

1. Készítsünk verem automatát a következő szavak felismerésére ($T=\{a,b,c\}$)

$$L=\{ xaaz \mid x,z \in \{c,b\}^+ \text{ és } l_c(z) = 2 l_c(x) \}$$

Helyes szavak például: caacc, baabbbb, cbaabcbcb, bcbcaaccbbcb

a szó „közepe” két darab 'a', az eleje és vége 'c'-ből és 'b'-ből álló nem üres sztring, a szó végén lévő sztringben kétszer annyi 'c' betű van, mint a szó elején lévő sztringben.

$$V=(\{\#,c\}, \{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4,q_v\}, \{a,b,c\}, q_0, \#, \{q_v\})$$

$\delta(\#, q_0, b) = (\#, q_1)$ $\delta(\#, q_0, c) = (\#cc, q_1)$	Elindulás: ha 'b' jön az inputról, csak átolvassa, ha 'c' jön, akkor a szó végén ennek két darab 'c' párja lesz, így mindjárt két 'c'-t rak a verembe. Állapot váltással ellenőrzi, hogy a szó elején álló sztring nem lehet üres: 'a' beolvasása az inputról csak q_1 -ben lehetséges.
$\delta(\#, q_1, b) = (\#, q_1)$ $\delta(\#, q_1, c) = (\#cc, q_1)$ $\delta(c, q_1, b) = (c, q_1)$ $\delta(c, q_1, c) = (ccc, q_1)$	A szó elejének feldolgozása az első 'a' betű megérkezéséig: a veremben vagy a verem kezdőjel, vagy 'c' lehet. Ha 'c' jön az inputról, akkor mindjárt kettő 'c'-t rakunk a verembe, ha 'b', azt csak átolvassuk, visszarakjuk a kivett 'c'-t.
$\delta(\#, q_1, a) = (\#, q_2)$ $\delta(c, q_1, a) = (c, q_2)$	Megérkezik az első 'a', ezért új állapotba megyünk, ahol csak egy újabb 'a' érkezhetsz. A veremben lehetnek 'c'-k, vagy a #, ha a szó elején csak 'b' volt.
$\delta(\#, q_2, a) = (\#, q_3)$ $\delta(c, q_2, a) = (c, q_3)$	Megérkezik a második 'a', ismét új állapotba megyünk, ahol ismét érkezhetsz 'c' és 'b' betűk ('a' már nem).
$\delta(\#, q_3, b) = (\#, q_4)$ $\delta(c, q_3, b) = (c, q_4)$ $\delta(c, q_3, c) = (\varepsilon, q_4)$	A szó végének elemzése: ha 'b' jön az inputról, azt csak átolvassuk, 'c' csak úgy jöhet, hogy 'c' van a veremben, ekkor a kivett 'c'-t nem rakjuk vissza. Állapotot is kell váltanunk, mert a szó vége sem lehet üres sztring, és ez csak így ellenőrizhető.
$\delta(\#, q_4, b) = (\#, q_4)$ $\delta(c, q_4, b) = (c, q_4)$ $\delta(c, q_4, c) = (\varepsilon, q_4)$	Befejezzük a szó olvasását. 'b' tetszőleges számban érkezhetsz, viszont 'c' csak akkor, ha volt a szó elejében párja.
$\delta(\#, q_4, \varepsilon) = (\varepsilon, q_v)$	A verem automata elfogadó állapotba lép. Ezt akkor teheti meg, ha az összes veremben lévő 'c'-nek megérkezett a párja az inputról. Ekkor a verem tetején megjelenik a #. A verembe visszatehetjük a #-et, de el is dobhatjuk (itt most ez utóbbit láthatjuk).

2. Készítsünk szintaxis elemző verem automatát az úgynevezett egyszerű kifejezések elemzéséhez. Az egyszerű kifejezés tartalmazhat:

- zárójeleket: '[' és ']',
- a '+' és '*' műveleti jeleket, később látható lesz, hogy ez könnyen bővíthető. ('+' nem lehet előjel, csak két operandus összeadásához használható.)
- és az 'a' betűt, ami az operandusokat jelöli a szövegben. (Képzeld el, hogy egy előzetes elemző már az azonosítókat és konstansokat feldolgozta, és helyükre egy 'a' betűt írt a kifejezésbe.)

Helyes kifejezések például: a, [a], a*a, a+a*a, a*[a+a*a], [[a+a]*a]+a

A vermet a zárójelzés ellenőrzéséhez használjuk, állapot váltásokkal fogjuk ellenőrizni, hogy az operátorok csak két operandus között jelenhetnek meg.

$V = (\{ \#, [\}, \{ q_0, q_1 \}, \{ [,], a, +, * \}, q_0, \#)$ (üres veremmel fogad el)

$\delta(\#, q_0, [) = (\#, q_0)$ $\delta([, q_0, [) = ([, q_0)$	q_0 állapotban induláskor vagyunk, vagy egy operátor (+, *) észlelése után. Begyűjtjük a verembe az inputról érkező nyitó zárójeleket.
$\delta(\#, q_0, a) = (\#, q_1)$ $\delta([, q_0, a) = ([, q_1)$	Ha megérkezik az operandus, állapotot váltunk, mert most csak csukó zárójelek és operátorok érkehetnek.
$\delta([, q_1,]) = (\varepsilon, q_1)$ $\delta(\#, q_1, t) = (\#, q_0) \quad t \in \{ *, + \}$ $\delta([, q_1, t) = (\#, q_0) \quad t \in \{ *, + \}$	Ez a szabály a zárójel-párok helyességét ellenőrzi. Ha érkezik egy operátor, visszatérünk q_0 -ba. (Az operátorok halmaza bővíthető tetszőleges két-operandusú operátorokkal.)
$\delta(\#, q_1, \varepsilon) = (\varepsilon, q_1)$	Vége csak úgy lehet a helyes kifejezésnek, hogy operandusra, vagy csukó zárójelre végződik. Ekkor az automata biztosan q_1 -ben van, és # jel van a verem tetején. Ilyenkor a vermet kiürítve, leáll a működés.