

1. Sorozatszámítás

Specifikáció' (tovább általánosítva):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H_1^N$
- Kimenet: $S \in H_2$
- Előfeltétel: -
- Utófeltétel: $S = F(X_{1..N})$
- Definíció:

$H^* = (h_1, h_2, \dots) (h_i \in H)$
 H^* : H iterált halmaza

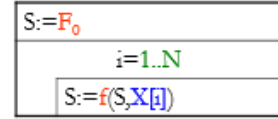
$$F: H_1 \rightarrow H_2$$

$$F(X_{1..N}) := \begin{cases} F_0 & , N = 0 \\ f(F(X_{1..N-1}), X_N) & , N > 0 \end{cases}$$

$$f: H_2 \times H_1 \rightarrow H_2, F_0 \in H_2$$

Algoritmus (általános):

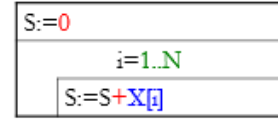
- Specifikáció (általános):
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
 - Kimenet: $S \in H$
 - Előfeltétel: -
 - Utófeltétel: $S = F(X_{1..N})$
 - Definíció: $F(X_{1..N}) := \begin{cases} F_0 & , N = 0 \\ f(F(X_{1..N-1}), X_N) & , N > 0 \end{cases}$



Változó
i: Egész

Σ (összegzés) esetén:

$$\sum_{i=1}^N X_i = \begin{cases} 0 & , N = 0 \\ \sum_{i=1}^{N-1} X_i + X_N & , N > 0 \end{cases}$$



Változó
i: Egész

2. Megszámolás

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \rightarrow I$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: -
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N T(X_i)$

N darab „valamire” kell megadni, hogy hány adott tulajdonságú van közöttük.

H: tetszőleges halmaz

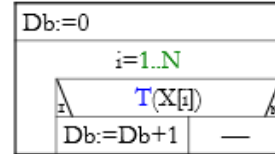
T: tetszőleges tulajdonság-függvény

Megjegyzés:

A T tulajdonság egy logikai függvényként adható meg. X (sőt H) minden elemről megvizsgálható, hogy rendelkezik-e az adott tulajdonsággal vagy sem.

Algoritmus:

- Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \rightarrow I$
 - Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 - Előfeltétel: -
 - Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N T(X_i)$



Változó
i: Egész

3. Maximum-kiválasztás

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
 - Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$, $MaxÉrt \in H$
 - Előfeltétel: $N > 0$
 - Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$
- másképp: $(Max, MaxÉrt) = \text{Max}_{i=1}^N X_i$

N darab „valamire” kell megadni közülük a legnagyobb (vagy a legkisebbet).

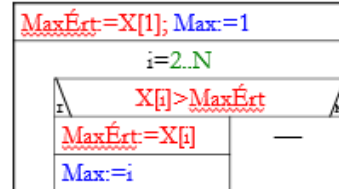
A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.

Léteznie kell a $\geq H \times H \rightarrow L$ rendezési relációnak!

3. Maximum-kiválasztás (maximális érték és index)

Algoritmus:

- Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
 - Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$, $MaxÉrt \in H$
 - Előfeltétel: $N > 0$
 - Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$



Változó
i: Egész

Megjegyzés: Ha több maximális érték is van, akkor közülük az **első** kapjuk meg – a megoldás tudhat többet, mint a specifikáció által elvárt.

Kérdések: Hogyan lesz belőle **utolsó** maximális?
 Hogyan lesz belőle (első) **minimális**?

3. Maximum-kiválasztás (maximális elem indexe)

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
 - Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
 - Előfeltétel: $N > 0$
 - Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$
- másképp: $Max = \text{MaxInd}_{i=1}^N X_i$

N darab „valamire” kell megadni közülük a legnagyobb (vagy a legkisebbet).

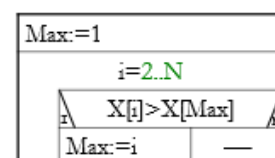
A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.

Ha csak a maximális elem indexére van szükségünk!

3. Maximum-kiválasztás (maximális elem indexe)

Algoritmus:

- Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
 - Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
 - Előfeltétel: $N > 0$
 - Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$



Változó
i: Egész

3. Maximum-kiválasztás (maximális érték)

Specifikáció:

- > Kimenet: $\text{MaxÉrt} \in \mathbb{H}$
- > Utófeltétel: $\text{MaxÉrt} \in X$ és $\forall i (1 \leq i \leq N): \text{MaxÉrt} \geq X_i$

másképp: $\text{MaxÉrt} = \max_{i=1}^N X_i$

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in \mathbb{H}^N$
- > Kimenet: $\text{Max} \in \mathbb{H}$
- > Előfeltétel: $N > 0$
- > Utófeltétel: $1 \leq \text{Max} \leq N$ és $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

másképp: $\text{Max} = \text{MaxInd } X_i$

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.

Ha csak a maximális elem értékére van szükségünk!

3. Maximum-kiválasztás (maximális érték)

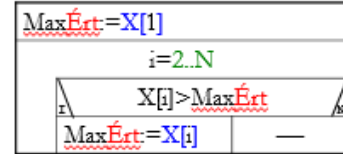
Algoritmus:

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in \mathbb{H}^N$
- > Kimenet: $\text{Max} \in \mathbb{H}$
- > Előfeltétel: $N > 0$
- > Utófeltétel: $1 \leq \text{Max} \leq N$ és $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

```

Max ← X[1]
i ← 2..N
while i ≤ N
  if X[i] > Max
    Max ← X[i]
  i ← i + 1
    
```



Változó
i: Egész

4. Keresés

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in \mathbb{H}^N, T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- > Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}, \text{Ind} \in \mathbb{N}, \text{Ért} \in \mathbb{H}$
- > Előfeltétel: -
- > Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$ és $\text{Van} \rightarrow 1 \leq \text{Ind} \leq N$ és $T(X_{\text{Ind}})$ és $\text{Ért} = X_{\text{Ind}}$

N darab „valami” közül kell megadni egy adott tulajdonságot, ha nem tudjuk, hogy ilyen elem van-e.

másképp: $(\text{Van}, \text{Ind}, \text{Ért}) = \text{Keres } i$

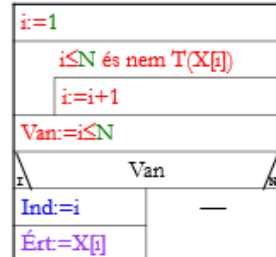
Tehát a feladat „egyké fele” megadja, hogy **van-e** adott tulajdonságú elem, a „másik fele” pedig, hogy **melyik** az, ill. a „harmadik” az **értékét**.

4. Keresés

Algoritmus:

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in \mathbb{H}^N, T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- > Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}, \text{Ind} \in \mathbb{N}, \text{Ért} \in \mathbb{H}$
- > Előfeltétel: -
- > Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$ és $\text{Van} \rightarrow 1 \leq \text{Ind} \leq N$ és $T(X_{\text{Ind}})$ és $\text{Ért} = X_{\text{Ind}}$



Változó
i: Egész

Megjegyzés:

Többlet tudás: a megoldás az első adott tulajdonságú elemet adja meg.

5. Eldöntés

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in \mathbb{H}^N, T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- > Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}$
- > Előfeltétel: -
- > Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Döntünk el, hogy N „valami” között van-e adott tulajdonsággal rendelkező elem!

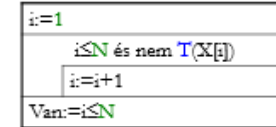
másképp: $\text{Van} = \exists_{i=1}^N T(X_i)$

5. Eldöntés

Algoritmus:

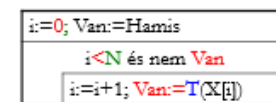
Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in \mathbb{H}^N, T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- > Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}$
- > Előfeltétel: -
- > Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$



Változó
i: Egész

Algoritmus₂:



Változó
i: Egész

5. Eldöntés

Feladatvariáns:

... az **összes** elem olyan-e ...

Specifikáció (csak a különbség):

- > Kimenet: $\text{Mind} \in \mathbb{L}$
- > Utófeltétel: $\text{Mind} = \forall i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in \mathbb{H}^N, T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- > Kimenet: $\text{Mind} \in \mathbb{L}$
- > Előfeltétel: -
- > Utófeltétel: $\text{Mind} = \forall i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

másképp: $\text{Mind} = \forall_{i=1}^N T(X_i)$

5. Eldöntés

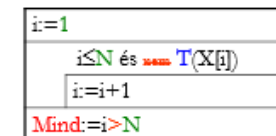
Feladatvariáns:

... az **összes** elem olyan-e ...

Algoritmus:

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in \mathbb{H}^N$
- > Kimenet: $\text{Mind} \in \mathbb{L}$
- > Előfeltétel: -
- > Utófeltétel: $\text{Mind} = \forall i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$



Változó
i: Egész

6. Kiválasztás

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$,
 $T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- > Kimenet: $\text{Ind} \in \mathbb{N}$, $\text{Ért} \in \mathbb{H}$
- > Előfeltétel: $N > 0$ és $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
- > Utófeltétel: $1 \leq \text{Ind} \leq N$ és $T(X_{\text{Ind}})$ és $\text{Ért} = X_{\text{Ind}}$

másképp: $(\text{Ind}, \text{Ért}) = \underset{i=1}{\text{Kiválaszt}} i$
 $T(X_i)$

N „valami” körül kell megadni egy adott tulajdonságot, ha tudjuk, hogy ilyen elem biztosan van.

6. Kiválasztás

Algoritmus:

Specifikáció:
 > Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in \mathbb{H}^N$,
 $T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$,
 > Kimenet: $\text{Ind} \in \mathbb{N}$, $\text{Ért} \in \mathbb{H}$
 > Előfeltétel: $N > 0$ és $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
 > Utófeltétel: $1 \leq \text{Ind} \leq N$ és $T(X_{\text{Ind}})$
 $\text{Ért} = X_{\text{Ind}}$

Változó
 $i: \text{Egész}$

```

i:=1
    nem T(X[i])
        i:=i+1
Ind:=i
Ért=X[i]
```

Megjegyzés:
 Többet tudás: a megoldás az első adott tulajdonságú elemet adja meg – a program tudhat többet annál, mint amit várunk tőle.
 Hogy kellene az utolsót megadni?

Programozási tételek listája:

1. Sorozatszámítás
 - a. nevezetes speciális alak: Összegzés
2. Megszámolás
3. Maximum kiválasztás
 - a. típusai: érték és index
 - b. csak index
 - c. csak érték
4. Keresés
5. Eldöntés
 - a. típusai: létezik-e? (pesszimista eldöntés)
 - b. mind olyan-e? (optimista eldöntés)
6. Kiválasztás