

Megoldások (B csoport)

2011/12/1 Formális nyelvek és automaták évfolyamzárthelyi

1. feladat: Készítsen az $L = \{u \in \{a, b\}^* \mid \ell_a(u) \leq 1 \text{ és } (\ell_b(u) \bmod 2) = 1\}$ nyelvhez L -et felismerő véges determinisztikus automatát (VDA-t)!

Megoldás:

		a	b
→	q_{00}	q_{10}	q_{01}
	q_{10}	q_{hiba}	q_{11}
←	q_{01}	q_{11}	q_{00}
←	q_{11}	q_{hiba}	q_{10}
	q_{hiba}	q_{hiba}	q_{hiba}

2. feladat: Hozza 3-as normálformára az alábbi G nyelvtant (grammatikát), majd készítsen a tanult algoritmussal olyan véges determinisztikus automatát a nyelvtanhoz, mely a G által generált nyelvet ismeri fel! $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B\}, \mathcal{P}, S \rangle$, ahol a \mathcal{P} szabályrendszer a következő:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bS \mid A \mid bB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow acA \mid a \\ B &\rightarrow bB \mid ccS \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Megoldás:

Láncmentesítés:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bS \mid acA \mid a \mid bB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow acA \mid a \\ B &\rightarrow bB \mid ccS \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Hosszredukció (+ univerzális ε szabály):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bS \mid aC \mid aF \mid bB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aC \mid aF \\ B &\rightarrow bB \mid cD \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow cA \\ D &\rightarrow cS \\ F &\rightarrow \varepsilon \end{aligned}$$

NDA:

		a	b	c
⇔	S	$\{C, F\}$	$\{B, S\}$	$\{\}$
	A	$\{C, F\}$	$\{\}$	$\{\}$
←	B	$\{\}$	$\{B\}$	$\{D\}$
	C	$\{\}$	$\{\}$	$\{A\}$
	D	$\{\}$	$\{\}$	$\{S\}$
←	F	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

VDA:

		a	b	c
⇔	$\{S\}$	$\{C, F\}$	$\{B, S\}$	$\{\}$
←	$\{C, F\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{A\}$
←	$\{B, S\}$	$\{C, F\}$	$\{B, S\}$	$\{D\}$
	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$
	$\{A\}$	$\{C, F\}$	$\{\}$	$\{\}$
	$\{D\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{S\}$

3. feladat: Készítse el az alábbi \mathcal{A} véges determinisztikus automata *minimális automatáját* a tanult algoritmus alapján (összefüggővé alakítás, redukció)! $\mathcal{A} = \langle \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{0, 1\}, \delta, q_1, \{q_2, q_5, q_7\} \rangle$, ahol a δ állapotátmenet függvényt az alábbi táblázatal adjuk meg:

		0	1
→	q_1	q_8	q_3
←	q_2	q_7	q_3
	q_3	q_5	q_6
	q_4	q_8	q_5
←	q_5	q_6	q_4
	q_6	q_5	q_6
←	q_7	q_2	q_6
	q_8	q_4	q_5

Megoldás: $H_0 = \{q_1\}$, $H_1 = \{q_1, q_8, q_3\}$, $H_2 = \{q_1, q_8, q_3, q_4, q_5, q_6\}$, $H_3 = H_2 = H$. Elhagyható q_2, q_7 .

$$\overset{0}{\sim}: \{q_1, q_3, q_4, q_6, q_8\}, \{q_5\};$$

$$\begin{aligned} \overset{1}{\sim}: & \{q_1\}, \{q_3, q_6\}, \{q_4, q_8\}, \{q_5\}; \\ \overset{2}{\sim} = \overset{1}{\sim} = \sim. & \end{aligned}$$

		0	1
→	{q ₁ }	{q ₄ , q ₈ }	{q ₃ , q ₆ }
	{q ₄ , q ₈ }	{q ₄ , q ₈ }	{q ₅ }
	{q ₃ , q ₆ }	{q ₅ }	{q ₃ , q ₆ }
←	{q ₅ }	{q ₃ , q ₆ }	{q ₄ , q ₈ }

4. feladat: A *CYK-algoritmus* segítségével döntse el, hogy a *cbccbc* szó levezethető-e a $G = \langle \{b, c\}, \{S, A, B, C\}, \mathcal{P}, S \rangle$ nyelvtanban, ahol a \mathcal{P} szabályrendszer a következő:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow AB \mid SS \mid b \\ B &\rightarrow CC \mid c \\ C &\rightarrow SA \mid c \end{aligned}$$

Megoldás:

$$\begin{array}{cccccc} & & & & & \{B\} \\ & & & & & \{B\} \{A, B, C\} \\ & & & & & \{ \} \{C\} \{ \} \\ & & & & & \{ \} \{S, A\} \{ \} \{ \} \\ \{ \} & \{S, A\} & \{B\} & \{ \} & \{S, A\} \\ \{B, C\} & \{A\} & \{B, C\} & \{B, C\} & \{A\} & \{B, C\} \\ \hline c & b & c & c & b & c \end{array}$$

Mivel $S \notin H_{1,6}$, ezért $cbccbc \notin L(G)$.

5. feladat: Készítsen *veremautomatát* (1-vermet), mely az alábbi – a '[' bal-, és ']' jobb zárójelek két elemű ábécéje feletti – L nyelv szavait fogadja el *üres veremmel!*

$$L = \{u \in \{[,]\}^* \mid u \text{ helyes zárójelezés és } u\text{-ban nincs } [[[\text{ részszó}\}$$

Adjon a veremautomatához egy rövid, a működési elvet ismertető szöveges magyarázatot is!

Megoldás: $\mathcal{V} = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{[,]\}, \{[, \#], \delta, q_0, \#, \{ \} \rangle$ ahol δ :

$$\begin{aligned} \delta(q_0, [, \#) &= \{(q_1, [\#)\} \\ \delta(q_0, [, [) &= \{(q_1, [[)\} \\ \delta(q_1, [, [) &= \{(q_2, [[[)\} \\ \delta(q_0,], [) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1,], [) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2,], [) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, \varepsilon, \#) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \end{aligned}$$

q_i : i db. '[' volt az utolsó] óta, $0 \leq i \leq 2$,

verem: ha '[' jön betesszük a verembe, ha ']' kitörlünk egy '['-t a veremből

ha veremtartalom '[' #: j -vel több '[' volt eddig, mint ']', $j \geq 0$