

## Megoldások (A csoport)

2011/12/1 Formális nyelvek és automaták évfolyamzárthelyi

**1. feladat:** Készítsen az  $L = \{u \in \{a, b\}^* \mid \ell_a(u) = 1 \text{ és } (\ell_b(u) \bmod 2) = 0\}$  nyelvhez  $L$ -et felismerő véges determinisztikus automatát (VDA-t)!

**Megoldás:**

		$a$	$b$
$\rightarrow$	$q_{00}$	$q_{10}$	$q_{01}$
$\leftarrow$	$q_{10}$	$q_{\text{hiba}}$	$q_{11}$
	$q_{01}$	$q_{11}$	$q_{00}$
	$q_{11}$	$q_{\text{hiba}}$	$q_{10}$
	$q_{\text{hiba}}$	$q_{\text{hiba}}$	$q_{\text{hiba}}$

**2. feladat:** Hozza 3-as normálformára az alábbi  $G$  nyelvtant (grammatikát), majd készítsen a tanult algoritmussal olyan véges determinisztikus automatát a nyelvtanhoz, mely a  $G$  által generált nyelvet ismeri fel!  $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, C\}, \mathcal{P}, S \rangle$ , ahol a  $\mathcal{P}$  szabályrendszer a következő:

$S \rightarrow a \mid aA \mid C$   
 $A \rightarrow bS \mid bbS \mid b$   
 $C \rightarrow caA \mid cC \mid \varepsilon$

**Megoldás:**

Lánccmentesítés:  
 $S \rightarrow a \mid aA \mid caA \mid cC \mid \varepsilon$   
 $A \rightarrow bS \mid bbS \mid b$   
 $C \rightarrow caA \mid cC \mid \varepsilon$

Hosszredukció (+ univerzális  $\varepsilon$  szabály):  
 $S \rightarrow aF \mid aA \mid cD \mid cC \mid \varepsilon$   
 $A \rightarrow bS \mid bE \mid bF$   
 $C \rightarrow cD \mid cC \mid \varepsilon$   
 $D \rightarrow aA$   
 $E \rightarrow bS$   
 $F \rightarrow \varepsilon$

NDA:

		$a$	$b$	$c$
$\Leftrightarrow$	$S$	$\{A, F\}$	$\{\}$	$\{C, D\}$
	$A$	$\{\}$	$\{S, E, F\}$	$\{\}$
$\leftarrow$	$C$	$\{\}$	$\{\}$	$\{C, D\}$
	$D$	$\{A\}$	$\{\}$	$\{\}$
	$E$	$\{\}$	$\{S\}$	$\{\}$
$\leftarrow$	$F$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

VDA:

		$a$	$b$	$c$
$\Leftrightarrow$	$\{S\}$	$\{A, F\}$	$\{\}$	$\{C, D\}$
$\leftarrow$	$\{A, F\}$	$\{\}$	$\{S, E, F\}$	$\{\}$
	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$
$\leftarrow$	$\{C, D\}$	$\{A\}$	$\{\}$	$\{C, D\}$
$\leftarrow$	$\{S, E, F\}$	$\{A, F\}$	$\{S\}$	$\{C, D\}$
	$\{A\}$	$\{\}$	$\{S, E, F\}$	$\{\}$

**3. feladat:** Készítse el az alábbi  $\mathcal{A}$  véges determinisztikus automata *minimális automatáját* a tanult algoritmus alapján (összefüggővé alakítás, redukció)!  $\mathcal{A} = \langle \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \{a, b\}, \delta, 1, \{3, 5, 7\} \rangle$  ahol a  $\delta$  állapotátmenet függvényét az alábbi táblázat adjuk meg:

		$a$	$b$
$\rightarrow$	1	4	6
	2	5	2
$\leftarrow$	3	7	2
	4	8	5
$\leftarrow$	5	2	8
	6	5	2
$\leftarrow$	7	3	6
	8	4	5

**Megoldás:**  $H_0 = \{1\}$ ,  $H_1 = \{1, 4, 6\}$ ,  $H_2 = \{1, 4, 6, 8, 5, 2\}$ ,  $H_3 = H_2 = H$ . Elhagyható 3,7.

$\overset{0}{\sim}$ :  $\{1, 2, 4, 6, 8\}, \{5\}$ ;

$$\begin{aligned} \overset{1}{\sim}: & \{1\}, \{2, 6\}, \{4, 8\}, \{5\}; \\ \overset{2}{\sim} = \overset{1}{\sim} = \sim. & \end{aligned}$$

		$a$	$b$
→	{1}	{4, 8}	{2, 6}
	{2, 6}	{5}	{2, 6}
	{4, 8}	{4, 8}	{5}
←	{5}	{2, 6}	{4, 8}

**4. feladat:** A *CYK-algoritmus* segítségével döntse el, hogy a *abaaba* szó levezethető-e a  $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B, C\}, \mathcal{P}, S \rangle$  nyelvtanban, ahol a  $\mathcal{P}$  szabályrendszer a következő:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow CB|a \\ A &\rightarrow SS|a \\ B &\rightarrow BA|CC|b \\ C &\rightarrow BA \end{aligned}$$

**Megoldás:**

$$\begin{array}{cccccc} & & & & & \{A\} \\ & & & & & \{A\} \quad \{S, A, B\} \\ & & & & & \{ \} \quad \{S\} \quad \{ \} \\ & & & & & \{ \} \quad \{B, C\} \quad \{ \} \quad \{ \} \\ \{ \} & \{ \} & \{B, C\} & \{A\} & \{ \} & \{B, C\} \\ \{S, A\} & \{B\} & \{S, A\} & \{S, A\} & \{B\} & \{S, A\} \\ \hline a & b & a & a & b & a \end{array}$$

Mivel  $S \notin H_{1,6}$ , ezért  $abaaba \notin L(G)$ .

**5. feladat:** Készítsen *veremautomatát* (1-vermet), mely az alábbi – a '[' bal-, és ']' jobb zárójelek két elemű ábécéje feletti –  $L$  nyelv szavait fogadja el *üres veremmel*!

$$L = \{u \in \{[, ]\}^* \mid u \text{ helyes zárójelezés és } u\text{-ban nincs } ]][ \text{ részszó}\}$$

Adjon a veremautomatához egy rövid, a működési elvet ismertető szöveges magyarázatot is!

**Megoldás:**  $\mathcal{V} = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{[, ]\}, \{[, \#], \delta, q_0, \#, \{ \} \}$  ahol  $\delta$ :

$$\begin{aligned} \delta(q_0, [, \#) &= \{(q_0, [\#)\} \\ \delta(q_0, [, [) &= \{(q_0, [[)\} \\ \delta(q_1, [, \#) &= \{(q_0, [\#)\} \\ \delta(q_1, [, [) &= \{(q_0, [[)\} \\ \delta(q_2, [, \#) &= \{(q_0, [\#)\} \\ \delta(q_2, [, [) &= \{(q_0, [[)\} \\ \delta(q_0, ], [) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, ], [) &= \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, \varepsilon, \#) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, \#) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, \varepsilon, \#) &= \{(q_2, \varepsilon)\} \end{aligned}$$

$q_i$ :  $i$  db. ] volt az utolsó [ óta,  $0 \leq i \leq 2$ ,

verem: ha [ jön betesszük a verembe, ha ] kitörlünk egy [-t a veremből

ha veremtartalom [ <sup>$j$</sup> #:  $j$ -vel több [ volt eddig, mint ] ,  $j \geq 0$