I. Specifikációs függvények

1. Definíciók:

1. Szelekciós függvények:
   a) Legyen $T = (T_1, \ldots, T_n)$ rekord típus. $s_1, \ldots, s_n$ a rekord szelektorfüggvényei, ha $s_i : T \to T_i$, és $\forall t \in T$ -re $\psi_D \circ (s_1, \ldots, s_n)(t) = t$.
   A szelektorokkal ellátott rekord jelölése: $T = (s_1 : T_1, \ldots, s_n : T_n)$.
   b) Legyen $T = (T_1; \ldots; T_n)$ egyesítés típus. $s_1, \ldots, s_n$ az egyesítés szelektorfüggvényei, ha $s_i : T \to \mathbb{L}$ és $\forall t \in T$ -re $s_i(t) = (t \in \psi_U(T_i))$.
   A szelektorokkal ellátott egyesítés jelölése: $T = (s_1 : T_1; \ldots; s_n : T_n)$.
   c) Legyen $T = it(T_0)$ iterált típus, $t_0 \in T_0, t \in T$. A $t_0 \in t$ relációt úgy értelmezzük, hogy $t_0 \in t = (\exists (\alpha, t) \in \psi_I, i \in \mathbb{N} : \alpha_i = t_0)$.
   d) $T = seq(T_0)$. $kiv : T \times \mathbb{N} \to T_0$ a sorozatra értelmezett szelekciós függvény, ha

$$kiv(t, i) ::= \begin{cases} \alpha_i & \text{, ha } 1 \leq i \leq \mid \alpha \mid \;\; \wedge \; (\alpha, t) \in \psi_I \\ \text{nem definiált} & \text{, egyébként.} \end{cases}$$

   A sorozatra vonatkozó kiválasztásfüggvényt indexeléssel jelöljük: t_j.

2. A $T = it(T_0)$ iterált típushoz definiáljuk a $dom : T \to \mathbb{N}_0$ függvényt. Legyen $(\alpha, t) \in \psi_I$, ekkor

$$dom(t) ::= \begin{cases} \mid \alpha \mid & \text{ha } T \text{ sorozat, vagy kombináció} \\ \mid \cup_{i=1,|\alpha|}\{\alpha_i\} \mid & \text{ha } T \text{ halmaz} \\ \text{definiálatlan} & \text{egyébként} \end{cases} .$$

3. Sorozatra értelmezett függvények.
   Legyen $T = seq(T_0) \;\wedge\; (\alpha, t) \in \psi_I$
   a) $lov : T \to T_0$. $lov(t) ::= \alpha_1$, ha $dom(t) \neq 0$.
   b) $hiv : T \to T_0$. $hiv(t) ::= \alpha_{|\alpha|}$, ha $dom(t) \neq 0$.
   b) $ext : T \times T \to T$. Ha $(\alpha_1, t_1), (\alpha_2, t_2) \in \psi_I$, akkor
   $ext(t_1, t_2) ::= \psi_I(kon(\alpha_1, \alpha_2))$.
   $ext(t_1, \ldots, t_k) ::= ext(ext(t_1, \ldots, t_{k-1}), t_k)$.
   c) $rem : T \times T \to T$.

$$rem(t_1, t_2) ::= \begin{cases} ext(t', t'') & \text{, ha } \exists t', t'' : t_1 = ext(t', t_2, t'') \\ t_1 & \text{, egyébként} \end{cases}$$

   d) $loext : T \times T_0 \to T$. $loext(t, t_0) ::= ext(\psi_I(t_0), t)$,

e) $hiext : T \times T_0 \to T$. $hiext(t, t_0) ::= ext(t, \psi_I(t_0))$,

f) $hirem : T \to T$. $hiext(hirem(t), hiv(t)) = t$, ha $dom(t) \neq 0$.

g) $lorem : T \to T$. $loext(lorem(t), lov(t)) = t$, ha $dom(t) \neq 0$.

4. A kombinációra értelmezett függvények: Legyen $T = com(T_0)$.

   a) $ism : T \times T_0 \to \mathbb{N}_0$. Ha $\alpha \in \psi_I^{-1}(t)$ és $t_0 \in T_0$, akkor

   $$ism(t, t_0) ::= \sum_{i=1,|\alpha|} \chi(\alpha_i = t_0)$$

   ahol $\chi : \mathbb{L} \to \{0, 1\}$ ún. karakterisztikus függvény: $\chi(\uparrow) = 1, \chi(\downarrow) = 0$.

5. A függvény típus: Legyen H tetszőleges rendezett halmaz. A H halmazon értelmezettek a $pred, succ, ord$ függvények, $ord(succ(x)) - ord(x) = 1$, $ord(x) - ord(pred(x)) = 1$. $T = seq(T_0)$. Az $F = (domain : H, values : T)$ rekord típust függvény típusnak nevezzük. Jele: $F = fun(H, T_0)$.

6. Függvény típuson értelmezett függvények:
   Legyen $F = fun(H, T_0)$ függvény típus.Ekkor

   a) $dom : F \to \mathbb{N}_0$. $dom(f) ::= dom(f.values)$

   b) $lob : F \to H$. $lob(f) ::= f.domain$

   c) $hib : F \to H$. $hib(f) ::= succ^{dom(f)-1}(f.domain)$

   d) $kiv : F \times H \to T_0$. Ha $lob(f) \leq i \leq hib(f)$
   $kiv(f, i) ::= f.values_{ord(i)-ord(lob(f))+1}$

   e) $lov : F \to T_0$. Ha $dom(f) \neq 0 : lov(f) ::= f.values_1$

   f) $hiv : F \to T_0$. Ha $dom(f) \neq 0 : hiv(f) ::= f.values_{dom(t)}$

   g) $hiext : F \times T_0 \to F$. Ha $ord(f.domain) + dom(f) < |H| :$
   $hiext(f, t_0) ::= \psi_D(f.domain, hiext(f.values, t_0))$

   h) $loext : F \times T_0 \to F$. Ha $ord(f.domain) \neq 1 :$
   $loext(f, t_0) ::= \psi_D(pred(f.domain), loext(t_0, f.values))$

   i) $hirem : F \to F$. Ha $dom(f) \neq 0 :$
   $hirem(f) ::= \psi_D(f.domain, hirem(f.values))$

   j) $hirem : F \to F$. Ha $dom(f) \neq 0 :$
   $lorem(f) ::= \psi_D(succ(f.domain), lorem(f.values))$

II. Nevezetes típusok és típusosztályok

A továbbiakban R jelöljön tetszőleges utófeltételt.

1. Rekord típusok műveletei : $t_i := t.s_i$, $t.s_i := t_i$.

   Legyen $A = T \times T_i$ és $t : T$, $t_i : T_i (i \in [1..n])$ és $T = (s_1 : T_1, \ldots, s_n : T_n)$.

   a) $t_i := t.s_i$, ahol $i \in [1, \ldots, n]$, $lf(t_i := t.s_i, R) = R^{t_i \leftarrow t_i.s}$

   b) $t.s_i := t_i$, ahol $i \in [1, \ldots, n]$, $lf(t.s_i := t_i, R) = R^{t \leftarrow t'}$,
   ahol $t' \in T$ és $t'.s_j = t.s_j$, ha $i \neq j, t'.t_i = t_i$.

2. Egyesítés típusok műveletei: $t.s_i$ logikai függvények, $m := t_i, t_i := m$.

   Legyen $T = (s_1 : T_1; \ldots; s_n : T_n)$, $i \in [1, \ldots, n]$.

   a) $t.s_i = (t \in \psi_U(T_i))$.

   b) $m := t_i, lf(m := t_i, R) = R^{m \leftarrow t_i}$

   c) $t_i := m, lf(t_i := m, R) = R^{t_i \leftarrow m}$

3. Halmaz típusok műveletei: $t_0 \in t, t_0 : mem(t), t := t \tilde{-} \{t_0\}, t := t \tilde{\cup} \{t_0\}$

   Legyen $T = set(T_0)$.

   a) $t_0 \in t$ logikai függvény.

   b) $t_0 : mem(t)$, $lf(t_0 : mem(t), R) = dom(t) \neq \emptyset \land \forall e \in t : R^{t_0 \leftarrow e}$

   c) $t := t \tilde{-} \{t_0\}$, $lf(t := t \tilde{-} \{t_0\}, R) = t_0 \in t \land R^{t \leftarrow t - \{t_0\}}$

   d) $t := t \tilde{\cup} \{t_0\}$, $lf(t := t \tilde{\cup} \{t_0\}, R) = t_0 \in t \land R^{t \leftarrow t \cup \{t_0\}}$

4. Kombináció típusok műveletei:
   $t_0 \in t, t_0 : mem(t), t := t - t_0, t := t \cup t_0, m : ism(t, t_0)$

   Legyen $T = com(T_0)$.

   a) $t_0 \in t$ logikai függvény.

   b) $t_0 : mem(t)$, $lf(t_0 : mem(t), R) = dom(t) \neq \emptyset \land \forall e \in t : R^{t_0 \leftarrow e}$

   c) $t := t - t_0, lf(t := t - t_0, R) = t_0 \in t \land R^{t \leftarrow t - t_0}$, ahol $(t - t_0) \in T \land$
   $ism(t, t_0) = ism(t - t_0, t_0) + 1 \land \forall x \in T_0 - \{t_0\} : ism(t, x) = ism(t - t_0, x)$

   d) $t := t \cup t_0, lf(t := t \cup t_0, R) = t_0 \in t \land R^{t \leftarrow t \cup t_0}$, ahol
   $(t \cup t_0) \in T \land (t \cup t_0) - t_0 = t$

   e) $lf(m : ism(t, t_0), R) = R^{m \leftarrow ism(t_0, t)}$

5. Sorozat típusok műveletei:
   $dom, lov, hiv, hiext, loext, lorem, hirem, t_0 := t_i, t_i := t_0, lopop, hipop$

   Legyen $T = seq(T_0)$, $A = T \times T_0$, $t_0 : T_0, t : T, m : \mathbb{N}_0$.

   a) $lf(m := t.dom, R) = R^{m \leftarrow dom(t)}$

b) $lf(t_0 := t.lov, R) = dom(t) \neq 0 \wedge R^{t_0 \leftarrow lov(t)}$

c) $lf(t_0 := t.hiv, R) = dom(t) \neq 0 \wedge R^{t_0 \leftarrow hiv(t)}$

d) $lf(t : hiext(t_0), R) = R^{t \leftarrow hiext(t, t_0)}$

e) $lf(t : loext(t_0), R) = R^{t \leftarrow loext(t, t_0)}$

Legyen $A = T$ és $t : T$.

f) $lf(t : lorem, R) = dom(t) \neq 0 \wedge R^{t \leftarrow lorem(t)}$

g) $lf(t : hirem, R) = dom(t) \neq 0 \wedge R^{t \leftarrow hirem(t)}$

Legyen $A = T \times T_0 \times \mathbb{N}$ és $t_0 : T_0, t : T, i : N$.

h) $lf(t_0 := t_i, R) = 1 \leq i \leq dom(t) \wedge R^{t_0 \leftarrow t_i}$

i) $lf(t_i := t_0, R) = 1 \leq i \leq dom(t) \wedge R^{t \leftarrow t'}$,

ahol $t' \in T, t'_j = t_j$ ha $i \neq j$ és $t'_i = t_0$.

Legyen $A = T \times T_0$ és $t_0 : T_0, t : T$.

j) $lf(t_0, t : lopop, R) = dom(t) \neq 0 \wedge R^{t_0, t \leftarrow lov(t), lorem(t)}$

k) $lf(t_0, t : hipop, R) = dom(t) \neq 0 \wedge R^{t_0, t \leftarrow hiv(t), hirem(t)}$

6) Függvény típusok műveletei:

$dom, lob, hib, hiv, lov, t_0 := f_k, f_k := t_0, hiext, loext, hirem, lorem,$
$hipop, lopop.$

Legyen $\mathcal{F} = fun(H, T_0)$.

a) $lf(k := f.dom, R) = R^{k \leftarrow dom(f)}$

b) $lf(k := f.lob, R) = R^{k \leftarrow lob(f)}$

c) $lf(k := f.hib, R) = R^{k \leftarrow hib(f)}$

d) $lf(t_0 := f.lov, R) = dom(f) \neq 0 \wedge R^{t_0 \leftarrow lov(f)}$

e) $lf(t_0 := f.hiv, R) = dom(f) \neq 0 \wedge R^{t_0 \leftarrow hiv(f)}$

f) $lf(t_0 := f_k, R) = lob(f) \leq k \leq hib(f) \wedge R^{t_0 \leftarrow f_k}$

g) $lf(f_k := t_0, R) = lob(f) \leq k \leq hib(f) \wedge R^{f \leftarrow f'}$

ahol $f' \in F$ és $f'_i = f_i$, ha $i \neq k$ és $f'_k = t_0$.

h) $lf(f : hiext(t_0), R) = R^{f \leftarrow hiext(f, t_0)}$

i) $lf(f : loext(t_0), R) = R^{f \leftarrow loext(f, t_0)}$

j) $lf(f : hirem, R) = dom(f) \neq 0 \wedge R^{f \leftarrow hirem(f)}$

k) $lf(f : lorem, R) = dom(f) \neq 0 \wedge R^{f \leftarrow lorem(f)}$

l) $lf(t_0, f : hipop, R) = dom(f) \neq 0 \wedge R^{t_0, f \leftarrow hiv(f), hirem(f)}$

m) $lf(t_0, f : lopop, R) = dom(f) \neq 0 \wedge R^{t_0, f \leftarrow lov(f), lorem(f)}$

7. Szekvenciális input file:

A $SeqInp(T_0) = (seq(T_0); st, dt, t : read)$ típust szekvenciális input file-nak nevezzük, ahol

$$lf(st, dt, t : read, R) = \begin{cases} R^{st,dt,t \leftarrow norm, lov(t), lorem(t)} & , t \neq \emptyset \\ R^{st \leftarrow abnorm} & , t = \emptyset \end{cases} .$$

8. Szekvenciális output file:
   A $SeqOut(T_0) = (seq(T_0); t : write(t_0))$ típust szekvenciális output file-nak nevezzük, ahol $t : write(t_0) ::= t : hiext(t_0)$.

9. A verem típus:
   A $Verem(T_0) = (seq(T_0); pop, push, top, empty)$
   típust verem típusnak nevezzük. Legyen $v : Verem, t_0 : T_0$.
   a) $pop(v) ::= v : hirem$,
   b) $push(v, t_0) ::= v : hiext(t_0)$,
   c) $top(v, t_0) ::= t_0 := v.hiv$,
   d) $empty(v) ::= (v.dom = 0)$.

10. A sor típus:
    A $Sor(T_0) = (seq(T_0); pop, push, top, empty)$
    típust sor típusnak nevezzük. Legyen $s : Sor, t_0 : T_0$.
    a) $pop(s) ::= s : lorem$,
    b) $push(s, t_0) ::= s : hiext(t_0)$,
    c) $top(s, t_0) ::= t_0 := s.lov$,
    d) $empty(s) ::= (s.dom = 0)$.

11. A vektor típus:
    A $T = (fun(H, T_0); dom, lob, hib, lov, hiv, t_0 := t_k, t_k := t_0)$
    típust vektor típusnak nevezzük. A vektor típus jele: $vect(H, T_0)$.