

11. gyakorlat, órai feladatok

1. Adott m körlemez és n pont egy koordináta rendszerben. Melyik, legfeljebb t területű körlemez tartalmazza a legtöbb pontot?
2. Adott a síkon n darab pont, melyik kettő van egymástól legtávolabb?
3. Adott a síkon n darab pont, számítsuk ki az origótól vett távolságukat, majd írjuk ki a távolság szerint növekvőleg a pontokat.
4. Adott egy egészekből álló tömb, határozzuk meg melyik érték hányszor fordul elő, majd írjuk ki a gyakoriságuk szerint csökkenően az értékeket. Az azonos gyakoriságúakat érték szerint növekvően soroljuk fel.

11. gyakorlat, órai feladatok

1. Adott m körlemez és n pont egy koordináta rendszerben. Melyik, legfeljebb t területű körlemez tartalmazza a legtöbb pontot?

Típusok:

pont = $(x \times y)$ $x=R, y=R$ (x,y koordináták)

kor = $(kp \times r)$ $kp=pont, r=R^+$ (középpont és sugár)

Függvények:

Kör területe: $terulet(k:kor) = k.r^2 \cdot \pi$

Két pont távolságának négyzete: $tav_negyzet(p,q: pont) = (p.x-q.x)^2 + (p.y-q.y)^2$

Körlemezen rajta van-e egy pont: $rajta_van(k:kor, p: pont) = tav_negyzet(k.kp, p) \leq k.r^2$

Bemenet: $n, m \in \mathbb{N}, p: pont^n, k: kor^m, t: R^+$

Kimenet: $van \in L, ind \in \mathbb{N}, db \in \mathbb{N}$

Előfeltétel: nincs

Utófeltétel (feltételes maximum kiválasztás tétellel megoldva):

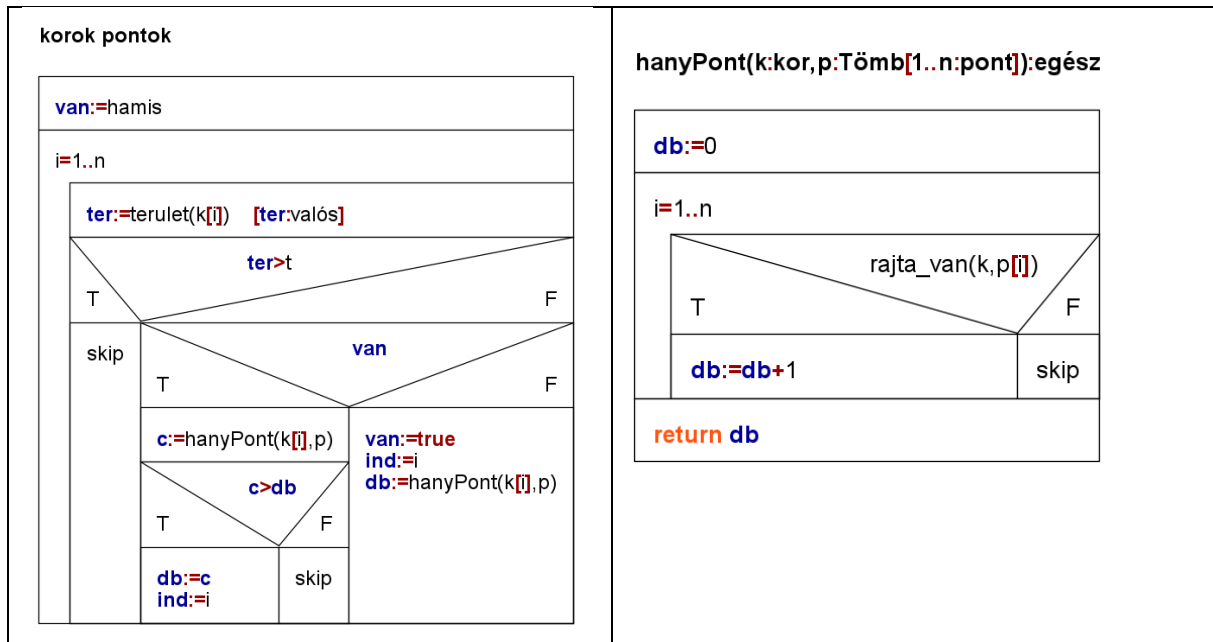
$van, db, ind = \text{FeltMaxKer} \begin{matrix} m \\ \text{hanyPont}(k_i, p) \\ i=1 \\ \text{terulet}(k_i) \leq t \end{matrix}$

$\text{hanyPont}(k: kor, p: \text{Tömb}[1..n: pont]) = \sum_{i=1}^n \text{rajta_van}(k, p_i)$

Tételek: feltételes maximum keresés, számlálás

Algoritmusok:

11. gyakorlat, órai feladatok



11. gyakorlat, órai feladatok

2. Adott a síkon n darab pont, melyik kettő van egymástól legtávolabb?

Ötlet:

- vegyük az első pontot, hasonlítsuk össze a 2..n ponttal,
- vegyük a második pontot, hasonlítsuk össze a 3..n ponttal,
- és így tovább, végül az (n-1)-edik pontot hasonlítjuk össze az n-edik ponttal

	1	2	3	4	5	6	7
1		tav(p1,p2)	tav(p1,p3)				tav(p1,pn)
2			tav(p2,p3)				tav(p2,pn)
3				tav(p3,p4)			tav(p3,pn)
4							
5							
6							tav(pn-1,pn)

Bemenet: $n \in \mathbb{N}$, $p \in \text{Pont}^n$

Pont = $(x \ X \ y) \ x=R, y=R$

Előfeltétel: $n > 1$

Kimenet: $\text{ind1}, \text{ind2} \in \mathbb{N}$, $\text{maxtav} \in \mathbb{R}$

Utófeltétel:

$$\text{tav: Pont} \times \text{Pont} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tav}(p, q) = \sqrt{(p.x - q.x)^2 + (p.y - q.y)^2}$$

Megoldásunk lehetne egy maximum kiválasztásba ágyazott maximum kiválasztás (sorokból kiválasztott maximumokon egy újabb maximum kiválasztás). Ennek utófeltétele kissé nehézkes:

$$\text{ind1}, \text{maxtav} = \text{Max}_{i=1}^{n-1} \text{maxsor}(p, i)_2 \text{ és } \text{ind2} = \text{maxsor}(p, \text{ind1})_1$$

$$\text{maxsor}(p, i): \text{ind}, \text{max} = \text{Max}_{j=i+1}^n \text{tav}(p_i, p_j)$$

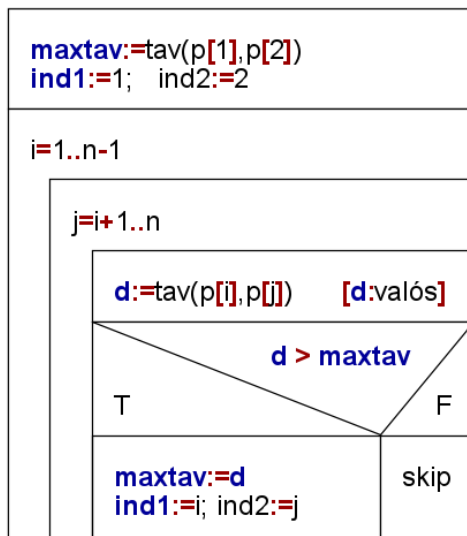
Egyszerűbb megoldás, ha a tételben két indexet futtatunk (hasonlatosan egy mátrix bejárásához):

$$\text{maxtav}, \text{ind1}, \text{ind2} = \text{Max}_{i=1}^{n-1} \text{Max}_{j=i+1}^n \text{tav}(p_i, p_j)$$

Az utóbbi megoldás algoritmusá:

11. gyakorlat, órai feladatok

legtávolabbi pontok



megjegyzés: az első és második pont távolságát kétszer számítjuk ki, de a ciklusok szervezése nehézkes és költségesebb lenne, ha az 1-es sornál kivételt teszünk a belső ciklus indítására.

11. gyakorlat, órai feladatok

3. Adott a síkon n darab pont, számítsuk ki az origótól vett távolságukat, majd írjuk ki a távolság szerint növekvőleg a pontokat.

Megoldás:

pont típust kiegészítjük:

pont = $(x \times y \times d)$ $x=R, y=R, d=R$ (x,y koordináták, d az origótól vett távolság)

Rendezés specifikációja (11. előadás)

Rendezések (fontos új fogalmak, jelölések)	Rendezések (fontos új fogalmak, jelölések)
<p>➤ Aposztróf a specifikációban: Ha egy adat előfordul a bemeneten és kimeneten is, akkor az UF-ben együtt kell előfordulnia az adat bemenetkori és kimenetkori értéke. Megkülönböztetésül a kimeneti értéket „megaposztrófáljuk”.</p> <p>Pl: Z': = a Z kimeneti (megálláskori) értéke.</p> <p>➤ $A \leq$ reláció rendezés, ha</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>reflexív</i>: $\forall h \in H: h \leq h$ 2. <i>antiszimmetrikus</i>: $\forall h, i \in H: h \leq i$ és $i \leq h \rightarrow h = i$ 3. <i>tranzitív</i>: $\forall h, i, j \in H: h \leq i$ és $i \leq j \rightarrow h \leq j$ 	<p>➤ H (teljesen) rendezett halmaz: $\text{RendezettE}(H) := \forall h, i \in H: h \leq i$ vagy $i \leq h$</p> <p>➤ Rendezett sorozat: $\text{RendezettE}(Z) := \forall i (1 \leq i \leq N-1): Z_i \leq Z_{i+1}$</p> <p>➤ Permutációhalmaz: $\text{Permutáció}(Z) := a Z \in H^N$ sorozat elemeinek <i>összes</i> <i>permutációját</i> tartalmazó <i>halmaz</i>, amelynek tehát egyik eleme a kívánt rendezettségű sorozat...</p>
Rendezési feladat	
<p>A rendezések egy részében olyan megvalósítást választunk, amiben a bemenetnek és a kimenetnek ugyanaz a sorozat felel meg, azaz helyben rendezünk.</p> <p>Specifikáció:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, \leq: H \times H \rightarrow L$ ➤ Kimenet: $X'_{1..N} \in H^N$ ➤ Előfeltétel: Rendezés(\leq) és RendezettE$_{\leq}$(H) ➤ Utófeltétel: RendezettE$_{\leq}$(X') és $X' \in$ Permutáció(X) ➤ Jelölések: <ul style="list-style-type: none"> ○ X': az X kimeneti (megálláskori) értéke ○ RendezettE$_{\leq}$(X/H): X/H rendezett-e a \leq-ra? ○ $X' \in$ Permutáció(X): X' az X elemeinek egy permutációja-e? 	

Bemenet: $n \in \mathbb{N}, p \in \text{pont}^n$

$\leq: r, q \in \text{pont}, r \leq q = r.d \leq q.d$

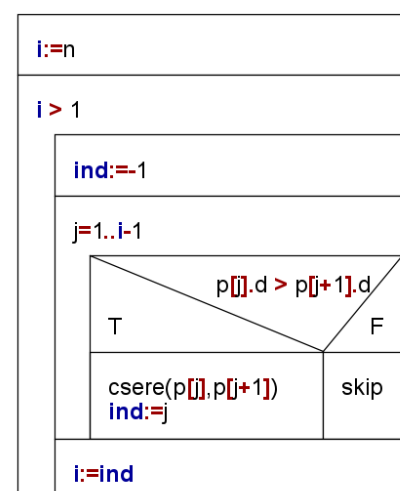
Kimenet: $p' \in \text{pont}^n$

Előfeltétel: **Rendezés**(\leq) és **RendezettE** $_{\leq}$ (pont)

Utófeltétel: **RendezettE** $_{\leq}$ (p') és $p' \in$ **Permutáció**(p)

Algoritmus: javított buborék rendezés

javitott buborek



11. gyakorlat, órai feladatok

4. Adott egy egészezből álló tömb, határozzuk meg melyik érték hányszor fordul elő, majd írjuk ki a gyakoriságuk szerint csökkenően az értékeket. Az azonos gyakoriságúakat érték szerint növekvően soroljuk fel.

Ennek megoldására az utolsó gyakorlaton visszatérünk.