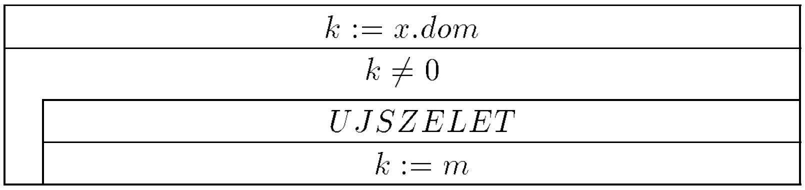
Rendezés

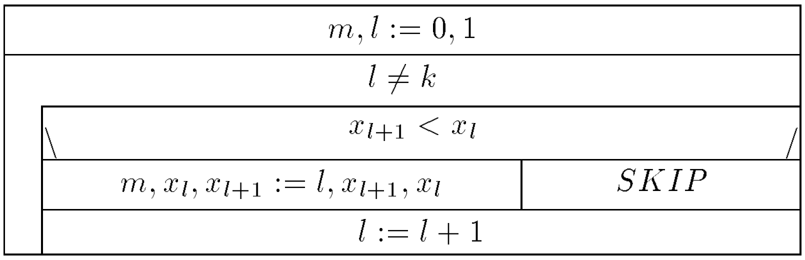
Legyen T tetszőleges rendezett típus és $X = seq(T)$, legyen továbbá $x : X$. Rendezzük át az x sorozatot úgy, hogy az elemei növekedő sorrendben legyenek.

$$A = X, \quad x : X.$$
$$B = X, \quad x' : X.$$
$$Q_{x'} = (x = x'),$$
$$R_{x'} = (x \in perm(x') \wedge \rho(x, 0, x.dom))$$
$$\rho(x, i, j) = (\forall k, l(i < k < l \leq j) : x_k \leq x_l),$$
$$\mu(x, i, j) = (\forall k, l(1 \leq k \leq i < l \leq j) : x_k \leq x_l)$$
$$P_{x'} = (x \in perm(x') \wedge 0 \leq k \leq x.dom \wedge \rho(x, k, x.dom) \wedge \mu(x, k, x.dom)).$$



$$P' = (\rho(x, m, l) \wedge \mu(x, m, l) \wedge m < l \wedge 1 \leq l \leq k \wedge P_{x'})$$

"UJSZELET"::=



$$Q_{x'} \Rightarrow {P_{x'}}^{k \leftarrow x.dom} \quad = \quad \text{lf}\ (k := x.dom, P_{x'})$$

1. $P_{x'} \Rightarrow P_{x'}$
2. $P_{x'} \wedge \neg\pi \Rightarrow R$ miatt $\neg\pi : k = 0$, azaz $\pi : k \neq 0$ alkalmas választás
3. $P_{x'} \wedge \pi \Rightarrow t > 0$ feltételhez $t : k$ megfelelő

Alkalmas S programot kell találni, amelyre:

4. $P_{x'} \wedge \pi \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\ (S, P_{x'})$

és

5. $\forall t_0 \in Z : P_{x'} \wedge \pi \wedge t \leq t_0 + 1 \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\ (S, t \leq t_0)$

$P' \wedge l = k \quad \Rightarrow \quad {P_{x'}}^{k \leftarrow m} \quad = \quad \text{lf}\,(k := m, P_{x'})$

Tehát olyan S' programot kell találni, amelyre:

$P_{x'} \wedge \pi \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,(S', P' \wedge l = k)$.

Ekkor

$P_{x'} \wedge \pi \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,((S'; k := m), P_{x'})$ teljesül.

$P_{x'} \wedge \pi \quad \Rightarrow \quad {P'}^{m,l \leftarrow 0,1} \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,(m, l := 0, 1, P')$

1'. $P' \Rightarrow P'$

2'. $P' \wedge \neg\pi' \quad \Rightarrow \quad P' \wedge l = k$ miatt $\neg\pi' : l = k$, azaz $\pi' : l \neq k$ alkalmas választás.

3'. $P' \wedge \pi' \quad \Rightarrow t' > 0$ feltételhez $t : k - l$ megfelelő.

Keressük S'-t $(S_1'; S_2')$ alakban, ahol $S_2' : l := l + 1$.

4'. $P' \wedge \pi' \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,(S_1', {P'}^{l \leftarrow l+1})$ alapján kell S'_1-t meghatározni úgy, hogy l az S'_1-re konstans függvény legyen. Ekkor 5' automatikusan teljesül S'_2 választása miatt.

Könnyen belátható, hogy

$S'_1 : \text{IF}(x_{l+1} < x_l : m, x_l, x_{l+1} := l, x_{l+1}, x_l; \neg(x_{l+1} < x_l) : SKIP)$

megfelelő választás.

Így

$P_{x'} \wedge \pi \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,((m, l := 0, 1; DO'), P' \wedge l = k)$, ahol

$DO' : DO(l \neq k : (S'_1; S'_2))$.

Ezért

$P_{x'} \wedge \pi \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,(((m, l := 0, 1; DO'); k := m), P_{x'})$, azaz

$S : ((m, l := 0, 1; DO'); k := m)$ választással 4. teljesül.

Ugyanakkor $P' \wedge l = k \quad \Rightarrow \quad m < k$ miatt

$\forall t_0 \in Z : P_{x'} \wedge \pi \wedge t \leq t_0 + 1 \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,((m, l := 0, 1; DO'), m < k)$, de mivel a k konstans függvény az $(m, l := 0, 1; DO')$ programban és $t : k$, ezért $\forall t_0 \in Z : P_{x'} \wedge \pi \wedge t \leq t_0 + 1 \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,((m, l := 0, 1; DO'), m \leq t_0) \quad = \quad \text{lf}\,((m, l := 0, 1; DO'), (k \leq t_0)^{k \leftarrow m})$,

tehát

$\forall t_0 \in Z : P_{x'} \wedge \pi \wedge t \leq t_0 + 1 \quad \Rightarrow \quad \text{lf}\,(((m, l := 0, 1; DO'); k := m), t \leq t_0)$, azaz

$S : ((m, l := 0, 1; DO'); k := m)$ választással 5. is teljesül.

q. e. d.