Programozási módszertan gyakorló feladatok

1.LEVEZETÉSES FELADATOK

1. Adott egy $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ függvény. Határozzuk meg, hogy a függvény melyik két pontban veszi fel a maximumát és a minimumát az $[m..n]$ intervallumban!

2. Határozzuk meg az x és az y természetes számok legnagyobb közös osztóját!

3. Határozzuk meg az x és az y természetes számok legkisebb közös többszörösét!

4. Határozzuk meg – a hatványozás műveletének használata nélkül – az x szám n-edik hatványát!

5. Döntsük el, hogy a k természetes szám osztja-e az x természetes számot!

6. Döntsük el, hogy az x természetes szám prímszám-e!

7. Adottak az x és y vektorok ($x.dom = y.dom$). Képezzük az $x+y$ és az $x-y$ vektorok skaláris szorzatát!

8. Határozzuk meg az x vektor elemeinek összegét úgy, hogy a páratlan indexű elemek a negáltjukkal szerepeljenek az összegzésben!

9. Adott egy egész számokból álló vektor és két egész szám. Állapítsuk meg, hogy a két szám előfordul-e a vektorban, és ha igen, akkor melyik előbb!

10. Adott az egész számokat tartalmazó x vektor. Permutáljuk a vektor elemeit (helyben!) úgy, hogy a vektor egy eleme a monoton rendezés szerinti helyére kerüljön, azaz ne előzze meg őt nála nagyobb elem és utána ne legyen nála kisebb!

11. Adott a t négyzetes mátrix. Határozzuk meg az alsó háromszög elemeinek összegét!

12. Adott a t négyzetes mátrix. Tükrözzük (transzponáljuk) a mellékátlójára helyben (azaz az eredmény t-ben keletkezzen)!

13. Adott a t négyzetes mátrix. Tükrözzük (transzponáljuk) a főátlójára helyben (azaz az eredmény t-ben keletkezzen)!

14. Adott az x vektor. Számítsuk ki a b vektor ($b.dom \leq x.dom$) elemeinek értékét úgy, hogy $b[i]$ az első i darab x-beli elem összege legyen!

15. Adottak az n és k számok. Számítsuk ki $\binom{n}{k}$ értékét!

16. Az x egész számokból álló vektor egy decimális szám számjegyeit tartalmazza helyiérték szerint csökkenő sorrendben. Számítsuk ki az ábrázolt szám értékét!

17. Adott egy természetes szám. Az x egészértékű vektorban állítsuk elő a szám számjegyeit helyiérték szerint csökkenő sorrendben, és adjuk meg azt is, hogy a szám hány számjegyből áll!

18. Az x egész számokból álló vektor egy decimális szám számjegyeit tartalmazza helyiérték szerint csökkenő sorrendben. Állítsuk elő x-ben az eredetinél eggyel nagyobb szám ugyanilyen ábrázolását és mondjuk meg, volt-e túlcsordulás!

19. Az x egész számokból álló vektor egy decimális szám számjegyeit tartalmazza helyiérték szerint csökkenő sorrendben. Állítsuk elő x-ben az eredetinél eggyel kisebb szám ugyanilyen ábrázolását, és mondjuk meg volt-e alulcsordulás!

20. Az azonos értelmezési tartományú x és y vektorok egy-egy p jegyű ($p = x.dom$) decimális szám számjegyeit tartalmazzák (A kisebb indexeken vannak 10 magasabb hatványainak együtthatói). Képezzük a z vektorban a számok összegét, és állapítsuk meg, hogy keletkezett-e túlcsordulás!

21. Adott az x vektor, melynek elemei k^2-es számrendszerbeli számjegyek. Állítsuk elő az így reprezentált szám k-as számrendszerbeli jegyeit az y vektorba (a szám magasabb helyiértékeit a vektor alacsonyabb indexű helyein találjuk)!

22. Adott az x vektor, melynek elemei k-as számrendszerbeli számjegyek. Állítsuk elő az így reprezentált szám k^2-es számrendszerbeli jegyeit az y vektorba (a szám magasabb helyiértékeit a vektor alacsonyabb indexű helyein találjuk)!

23. Egy vektor egy egész számot reprezentál úgy, hogy a vektor minden eleme a szám egy decimális számjegyét tartalmazza. Csökkentsük ezt a számot egy adott helyiértéken egy $0..9$ értékkel!

24. Határozzuk meg az x természetes szám decimális alakja számjegyeinek számát!

25. Határozzuk meg az x természetes szám decimális alakja számjegyeinek összegét!

26. Adott egy egész számokból álló vektor. Rendezzük a vektor elemeit (helyben) csökkenő sorrendbe!

2.VISSZAVEZETÉSES FELADATOK

A feladatokban szereplő függvények (ha más nincs kikötve) egész számok egy intervallumán vannak értelmezve, és egész értékűek.

1. Döntsük el a monoton növekedő f függvényről a szigorú értelemben vett monotonitást!

2. Adott a síkon N darab pont. Keressük meg az origótól legtávolabb eső pontot!

3. Határozzuk meg az f függvény legnagyobb k-val osztható értékét!

4. Határozzuk meg az f függvény azon pozitív értékeinek a számát, amelyek közvetlenül egy negatív érték után állnak!

5. Adjunk meg egy az n és a $2n$ természetes számok közé eső prímszámot!

6. Határozzuk meg az n természetes szám osztóinak a számát!

7. Állapítsuk meg, hogy az n természetes számnak van-e páratlan valódi osztója!

8. Számoljuk meg, hogy a monoton növekvő f függvény értékeinél hány helyen van ugrás, azaz hány helyen teljesül, hogy

$$f(i) - f(i-1) > 1!$$

9. Határozzuk meg az n természetes szám valódi páros osztóinak számát!

10. Határozzuk meg az n természetes szám legkisebb páratlan osztóját!

11. Keressük meg az f függvény egy olyan értékét, ami beleesik az $[a, b]$ és a $[c, d]$ intervallumba is!

12. Határozzuk meg az f függvénynek a k-nál kisebb legnagyobb értékét!

13. Adjuk meg az f függvény egy k-val osztható értékéhez tartozó argumentumát!

14. Keressünk az $[a, b]$ intervallumban ikerprímeket!

15. Állapítsuk meg, hogy van-e az f függvény értékei között páros szám!

16. Adott a középpontjával és a sugarával a síkon egy kör, és további N darab pont. Keressünk egy olyan pontot, ami a körbe esik!

17. Határozzuk meg az f függvénynek az $[a, b]$ intervallumba eső legnagyobb értékét!

18. Adjuk meg, hány olyan elem van az x vektorban ami kisebb az indexénél!

19. Állapítsuk meg, hogy van-e az f függvény értékei között olyan szám, amely k-hoz relatív prím!

20. Határozzuk meg az f függvény azon értékeinek a számát, amelyek vagy az $[a, b]$ vagy a $[c, d]$ intervallumba esnek!

21. Határozzuk meg az n természetes szám legkisebb egyszeres osztóját!

22. Adottak az x és y vektorok, ahol y elemei az x indexei közül valók. Keressük meg az x vektornak az y-ban megjelölt elemei közül a legnagyobbat!

23. Határozzuk meg az f függvénynek azt a legnagyobb értékét, amely k-val osztva 1-et ad maradékul!

24. Adjuk meg az f függvénynek azt az értékét, ami $mod \quad N$ a legnagyobb!

25. Adottak az azonos értelmezési tartományú f és g függvények, amelyek elemei valós számok. Az $(f(i), g(i))$ számpárok egy-egy síkbeli pont koordinátái. Számoljuk meg, hogy a pontok közül hány esik az (x_0, y_0) középpontú r sugarú körbe!

26. Határozzuk meg az n természetes szám legkisebb valódi nem prím osztóját!

27. Adottak az azonos értelmezési tartományú f és g függvények. Az f értékei egészek, g pedig csak a $0, 1$ értékeket veszi fel. Határozzuk meg azoknak a páros f értékeknek a számát, amelyek olyan pozícióban vannak ahol a g függvény értéke 1!

28. Keressük meg az f függvénynek az első n-nél kisebb vagy 0 értékét!

29. Adottak az x és y vektorok, valamint a k szám. Az y vektor az x indexeinek egy részhalmazát tartalmazza. Számoljuk meg, hány olyan k-val osztható elem van x-ben, amelynek indexe megtalálható y-ban!

30. Adott az x vektorban egy szöveg. Állapítsuk meg, hogy a szöveg tartalmaz-e magánhangzót!

31. Keressünk az x vektorban két olyan szomszédos elemet, amelyek szorzata negatív!

32. Az x vektor egy szöveget tartalmaz. Számoljuk meg hány magánhangzó van a szövegben!

33. Keressük meg az $[a, b]$ intervallumon értelmezett f függvény olyan értékeinek a maximumát, ahol az argumentum és az hozzá tartozó érték paritása azonos!

34. Keressük meg az f függvény egy olyan értékét, amely egyenlő a közvetlen szomszédai átlagával!

35. Keressük meg az f függvény legkisebb értékét!

36. Adott egy gráf a csúcsmátrixával. Állapítsuk meg a k-adik csúcs fokszámát!

37. Állapítsuk meg, hol van a monoton növekedő f függvényben a legnagyobb ugrás, azaz az $f(k) - f(k-1)$ érték mely k-ra maximális!

38. Adott a sík N darab pontja és egy P pont. Számoljuk meg, hány pontnak az egységsugarú környezetébe esik bele P!

39. Határozzuk meg az f függvény legnagyobb páros értékéhez tartozó argumentumot!
40. Adott a kezdőpontja szerint növekvő sorrendben a számegyenes N darab intervalluma. Állapítsuk meg, hogy a k szám hány intervallumba esik bele!
41. Határozzuk meg a monoton növekedő f függvénynek azt a k argumentumát, amire $ABS(f(k)-f(k-1))+ABS(f(k)-f(k-1))$ maximális!
42. Adjuk meg az f függvénynek azt az értékét, amelynek szomszédai átlagától való eltérése a legnagyobb!
43. Határozzuk meg az f függvény lokális minimumai közül a legnagyobbat! (Egy érték akkor lokális minimum, ha mindkét szomszédjánál kisebb.)
44. Adjuk meg, hány prímszám van az $[a, b]$ intervallumban!
45. Adjuk meg az f függvény utolsó pozitív értékének argumentumát!
46. Keressük meg az f függvény értékei között azt a számot amelynek decimális alakjában az egyesek helyén a legnagyobb számjegy áll!
47. Keressünk az x vektorban egy olyan elemet, ami osztható az indexével!
48. Adott a $0, 1$ értékeket felvevő f függvény. Keressük meg a függvény értelmezési tartományának azt az elemét, amely leghoszszabb egyes-értéksorozat kezdete!
49. Adott az n természetes szám. Határozzuk meg n egy valódi osztóját!
50. Az x vektor egy szöveget tartalmaz. Állapítsuk meg, hogy visszafelé olvasva a szöveg ugyanaz-e!
51. Állapítsuk meg, hogy van-e az f függvény első k darab értéke között olyan ami nagyobb a k-adik utáni értékek mindegyikénél!
52. Egy függvény értelmezési tartományának azt a szakaszát, amelyhez tartozó értékek negatívok, úgy hogy a szakaszt jobbról és balról nemnegatív érték, vagy az értelmezési tartomány vége határolja, a függvény negatív szigetének nevezzük. Adjuk meg az f függvény értelmezési tartományában a negatív szigetek számát!
53. Állapítsuk meg, hogy van-e negatív szám az f függvény értékeinek részletösszegei között!
54. Adott az x vektor, amelynek elemei nullák és egyesek. Számoljuk meg, hányszor fordul elő a vektorban a '0101' szakasz!
55. Adjunk meg egy olyan k számot, amire az n természetes szám bináris alakjának k-adik helyiértékén 1-es áll!
56. Adjuk meg a t mátrix egy olyan sorának indexét, amely nem tartalmaz pozitív elemet!
57. Adjuk meg az f függvény értelmezési tartományának azt a leghosszabb szakaszát, amelyen belül az értékek növekvőek!
58. Állapítsuk meg, hogy az x szám binárisan felírt alakjában hány darab 1-es szerepel!
59. Adott a t mátrix, amelynek elemei sorfolytonosan növekvő sorozatot alkotnak. Keressük meg a mátrixban az n értéket!
60. Adottak az $[m..n]$ intervallumon értelmezett f és g függvények. Állapítsuk meg, hogy hány egészkoordinátájú pont esik a függvényértékek közé!
61. Adottak az f és g monoton növő függvények, valamint a k szám. Állapítsuk meg, található-e olyan i és j argumentum, amire $f(i) + g(j) = k$!
62. Adottak az x és b vektorok. 'Fektessük' b-t az x vektorra folyamatosan egymás után ahányszor csak lehet, és számoljuk meg, hány helyen egyeznek az egymás feletti értékek!
63. Számoljuk meg, hogy a t mátrixban hány olyan sor van, ami csak egyetlen nullától különböző elemet tartalmaz!
64. Állapítsuk meg, hogy a b vektorban levő szöveg előfordul-e a karakteres x vektorban!
65. Adott az injektív f függvény. Adjuk meg az f egy olyan értékét, amelyet legalább egy nála nagyobb megelőz!
66. Keressük meg a t négyzetes mátrixnak azt a fődiagonálissal párhuzamos átlóját, amelyben az elemek összege a legnagyobb!
67. Határozzuk meg az n-nél kisebb, n-hez relatív prím természetes számok számát!
68. Keressük meg a négyzetes t mátrixnak azt az oszlopát, amelyben a fődiagonális feletti elemek összege a legnagyobb!
69. Keressük meg az f függvény értékei között a k szám p-edik előfordulását!
70. Keressük meg az $[m, n]$ intervallumban azt a legkisebb k számot, amire p és k relatív prímek!
71. Határozzuk meg az f függvénynek azt az értékét, amely leghamarabb fordul elő másodszor!
72. Adjuk meg az x vektor minden k hosszúságú szakasza maximális elemei közül a legkisebbet!
73. Határozzuk meg a négyzetes t mátrixnak a fődiagonális alatti legnagyobb elemét!
74. Keressük meg az x mátrixnak azt a sorát, amelynek minden eleme 1!
75. Állapítsuk meg, hogy melyik az f függvény leggyakrabban felvett értéke!
76. Határozzuk meg az f függvénynek azt az értékét, amit a legtöbb nála nagyobb elem előz meg!
77. Számoljuk meg az $f : [m..n] \times [m..n] \rightarrow \mathbb{Z}$ függvény nulla értékeit!

78. Számoljuk meg, hogy a t mátrixnak hány olyan sora van, ami csak egy nullától különböző elemet tartalmaz!

79. Adott az x vektor, amelynek elemei karakterek. A vektor szavakat tartalmaz, amiket egy-egy vessző választ el egymástól. Adjuk meg a leghosszabb szónak a kezdőindexét!

80. Adott egy x vektor, amely színeket tartalmaz sötétedő sorrendben (A színeken van értelmezve egy ún. sötétségi reláció, amely teljes rendezés). Keressük meg az x vektorban a világoskéket!

81. Egy $f:[a,b]\to\mathbb{Z}$ függvény értelmezési tartományának azon szakaszát, melynek két végpontja a függvény lokális minimumhelye úgy, hogy a végpontok közötti elemek nem azok, a függvény egy hegyének nevezzük. Adjuk meg a legszélesebb hegy kezdőpontját!

82. Egy vektornak azt a szakaszát, amely csupa negatív elemet tartalmaz úgy, hogy a szakaszt jobbról és balról nemnegatív elem, vagy a vektor vége határolja, a vektor negatív szigetének nevezzük. Adjuk meg az x vektor legnagyobb negatív szigetének kezdőindexét!

83. Egy múzeumban az i-dik órában $x(i)$ látogató érkezik, és $y(i)$ látogató megy el. Melyik órában volt a legtöbb látogató a múzeumban?

84. Adott a t és a p szöveg, $p.dom < t.dom$. Létezik-e olyan $\nu : [1..p.dom] \to [1..t.dom]$ indexsorozat, hogy $t\circ\nu = p$?

85. Adott a sík N pontja. Állapítsuk meg, melyik a két legtávolabbi pont!

86. Egy sakkbajnokság végeredményét egy t négyzetes mátrixban tároltuk, ahol az i-edik sorban a j-edik elem az i-edik játékos és a j-edik játékos közti mérkőzés eredményét jelenti az i-edik játékos szempontjából. ($x[i][j]$ értéke 0 ha j nyert, 2 ha i nyert, 1 ha a játékosok döntetlenben egyeztek meg, $x[i][i]=0$). Keressük meg a bajnokság (egyik) győztesét (győztes az, akinek a legtöbb pontja van)!

87. Adott egy $f:[a,b]\to\mathbb{Z}$ függvény. Ezen függvény értelmezési tartományának egy i pontját a függvény csúcsának nevezzük, ha $\forall j\in[(i+1),b] : f(j) < f(i)$. Adjuk meg, hogy hány csúcsa van f-nek!

88. Adott az egész számok egy vektora és két egész szám. Állapítsuk meg, hogy a két adott szám előfordul-e a vektorban; és ha igen, akkor melyik előbb?

89. Adott két egybevágó $2n$ szög. Mindkettő oldalait véletlenszerűen kékre vagy pirosra festettük. Helyezzük egymásra a két sokszöget úgy, hogy a lehető legtöbb helyen legyenek azonos színű oldalak egymáson!

90. Helyezzünk el n darab vezért egy $n\times n$ méretű sakktáblán úgy, hogy egyik vezér se támadjon másikat!

91. Hányféleképpen helyezhetünk el n darab vezért egy $n\times n$ méretű sakktáblán úgy, hogy egyik vezér se támadjon másikat!

92. Hányféleképpen helyezhetünk el n darab vezért egy $n\times n$ méretű sakktáblán úgy, hogy egyik vezér se támadjon másikat! A forgatással, tükrözéssel egymásba átvihető elrendezéseket csak egyszer számoljuk!

93. Legfeljebb hány vezért lehet egy $n\times n$ méretű tórikus sakktáblán elhelyezni úgy, hogy egyik vezér se támadjon másikat!

94. Adott n fiú és ugyanennyi lány. Egy t logikai mátrixban tároljuk a fiúk és lányok közötti szimpátiát (ez egy szimmetrikus reláció) a következőképpen: $t[i][j]$ igaz, ha az i-edik fiú és a j-edik lány szimpatizál egymással, hamis ellenben. A feladat az, hogy ha lehet, akkor párosítsuk (házasítsuk) össze őket úgy, hogy minden párban a felek szimpatizáljanak!

95. Adott egy $n\times m$ méretű sakktábla (i,j) mezején egy huszár. Végig lehet-e vezetni a táblán úgy, hogy minden mezőre lép, de csak egyszer, és minden lépése szabályos (huszár lépés)?

96. Hányféleképpen lehet n forintot kifizetni m különböző címletű pénzből?

97. Hányféleképpen lehet n forintot kifizetni m különböző címletű pénzből, ha legfeljebb $d_1, d_2 \ldots d_m$ használható fel?

98. Adott a természetes számok egy S véges részhalmaza. Kiválasztható-e ebből n darab elem úgy, hogy az összegük m legyen?