, ahol

$$P : \big(Q \land i \geq m \land \forall j \in [m,i) : \neg\gamma(j) \land \forall j \in [m,i) : \neg\beta(j) \land$$
$$\land (u \leftrightarrow \exists j \in [m,i] : \beta(j) \land \forall j \in [m,i] : \neg\gamma(j))\big)$$

1. Könnyen ellenőrizhető, hogy
   $Q \Rightarrow P$
   nem teljesül. Ugyanakkor látható, hogy
   $Q \Rightarrow P^{u,i \leftarrow \beta(m) \land \neg\gamma(m), m}$
   fennáll, mivel
   $P^{u,i \leftarrow \beta(m) \land \neg\gamma(m), m}$:
   $\big(Q \land m \geq m \land \forall j \in [m,m) : \neg\gamma(j) \land \forall j \in [m,m) : \neg\beta(j) \land$
   $\land (\beta(m) \land \neg\gamma(m) \leftrightarrow \exists j \in [m,m] : \beta(j) \land \forall j \in [m,m] : \neg\gamma(j))\big)$,
   és
   $\big(m \geq m \land \forall j \in [m,m) : \neg\gamma(j) \land \forall j \in [m,m) : \neg\beta(j) \land$
   $\land (\beta(m) \land \neg\gamma(m) \leftrightarrow \exists j \in [m,m] : \beta(j) \land \forall j \in [m,m] : \neg\gamma(j))\big) \Leftrightarrow true.$
   Tehát
   $Q \Rightarrow \mathrm{lf}(u, i := \beta(m) \land \neg\gamma(m), m,\ P)$.
   Ugyanakkor $P \Rightarrow P$
   nyilván teljesül.
2. Könnyen látható, hogy a ciklus levezetési szabálya második feltétele:
   $P \land \neg\pi \Rightarrow R$
   teljesül, ha $\neg\pi :\ u \lor (\neg u \land \gamma(i))$.
   Tehát $\pi :\ \neg u \land \neg\gamma(i)$ alkalmas választás.
3. A ciklus levezetési szabálya harmadik feltétele . . .
4. Célszerű a ciklusmagot
   $S_0 : (S_1; S_2)$
   szekvencia fomában keresni, ahol
   $S_2 = (i := i + 1)$

abból a meggondolásból, hogy a ciklus levezetési szabályának 5. feltétele is teljesüljön.
$P^{i \leftarrow i+1} : \big(Q \wedge i+1 \geq m \wedge \forall j \in [m, i+1) : \neg\gamma(j) \wedge \forall j \in [m, i+1) : \neg\beta(j) \wedge$
$\wedge (u \leftrightarrow \exists j \in [m, i+1] : \beta(j) \wedge \forall j \in [m, i+1] : \neg\gamma(j))\big),$
ugyanakkor
$P \wedge \neg u \wedge \neg\gamma(i) \Rightarrow \big(Q \wedge i+1 \geq m \wedge \forall j \in [m, i+1) : \neg\gamma(j) \wedge \forall j \in [m, i+1) : \neg\beta(j) \wedge$
$\wedge ((\beta(i+1) \wedge \neg\gamma(i+1)) \leftrightarrow \exists j \in [m, i+1] : \beta(j) \wedge \forall j \in [m, i+1] : \neg\gamma(j))\big),$
ahonnan
$P \wedge \neg u \wedge \neg\gamma(i) \Rightarrow \mathrm{lf}(S_1, P^{i \leftarrow i+1}),$
ahol $S_1 : \; u := \beta(i+1) \wedge \neg\gamma(i+1).$

5. A ciklus levezetésének ötödik feltétele ...

Tehát a keresett program:

$u, i := \beta(m) \wedge \neg\gamma(m), m$
$\neg u \wedge \neg\gamma(i)$
$u := \beta(i+1) \wedge \neg\gamma(i+1)$
$i := i+1$

A tétel közvetlen alkalmazható lináris keresésre **szekvenciális input file** esetén, ahol $\gamma(i) : \; sa = abnorm$, ha a ciklusmagban a szekvencia sorendjét felcseréljük. Könnyen belátható, hogy ez jelen esetben megengedett transzformáció.

A típustranszformációnak megfelelő transzformált program a következő:

$sa, da, a : read$	
$sa = norm$	
$u := \beta(da)$	$u := \downarrow$
$\neg u \wedge sa = norm$	
$sa, da, a : read$	
$sa = norm$	
$u := \beta(da)$	$u := \downarrow$