11. gyakorlat, órai feladatok

1. Adott m körlemez és n pont egy koordináta rendszerben. Melyik, legfeljebb t területű körlemez tartalmazza a legtöbb pontot?
2. Adott a síkon n darab pont, melyik kettő van egymástól legtávolabb?
3. Adott a síkon n darab pont, számítsuk ki az origótól vett távolságukat, majd írjuk ki a távolság szerint növekvőleg a pontokat.
4. Adott egy egészekből álló tömb, határozzuk meg melyik érték hányszor fordul elő, majd írjuk ki a gyakoriságuk szerint csökkenően az értékeket. Az azonos gyakoriságúakat érték szerint növekvően soroljuk fel.

11. gyakorlat, órai feladatok

1. Adott m körlemez és n pont egy koordináta rendszerben. Melyik, legfeljebb t területű körlemez tartalmazza a legtöbb pontot?

Típusok:

pont = ($x \times y$) x=R, y=R (x,y koordináták)

kor = ($kp \times r$) kp=pont, $r=R^+$ (középpont és sugár)

Függvények:

Kör területe: terulet(k:kor) = $k.r^2 * \pi$

Két pont távolságának négyzete: tav_negyzet(p,q:pont) = $(p.x-q.x)^2 + (p.y-q.y)^2$

Körlemezen rajta van-e egy pont: rajta_van(k:kor, p:pont)=tav_negyzet(k.kp,p)$\leq k.r^2$

Bemenet: $n,m \in N$, p: $pont^n$, k: kor^m, t:R^+

Kimenet: $van \in L$, $ind \in N$, $db \in N$

Előfeltétel: nincs

Utófeltétel (feltételes maximum kiválasztás tétellel megoldva):

$$van,db,ind = \underset{\substack{i=1 \\ terulet(k_i) \leq t}}{\overset{m}{\text{FeltMaxKer}}}\ hanyPont(k_i,p)$$

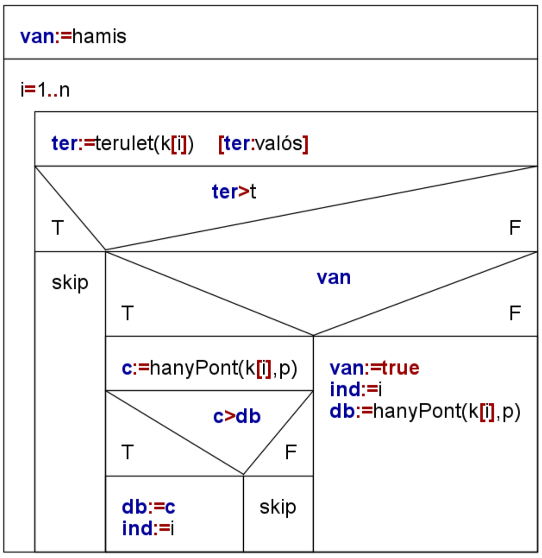
$$hanyPont(k:kor,p:Tömb[1..n:pont]) = \sum_{\substack{i=1 \\ rajta\_van(k,p_i)}}^{n} 1$$

Tételek: feltételes maximum keresés, számlálás

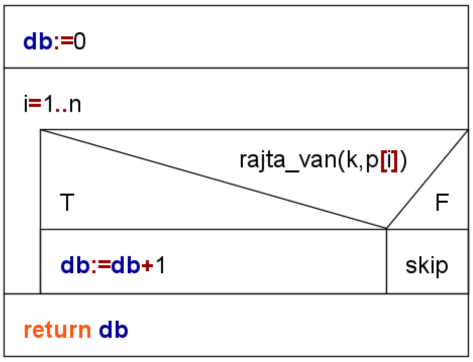
Algoritmusok:

11. gyakorlat, órai feladatok

korok pontok



hanyPont(k:kor,p:Tömb[1..n:pont]):egész



11. gyakorlat, órai feladatok

2. Adott a síkon n darab pont, melyik kettő van egymástól legtávolabb?

Ötlet:

- vegyük az első pontot, hasonlítsuk össze a 2..n ponttal,
- vegyük a második pontot, hasonlítsuk össze a 3..n ponttal,
- és így tovább, végül az (n-1)-edik pontot hasonlítjuk össze az n-edik ponttal

	1	2	3	4	5	6	7
1		tav(p1,p2)	tav(p1,p3)				tav(p1,pn)
2			tav(p2,p3)				tav(p2,pn)
3				tav(p3,p4)			tav(p3,pn)
4							
5							
6							tav(pn-1,pn)

Bemenet: $n \in N$, $p \in Pont^n$

Pont = (x X y) x=R, y=R

Előfeltétel: n>1

Kimenet: $ind1, ind2 \in N$, $maxtav \in R$

Utófeltétel:

tav: Pont X Pont $\rightarrow$ R $\quad tav(p,q) = \sqrt{(p.x - q.x)^2 + (p.y - q.y)^2}$

Megoldásunk lehetne egy maximum kiválasztásba ágyazott maximum kiválasztás (sorokból kiválasztott maximumokon egy újabb maximum kiválasztás). Ennek utófeltétele kissé nehézkes:

$$ind1, maxtav = \underset{i=1}{\overset{n-1}{\mathrm{Max}}}\ maxsor(p,i)_2 \text{ és } ind2 = maxsor(p, ind1)_1$$

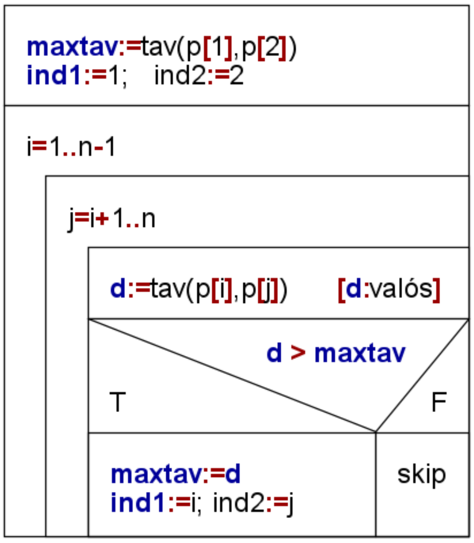
$$maxsor(p,i)\text{: } ind, max = \underset{j=i+1}{\overset{n}{\mathrm{Max}}}\ tav(p_i, p_j)$$

Egyszerűbb megoldás, ha a tételben két indexet futtatunk (hasonlatosan egy mátrix bejárásához):

$$maxtav, ind1, ind2 = \underset{i=1}{\overset{n-1}{}}\ \underset{j=i+1}{\overset{n}{\mathrm{Max}}}\ tav(p_i, p_j)$$

Az utóbbi megoldás algoritmusa:

legtávolabbi pontok



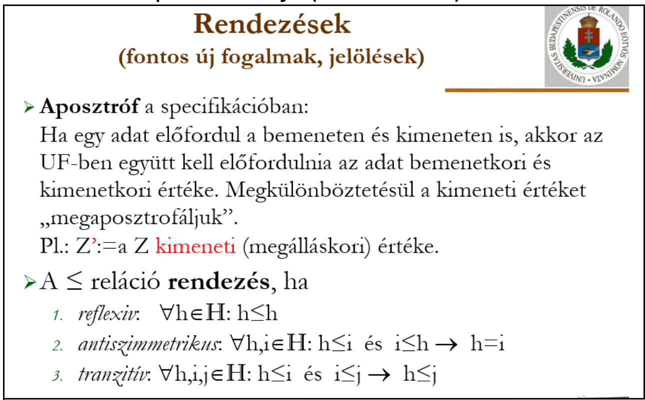
megjegyzés: az első és második pont távolságát kétszer számítjuk ki, de a ciklusok szervezése nehézkes és költségesebb lenne, ha az 1-es sornál kivételt teszünk a belső ciklus indítására.

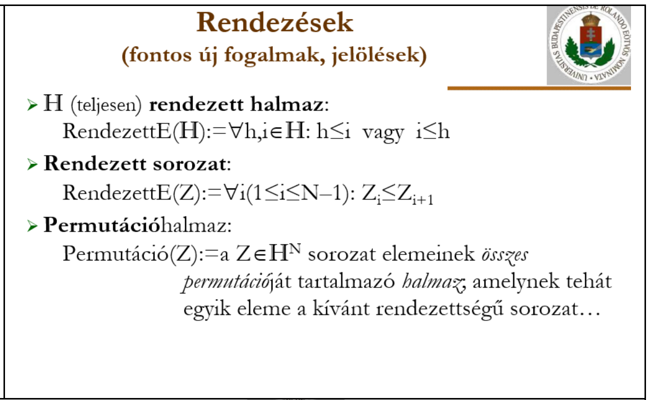
11. gyakorlat, órai feladatok

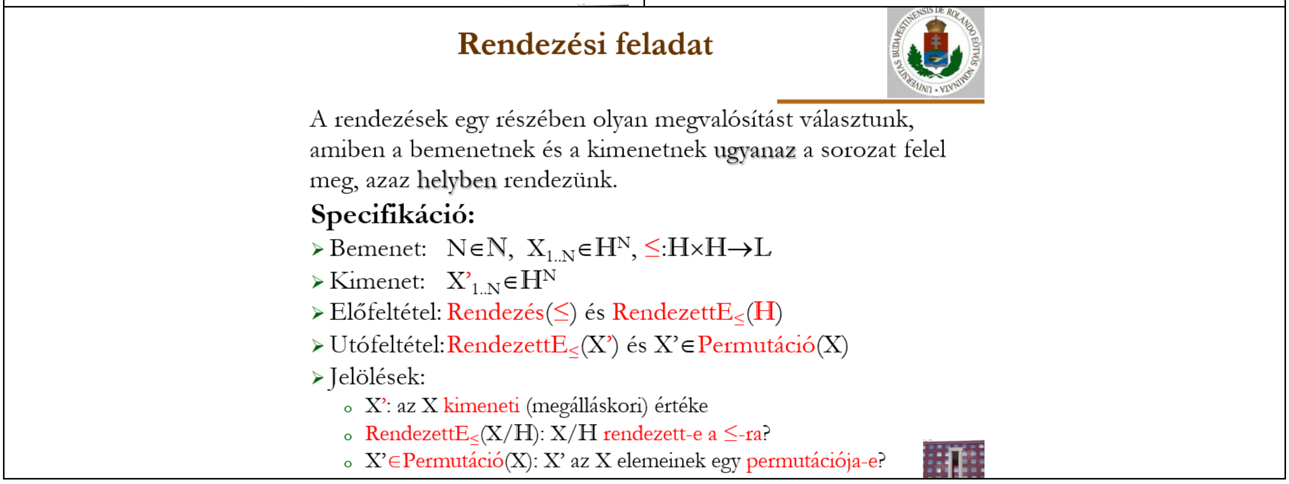
3. Adott a síkon n darab pont, számítsuk ki az origótól vett távolságukat, majd írjuk ki a távolság szerint növekvőleg a pontokat.

Megoldás:
pont típust kiegészítjük:
pont = (x $\times$ y $\times$ d) x=R, y=R, d=R (x,y koordináták, d az origótól vett távolság)

Rendezés specifikációja (11. előadás)







Bemenet: n∈ N, p ∈ pont^n
≤ : r,q ∈pont, r≤q = r.d ≤ q.d

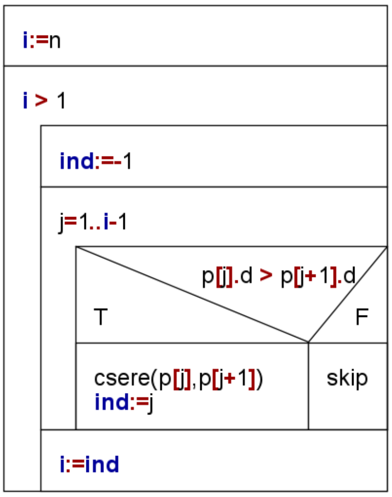
Kimenet: p' ∈pont^n

Előfeltétel: Rendezés(≤) és $\text{RendezettE}_{\leq}$(pont)

Utófeltétel: $\text{RendezettE}_{\leq}$(p') és p'∈ Permutáció(p)

Algoritmus: javított buborék rendezés

javitott buborek



11. gyakorlat, órai feladatok

4. Adott egy egészekből álló tömb, határozzuk meg melyik érték hányszor fordul elő, majd írjuk ki a gyakoriságuk szerint csökkenően az értékeket. Az azonos gyakoriságúakat érték szerint növekvően soroljuk fel.

Ennek megoldására az utolsó gyakorlaton visszatérünk.